Alocação de Potência em Redes Ópticas CDMA Multitaxas com Códigos Ópticos Bidimensionais Utilizando o Equilíbrio de Verhulst

Fábio R. Durand e Taufik Abrão

Resumo—Neste trabalho é investigada a utilização do equilíbrio de Verhulst para alocação de potência em redes ópticas CDMA (*Code Division Multiplexing Access*) multitaxas com códigos ópticos bidimensionais (tempo/ comprimento de onda). A utilização de códigos ópticos com comprimento variável e o controle de potência permite desenvolver QoS (*Quality of Service*) na camada física. Os resultados obtidos mostram a viabilidade da utilização deste modelo de otimização para alocar nós com taxas distintas de transmissão com a mesma BER (*Bit Error Rate*) em função da penalidade de aumento de potência transmitida.

Palavras-Chave—Redes ópticas, códigos ópticos, Verhulst.

Abstract— We investigated the Verhulst equilibrium to power allocation problem in multirate CDMA optical networks with 2D optical codes (time/wavelength). The variable length of optical code and power control allow establishing QoS at physical layer. The results have showed the viability of this model to optimization with the aim to accommodate different rate nodes with the same BER, however with power penalty.

Keywords—Optical network, optical codes, Verhulst.

I. INTRODUÇÃO

A tecnologia OCDMA (Optical Code Division Multiple Access) apresenta-se como uma solução promissora para acomodar o tráfego heterogêneo das redes ópticas de acesso [1]. Este tráfego é caracterizado por apresentar requisitos distintos de QoS (Quality of Service), ou seja, taxa de erro de bit BER (Bit Error Rate), atraso e jitter, de acordo com o serviço utilizado (voz, dados, multimídia, etc...) [2]. Em sistemas OCDMA cada nó transmissor enviará a informação com o código do nó receptor de interesse. No nó receptor, ocorrerá o processo de correlação entre todos os códigos que foram transmitidos e o código alocado para este receptor, resultando em interferência de acesso múltiplo MAI (Multiple Access Interference) [2]. Os códigos ópticos podem ser classificados em não-coerentes e coerentes, sendo que os nãocoerentes utilizam modulação em amplitude e os coerentes empregam modulação em amplitude e fase [1][2]. Os códigos coerentes são códigos bipolares (1,-1) e ortogonais e os códigos não-coerentes são unipolares (1,0) e pseudoortogonais. Desta forma, os códigos coerentes apresentam uma maior relação sinal-interferência SIR (Signal Interference Ratio), entretanto apresentam uma maior complexidade tecnológica [1][2]. Dentre os principais sistemas OCDMA citar codificação não-coerentes pode-se espectral de amplitude, espalhamento temporal e codificação

bidimensional (2D) [3]. Neste contexto, os sistemas com codificação 2D compostos por espalhamento temporal e salto em frequência (comprimento de onda) tem sido intensamente investigados em função de apresentarem desempenho superior aos demais sistemas não-coerentes e flexibilidade [4]. Os códigos 2D são representados por matrizes $N_{\lambda} \times N_{T}$, sendo N_{λ} o número de linhas, que é igual ao número de comprimentos de onda disponíveis, e N_T é o número de colunas, que é igual ao comprimento do código. O comprimento do código é determinado pelo período do bit T_B que é dividido em unidades menores denominadas *chips* com período $T_c = T_B/$ N_T . Em cada código existem w pulsos por comprimento de onda que é denominado peso do código. Um código 2D é definido pela relação ($N_{\lambda} \times N_{T_{c}} w$, λ_{a} , λ_{c}), sendo λ_{a} e λ_{c} números inteiros que representam as relações de autocorrelação e correlação-cruzada [4].

Nos nós das redes OCDMA existe a diferenca entre a potência recebida em função da diferença de distância em que os nós transmissores estão distribuídos. Este tipo de problema é semelhante ao near-far existente nas comunicações sem-fio [5]. Nas redes OCDMA o balanço de potência realizado tem intuito de garantir que a potência recebida por todos usuários seja equalizada, porém a penalidade de potência existente em função da MAI varia de acordo com o número de nós que estão transmitindo instantaneamente [3][4]. Desta forma, o controle de potência tem o intuito de garantir que a equalização da potência recebida ocorra de forma dinâmica e independente do número de nós que estejam transmitindo instantaneamente [5]. Por outro lado, o controle de potência pode ser empregado para definir níveis distintos de QoS, ou seja, os códigos que forem recebidos com um nível maior de potência apresentarão menor BER [6]. O comprimento dos códigos ópticos está relacionado com a taxa de transmissão, pois os códigos ópticos com menor comprimento apresentarão maior taxa de transmissão. Neste sentido, podem-se obter sistemas multitaxas com famílias de códigos com comprimento variável, porém haverá uma penalidade com relação a BER, pois códigos com comprimento menor apresentarão maior BER [6]. Portanto, o controle de potência em conjunto com a utilização de códigos com comprimento variável pode ser utilizado para definir níveis de QoS e manter o mesmo nível de BER para sistemas com elevada taxa de transmissão. O problema do controle de potência pode ser resolvido com a adaptação de técnicas utilizadas para telefonia celular, tais como Foschini [7], PSO (Particle Swarm Optimization) e Verhulst [8]. Neste trabalho será empregada a técnica de Verhulst que é baseado no crescimento populacional de uma espécie biológica com

Fábio Renan Durand, Coordenação de Engenharia Eletrônica, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Campus Campo Mourão, Brasil, fabiodurand@utfpr.edu.br. Taufik Abrão, Departamento de Engenharia Elétrica, Universidade Estadual de Londrina, Londrina, Brasil,taufik@uel.br.

restrições de espaço e alimento, em função da qualidade das respostas obtidas e velocidade de convergência [8]. O objetivo de deste estudo é utilizar o equilíbrio de Verhulst para alocação de potência em redes óptica CDMA multitaxas com a obtenção de diferentes taxas de BER e/ou acomodação de usuários de alta taxa de transmissão sem prejudicar a BER do sistema.

II. ANÁLISE DE DESEMPENHO

A. Relação Sinal-Interferência

Em códigos 2D multitaxas com classes distintas de potência transmitida a relação sinal-inteferência (SIR) experimentada por um nó da classe i é dada por [6]:

$$\gamma_{i} = \frac{N_{Ti}^{2} g_{ii} p_{i}}{(K_{i} - 1)\sigma_{i,i}^{2} + \sum_{j=1, j \neq i}^{K} K_{S} g_{ij} p_{j} \sigma_{i,s}^{2} + 2N_{sp}}$$
(1)

sendo N_{Ti} o comprimento do código da classe *i*, p_i a potência transmitida pelo nó *i* e g_{ii} é atenuação entre o nó transmissor e receptor. Esta atenuação é dada pela matriz **G** que representa as atenuações entre os nós transmissores e receptores:

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} & \cdots & g_{1K} \\ g_{21} & g_{22} & \cdots & g_{2K} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ g_{K1} & g_{K2} & \cdots & g_{KK} \end{bmatrix}$$
(2)

Os termos K_i , K_s , K, p_j , $\sigma_{i,i}^2$, $\sigma_{i,s}^2$ representam o número de nós na classe *i*, o numero de nós nas demais classes, número total de nós, potência transmitida pelos demais nós, variância média de interferência dos nós na classe *i* e variância média de interferência dos nós entre as demais classes. Por outro lado, N_{SP} representa o ruído ASE (*Amplified Spontaneous Emission*) em uma das polarizações do modo fundamental das fibras monomodo, em função da utilização de um pré-amplificador óptico anteriormente ao receptor. Este ruído é muito superior ao ruído térmico e balístico no receptor, que podem ser desprezados [5][6]. A variância em função da ASE é dada por [5]:

$$N_{SP} = n_{SP} h f (G-1) B_o \tag{3}$$

sendo n_{sp} o fator de emissão espontânea, h é a constante de Planck, f é a frequência da portadora óptica, G é o ganho do amplificador e B_o é a largura de banda óptica. Considerando que a MAI apresenta características Gaussianas a probabilidade de erro (BER) para cada classe de nós é dada por $P_b(i) = erfc\sqrt{\gamma_i/2}$, sendo erfc a função de erro complementar.

B. Controle de potência

O controle de potência transmitida em uma rede OCDMA é um problema de otimização [6]. Denominando-se Γ_i a razão entre a potência da portadora pela potência da interferência (CIR) desejada na entrada do decodificador de interesse, tendo em vista obter uma certa QoS associada a BER máxima tolerada para o nó *i*, e definindo-se o vetor-coluna K-dimensional da potência óptica transmitida $P = [P_1, P_2, ..., P_K]^T$, então o problema do controle de potência óptico centralizada consiste em encontrar o vetor de potência P que minimiza a função custo [5]:

$$J(\mathbf{p}) = \mathbf{1}^T \mathbf{p} = \sum_{i=1}^{K} p_i \tag{4}$$

Sujeito as restrições [7]:

$$\Gamma_{i} = \frac{g_{ii}p_{i}}{\left(K_{i}-1\right) + \sum_{j=1, j \neq i}^{K} K_{S}g_{ij}p_{j} + 2N_{sp}} \ge \Gamma^{*}$$

$$P_{\min} \le p_{i} \le P_{\max} \qquad \forall i = 1, ..., K$$
(5)

 Γ^* é a CIR mínima para o QoS desejado. Desta forma empregando notação matricial, pode-se reescrever (5) como:

$$\left[\mathbf{I} - \Gamma^* \mathbf{H}\right] \mathbf{p} \ge \mathbf{u} \tag{6}$$

sendo I a matriz identidade de dimensão K, H é matriz interferência normalizada, na qual os elementos pode ser obtidos por:

$$h_{ij} = \begin{cases} 0, & i = j, \\ \frac{g_{ij}}{g_{ii}}, & i \neq j, \end{cases}$$
(7)

sendo os elementos *j* do vetor **u** dado por:

$$\Gamma_i = \frac{2\Gamma^* N_{sp}}{g_{ii}} \tag{8}$$

Observe que em (8) é obtida a versão escalar da potência de ruído. Portanto, resolvendo (6) e substituindo a desigualdade pela igualdade, obtém o vetor de potência otimizada por meio de inversão matricial:

$$\mathbf{p}^* = \left[\mathbf{I} - \Gamma^* \mathbf{H}\right]^{-1} \mathbf{u} \tag{9}$$

Este vetor representa o equilíbrio de potência no nó receptor de acordo com a CIR requerida, entretanto se uma CIR maior for solicitada deverá ocorrer um aumento de potência transmitida. Neste caso, a potência transmitida pode ser limitada pela disposição de equipamentos transmissores ou limitação de potência transmitida em função da excitação de efeitos não-lineares na fibra óptica. A potência otimizada transmitida por cada nó obtida pela inversão matricial representa o controle centralizado de alocação de potência. Desta forma, o controle central deve obter atualização de informações sobre nós ativos na rede, classe de QoS dos nós, características de tráfego, além de conhecer os comprimentos dos enlaces da rede. Estas características tornam o controle centralizado um fator limitador no desempenho da rede OCDMA [7][8]. Por outro lado, os algoritmos de controle de potência distribuídos (DPCA) consistem no desenvolvimento de procedimentos que atuam na evolução do vetor potência para alcançar o valor otimizado $\mathbf{p}^* = \left[\mathbf{I} - \Gamma^* \mathbf{H}\right]^{-1} \mathbf{u}$ baseado no

conhecimento/ estimação no próprio nó dos valores de γ_i^* , γ_i and p_i [7]. A solução otimizada do problema de alocação de potência é obtida por meio da equação que representa o equilíbrio de Verhulst [8]:

$$p_{i}[n+1] = (1+\alpha)p_{i}[n] - \alpha \left(\frac{\gamma[n]}{\gamma_{i}^{*}}\right)p_{i}[n], i = 1,.., K$$
(10)

sendo *n* o número de iterações e α o fator de convergência que é válido para o intervalo $0 < \alpha < 1$. Em [8] é demonstrada a obtenção de (10), bem como se discute os critérios de convergência e comparação com outros algoritmos. A qualidade das soluções obtidas podem ser definidas em termos da media do erro quadrático normalizado NMSE (*Normalized Mean Squared Error*) calculado por [8]:

$$NMSE[n] = E\left[\frac{\|p[n] - p^*\|^2}{\|p^*\|^2}\right]$$
(11)

sendo $\|\cdot\|$ a distância Euclidiana quadrada com a origem e E[.] é o operador esperança. Em cenário real, a estimação da SIR (γ) em cada nó não é perfeita e pode apresentar erros aleatórios. Com intuito de incorporar estas características reais será adicionado um erro aleatório a SIR em cada iteração. A razão entre a SIR estimada e real é dada por $(1 + \varepsilon)$, sendo ε uma variável aleatória uniformemente distribuída entre [- δ ; + δ], desta forma a SIR estimada em cada iteração é dada por $\hat{\gamma}_i = (1 + \varepsilon) \gamma_i$ [8].

III. RESULTADOS

Para obtenção dos resultados foi considerada a utilização de fibras ópticas com 0,2 dB/km de atenuação, acoplador em estrela passiva com perdas de 14 dB, $n_{sp} = 2$, $h = 6.63 \times 10^{-34}$ J/Hz, f = 193,1 THz, G = 20 dB e $B_o = 30$ GHz. A Fig.1 (a) e (b) ilustram as distâncias entre o transmissor e o acoplador (Distância Tx) e entre acoplador e o receptor (Distância Rx), respectivamente, de uma rede óptica com 31 nós que será considerada ao longo de todo este trabalho. Para esta rede foram consideradas duas taxas de transmissão, sendo a taxa alta aproximadamente o dobro da taxa baixa. Para tanto, foram utilizados códigos ópticos ($8 \times 101, 8, 1, 0$) para classe com taxa alta de transmissão.





Fig. 1. Distâncias a) transmissor-acoplador e b) acoplador-receptor.

Na Fig. 2 (a) é ilustrada a BER em função do número de nós ativos na rede considerando todos os nós transmitindo em taxa baixa com objetivo de alcançar uma SIR de 21 dB e na Fig. 2 (b) apresenta-se a potência transmitida em cada nó em função do número de iterações da equação de Verhulst. Em linhas tracejadas é ilustrado o valor da potência otimizada por meio da inversão matricial, ou seja, por controle centralizado.

Observe que o aumento do número de iterações faz a potência obtida pelo DPCA convergir para o resultado obtido por meio da inversão matricial, que corresponde ao controle centralizado. Por outro lado, se verifica que a realização de poucas iterações, por exemplo 25, estabelece uma BER próxima da BER resultante da convergência total do DPCA com aproximadamente 140 iterações. Portanto, é necessário aproximadamente 17% de iterações necessárias para convergência total para obtenção de resultados expressivos em termos de BER.



Fig. 2. a) BER em função do número de nós ativos na rede considerando todos os nós transmitindo em taxa baixa. b) Potência transmitida em cada nó em função do número de iterações.

Na Fig. 3 é representada uma situação semelhante à descrita na Fig. 2, porém com o estabelecimento de SIR + 3dB, ou seja, com um nível menor de BER. Observe que o nível de BER na Fig. 3 (a) é inferior ao apresentado na Fig. 2 (a), porém o nível de potência transmitida aumenta conforme é ilustrado na Fig. 3 (b) comparada com Fig. 3 (a). Por meio de uma análise quantitativa, se observa que para uma BER de 10⁻⁹ o sistema ilustrado pela Fig. 2 acomoda 9 nós transmitido simultaneamente com uma potência média transmitida de 0,0035 mW, por outro lado com uma SIR + 3 dB representado pela Fig. 3, o sistema acomoda 15 nós, porém com uma potência média transmitida de 0,023 mW. Desta forma, para estabelecer uma classe com nível menor de BER ou aumentar o número de nós transmitindo simultaneamente, haveria uma penalidade no aumento de aproximadamente 8 vezes o valor da potência transmitida.



Fig. 3. a) BER em função do número de nós ativos na rede considerando todos os nós transmitindo em taxa baixa. b) Potência transmitida em cada nó em função do número de iterações.

Na Fig. 4 (a) é ilustrada a BER em função do número de nós ativos na rede considerando todos os nós transmitindo em taxa alta com objetivo de alcançar a máxima SIR permitida de 12 dB para este comprimento de código e na Fig. 2 (b) apresentase a potência transmitida em cada nó em função do número de iterações da equação de Verhulst.



Fig. 4. a) BER em função do número de nós ativos na rede considerando todos os nós transmitindo em taxa alta. b) Potência transmitida em cada nó em função do número de iterações.

Na Fig. 5 é representada uma situação semelhante à descrita na Fig. 3, porém com o estabelecimento de SIR + 3dB, ou seja, com um nível menor de BER. Observe que o nível de BER na Fig. 5 (a) é inferior ao apresentado na Fig. 4 (a), porém o nível de potência transmitida aumenta conforme é ilustrado na Fig. 5 (b) comparada com Fig. 5 (a). Por meio de uma análise quantitativa, se observa que para uma BER de 10^{-9} o sistema

ilustrado pela Fig. 4 acomoda 3 nós transmitindo simultaneamente com uma potência média transmitida de 0,0032 mW, por outro lado com uma SIR + 3 dB representado pela Fig. 5, o sistema acomoda 5 nós, porém com uma potência média transmitida de 0,03 mW. Desta forma, para estabelecer uma classe com nível menor de BER ou aumentar o número de nós transmitindo simultaneamente, haveria uma penalidade no aumento de aproximadamente 9,4 vezes o valor da potência transmitida.



Fig. 5 a) BER em função do número de nós ativos na rede considerando todos os nós transmitindo em taxa alta. b) Potência transmitida em cada nó em função do número de iterações.

Com intuito de acomodar nós transmitindo em taxas baixa e alta será utilizado o controle de potência para compensar o menor comprimento de códigos utilizados em taxa alta. Desta forma, é apresentada na Fig. 6 a potência necessária para acomodar nós transmitindo em taxa alta com a mesma BER que os nós que transmitem em taxa baixa. Neste caso a BER obtida seria equivalente a BER apresentada na Fig. 2 (a) que varia de acordo com o número de nós ativos na rede. A BER para taxa baixa de transmissão com SIR + 3 dB (Fig. 3.b) não pode ser alcançada mesmo com o aumento de potência, pois não haveria solução para (10) e (11). Na Fig 6.(a), (b), (c) e (d) para o número de nós em taxa alta de 0, 2, 4 e 6.



a) Potência média de 0,0035 mW (Nós em alta taxa = 0).



b) Potência média de 0,0054 mW (Nós em alta taxa = 2).



d) Potência média de 0,03 mW (Nós em alta taxa = 6).

Fig. 6 Potência transmitida (Tx) por nó para acomodar nós com taxa de transmissão alta.

Por meio da Fig. 6 se verifica que a potência transmitida aumenta para acomodar nós transmitindo em taxa alta, porém mantendo a mesma BER que os nós transmitindo em taxa baixa. Assim, em termos quantitativos para atender um número de 0, 2, 4 e 6 nós transmitindo em taxa alta será necessário uma potência média transmitida de 0,0035 mW, 0,0054 mW, 0,01 mW e 0,03 mW, respectivamente. Portanto, implica num aumento de 1,54, 2,9 e 8,5 vezes a potência transmitida para nós em taxa baixa, respectivamente. O sistema não consegue acomodar maior número de nós em taxa alta, pois (10) e (11) não apresentam solução.

Na Fig. 7 é ilustrado o erro quadrático médio normalizado (NMSE) em função do erro de estimação dos parâmetros e número de iterações para o sistema operando em taxa baixa. Na Fig. 7 a) e b) para o SIR estabelecida e SIR + 3 dB, respectivamente.



Fig. 7. NMSE em função do erro de estimação dos parâmetros e número de iterações para o sistema operando em taxa baixa.

Na Fig. 8 é ilustrado o NMSE em função do erro de estimação dos parâmetros e número de iterações para o sistema

operando em taxa baixa. Na Fig. 8 a) e b) para o SIR estabelecida e SIR + 3 dB, respectivamente.



Fig. 8 NMSE em função do erro de estimação dos parâmetros e número de iterações para o sistema operando em taxa alta.

Observe pelas Fig. 7 e 8 que mesmo com um valor de erro de estimação de aproximadamente de 50 % (0,5) o NMSE é baixo e não compromete a convergência de (10). Por outro lado, o NMSE cai de forma mais acentuada para o caso onde a SIR padrão é utilizada (Fig. 7a e 8a) comparada com a SIR + 3dB. Este comportamento ocorre em função da maior rapidez de convergência para menor valor de SIR [8].

IV. CONCLUSÕES

Neste trabalho empregou-se o equilíbrio de Verhulst para alocação de potência transmitida em redes OCDMA multitaxas que empregam códigos 2D com comprimento de código variável. Os resultados obtidos mostram a viabilidade da utilização deste modelo de otimização para alocar nós com taxas distintas de transmissão com a mesma BER em função da penalidade de potência.

REFERÊNCIAS

- K. Fouli and M. Maier, "Ocdma and optical coding: Principles, applications, and challenges," *IEEE Communications Magazine*, vol. 45, no. 8, pp. 27–34, August 2007.
- [2] A. Stok and E. H. Sargent, "Lighting the local area: Optical codedivision multiple-access and quality of service provisioning," *IEEE Network*, vol. 14, no. 6, pp. 42–46, Nov./Dec. 2000.
- [3] H. Yin and D. J. Richardson, Optical code division multiple access communication networks: theory and applications. Berlin: Springer-Verlag and Tsinghua University Press, 2009.
- [4] G.-C. Yang and W. C. Kwong, Prime codes with applications to CDMA optical and wireless networks. Boston, MA: Artech House, 2002.
- [5] M. E. N. Tarhuni, T. Korhonen and E. Mutafungwa, "Power control of optical cdma star networks," *Optics Communications*, vol. 259, pp. 655– 664, 2006.
- [6] H. M. H. S. Inaty, P. Fortier, and L. Rusch, "Multirate optical fast frequency hopping cdma system using power control," *IEEE/OSA J. Lightwave Technol.*, vol. 20, pp. 166–177, Feb. 2002.
- [7] G. Foschini and Z. Miljanic, "A simple distributed autonomous powercontrol algorithm and its convergence," *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 42, no. 4, pp. 641–646, November 1993.
- [8] T. J. Gross, T. Abrão, and P. J. E. Jeszensky, "Distributed power control algorithm for multiple access systems based on verhulst model," *AEU -International Journal of Electronics and Communications*, vol. 65, no. 4, pp. 361–372, April 2011.