

# Análise da PAPR em Sistemas VFDM para Rádio Cognitivo

Diego A. Sousa\*, C. Alexandre R. Fernandes\*, C. Estêvão R. Fernandes<sup>◊</sup> e Leonardo S. Cardoso<sup>†</sup>

**Resumo**—O VFDM (*Vandermonde-subspace Frequency Division Multiplexing*) é uma técnica de modulação multiportadora recentemente proposta que opera em um cenário de rádio cognitivo com compartilhamento de espectro com a finalidade de prover ganho em eficiência espectral ao sistema. Um grande problema existente em modulações multiportadoras são os altos valores de PAPR (*Peak Average Power Ratio*), que fazem com que o sinal sofra distorções quando enviado ao amplificador de potência. Este artigo tem como objetivo analisar a PAPR de sinais VFDM e o impacto desta PAPR na detecção dos sinais através de simulações numéricas computacionais. A principal finalidade de tal estudo é saber se a alta PAPR representa um limitante importante na performance do VFDM.

**Palavras-Chave**—rádio cognitivo, OFDM, VFDM, PAPR.

**Abstract**—VFDM (*Vandermonde-subspace Frequency Division Multiplexing*) is a recently proposed multicarrier modulation technique that works in a shared spectrum cognitive radio scenario to improve system spectral efficiency. A major problem in multicarrier modulations is the high PAPR (*Peak Average Power Ratio*), which can significantly deteriorate the transmitted signals due to the presence of nonlinear power amplifiers. The main objective of this paper is to carry out a study about the VFDM PAPR and the impact of this PAPR on the signal detection by means of computer simulations. The study will help us to indicate if a high PAPR is an important limiting factor on the performance of the VFDM.

**Keywords**—cognitive radio, OFDM, VFDM, PAPR.

## I. INTRODUÇÃO

Com o aumento do uso de equipamentos de comunicação sem fio e a exigência dos usuários por transmissões de dados cada vez mais rápidas, um dos grandes desafios dos sistemas de comunicações sem fio é utilizar o espectro de rádio da melhor forma possível, de forma a não haver desperdícios. Neste contexto, a tecnologia OFDM (*Orthogonal Frequency-Division Multiplexing*) ganhou muito destaque nos últimos anos [1], [2]. Este tipo de modulação multiportadora é muito eficaz no combate à ISI (*intersymbol interference*) e aproveita bem o espectro utilizando frequências ortogonais. No OFDM, símbolos são transmitidos em bandas superpostas de forma a não haver a necessidade de banda de guarda entre as subportadoras. Além disso, o OFDM possui uma implementação digital bastante simples, diferente do seu predecessor, o FDM (*Frequency-Division Multiplexing*), que possui inúmeras

\*Engenharia da Computação - Universidade Federal do Ceará (UFC), Sobral, Brasil, <sup>◊</sup>Centro de Tecnologia, UFC, Fortaleza, Brasil, <sup>†</sup>SUPELEC, Gif-sur-Yvette, França, E-mails: diegoaguaiarsousa@gmail.com, alexandrefernandes@ufc.br, estevao@ufc.br e leonardo.cardoso@supelec.fr. Este trabalho foi parcialmente financiado pela Funcap, através do Programa PPP (contrato FCPC N° CV2153/SUB10) e CAPES-COFECUB.

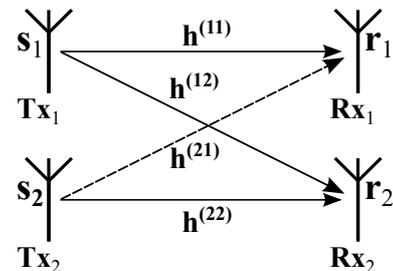


Fig. 1. Modelo cognitivo 2x2

desvantagens, como o alto custo de implementação e a ineficiência espectral.

Contudo, inserção de redundância se faz necessário no OFDM, ocasionando um desperdício em taxa de dados. Essa redundância inserida no prefixo cíclico é necessária para se combater a seletividade em frequência do canal. O tamanho do prefixo cíclico está relacionado com o espalhamento de atrasos (*delay spread*) do canal e pode ser consideravelmente grande, especialmente em meios urbanos, onde o canal possui muitos multipercursos [3].

As técnicas de rádio cognitivo se mostram como uma solução bastante promissora para o melhor aproveitamento do espectro de frequências [4]. Neste contexto, a técnica de multiplexação VFDM (*Vandermonde-subspace Frequency Division Multiplexing*), descrita originalmente em [5] e depois em [6], visa compartilhar banda de rádio com um sistema OFDM, conforme mostra a Fig. 1. Nesta ilustração, o sistema secundário aproveita a redundância do prefixo cíclico do sinal OFDM transmitido pelo sistema primário para transmitir um outro sinal sobre a mesma banda de frequência, de forma ortogonal ao primeiro. Com isso, um ganho em eficiência espectral é obtido.

Um dos grandes problemas das modulações multiportadoras é a alta PAPR (*Peak Average Power Ratio*) [7], definida como a razão entre a potência máxima instantânea e a potência média do sinal transmitido. Devido às várias subportadoras com modulações independentes, a soma coerente destas pode gerar um alto valor em amplitude, ocasionando em uma alta PAPR. O estudo da PAPR é necessário por conta da não-linearidade dos amplificadores de potência existentes nos transmissores, pois quando a PAPR é elevada, os picos do sinal podem atingir a região não-linear do amplificador, resultando em uma distorção que pode causar erros na detecção do sinal [8]. Não dispondo de uma forma para combater a alta PAPR, o transmissor deve limitar a potência de transmissão de forma a diminuir a quantidade de picos na faixa não-linear, o que

ocasiona uma perda em eficiência de potência de transmissão, além de incorrer na subutilização do amplificador.

Este artigo objetiva analisar a PAPR de sinais VFDM através de simulações numéricas computacionais. Assim como o OFDM, o VFDM é uma técnica multiportadora que está submetida às limitações impostas pela alta PAPR. A compreensão do comportamento da PAPR é, desta forma, indispensável para o desenvolvimento de transmissores práticos VFDM. Vale salientar que até o momento não existem publicações anteriores que realizaram esta análise, tornando este estudo a principal contribuição deste artigo. Além disso, será analisado o impacto que a PAPR do VFDM possui na detecção dos bits transmitidos quando um amplificador não-linear é considerado para o sistema secundário.

Este trabalho está dividido em seis seções. Na segunda seção é mostrado o modelo de sistema que será usado no decorrer do trabalho. A terceira seção introduz o conceito de VFDM. Na quarta seção faz-se um estudo sobre PAPR. Na quinta seção são mostrados os resultados das simulações realizadas, comentando tais resultados. Na última seção são dadas as conclusões obtidas na realização do trabalho.

## II. MODELO DO SISTEMA

O sistema a ser considerado será o mesmo apresentado em [5] e em [6], que consiste em um modelo de canal interferente cognitivo, conforme mostra a Fig. 1, onde  $\mathbf{h}^{(ij)}$  denota o vetor de resposta ao impulso do canal sem fio seletivo em frequência entre transmissor  $i$  e o receptor  $j$ , com  $L + 1$  coeficientes complexos. Considera-se também que todos os canais são independentes e que o sinal é contaminado com ruído Gaussiano branco (AWGN, do inglês *Additive White Gaussian Noise*)  $\sim \mathcal{N}(0, \sigma_{i,j}^2 / (L + 1))$ .

O transmissor  $\mathbf{T}\mathbf{x}_1$  deseja transmitir um sinal  $\mathbf{s}_1$  ao receptor  $\mathbf{R}\mathbf{x}_1$  e para isso utiliza como técnica de multiplexação o OFDM, com  $N$  subportadoras, um prefixo cíclico de tamanho  $L$  e um mapeamento de símbolos  $Q$ -QAM, onde  $Q$  representa o número de símbolos possíveis. O transmissor  $\mathbf{T}\mathbf{x}_2$  deseja transmitir um sinal  $\mathbf{s}_2$  ao receptor  $\mathbf{R}\mathbf{x}_2$  utilizando a mesma frequência que  $\mathbf{T}\mathbf{x}_1$ , mas sem interferir neste.

Fazendo  $\mathbf{x}_1$  e  $\mathbf{x}_2$  os sinais de tamanho  $N + L$  transmitidos das fontes após a pré-codificação de  $\mathbf{s}_1$  e  $\mathbf{s}_2$ , respectivamente, e  $\mathbf{n}_1$  e  $\mathbf{n}_2$  os respectivos ruídos inseridos na recepção dos sinais, temos que os sinais recebidos em  $\mathbf{R}\mathbf{x}_1$  e  $\mathbf{R}\mathbf{x}_2$ , são respectivamente:

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_1 &= \mathbf{F} \left( \mathcal{T} \left( \mathbf{h}^{(11)} \right) \mathbf{x}_1 + \mathcal{T} \left( \mathbf{h}^{(21)} \right) \mathbf{x}_2 + \mathbf{n}_1 \right), \\ \mathbf{r}_2 &= \mathbf{F} \left( \mathcal{T} \left( \mathbf{h}^{(12)} \right) \mathbf{x}_1 + \mathcal{T} \left( \mathbf{h}^{(22)} \right) \mathbf{x}_2 + \mathbf{n}_2 \right), \end{aligned} \quad (1)$$

em que  $\mathbf{F}$  representa a matriz de DFT (*Discrete Fourier Transform*) de ordem  $N$ , dada por  $[\mathbf{F}]_{k+1,l+1} = \exp(-2\pi j \frac{kl}{N})$ , para  $k, l = 0, 1, \dots, N - 1$ , e  $\mathcal{T} \left( \mathbf{h}^{(ij)} \right)$  representa a matriz de Toeplitz  $N \times (N + L)$  do canal  $\mathbf{h}^{(ij)}$ , também chamada de

matriz de convolução, dada por:

$$\mathcal{T} \left( \mathbf{h}^{(ij)} \right) = \begin{bmatrix} \mathbf{h}_L^{(ij)} & \dots & \mathbf{h}_0^{(ij)} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \ddots & & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & \mathbf{h}_L^{(ij)} & \dots & \mathbf{h}_0^{(ij)} \end{bmatrix}. \quad (2)$$

Para que a condição de cancelamento da interferência abordada no início da seção seja satisfeita, temos que  $\mathcal{T} \left( \mathbf{h}^{(21)} \right)$  e  $\mathbf{x}_2$  em (1) devem ser ortogonais, ou seja:

$$\mathcal{T} \left( \mathbf{h}^{(21)} \right) \mathbf{x}_2 = \mathbf{0}_N, \quad (3)$$

em que  $\mathbf{0}_N$  é o vetor nulo de dimensão  $N$ .

## III. VFDM

*Vandermonde-subspace Frequency Division Multiplexing* ou simplesmente VFDM, é um método proposto em [5] como forma de resolver o problema contido em (3) para o modelo de canal interferente cognitivo apresentado na Seção II.

Usando a técnica VFDM, o sinal transmitido por  $\mathbf{T}\mathbf{x}_2$  é dado por:

$$\mathbf{x}_2 = \mathbf{V}\mathbf{s}_2, \quad (4)$$

em que  $\mathbf{V}$  é uma matriz de pré-codificação do sinal aplicada ao sinal  $\mathbf{s}_2$ , de tal forma que  $\mathcal{T} \left( \mathbf{h}^{(21)} \right) \mathbf{V}\mathbf{s}_2$  seja nulo, para qualquer valor de  $\mathbf{s}_2$ , ou seja:

$$\mathcal{T} \left( \mathbf{h}^{(21)} \right) \mathbf{V}\mathbf{s}_2 = 0, \forall \mathbf{s}_2 \quad (5)$$

No VFDM, a matriz  $\mathbf{V}$  que atende a esta condição é a matriz de Vandermonde de dimensões  $(N + L) \times L$  dada por:

$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} 1 & \dots & 1 \\ a_1 & \dots & a_L \\ a_1^2 & \dots & a_L^2 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_1^{N+L-1} & \dots & a_L^{N+L-1} \end{bmatrix}, \quad (6)$$

em que  $\{a_1, a_2, \dots, a_L\}$  são raízes do polinômio:

$$S(z) = \sum_{k=0}^L h_k^{(21)} z^{(L-k)}, \quad (7)$$

com  $h_k^{(21)}$ , para  $k = 0, 1, \dots, L$ , representando os coeficientes do vetor  $\mathbf{h}^{(21)}$ . Esse vetor é estimado no transmissor  $\mathbf{T}\mathbf{x}_2$  conforme explicado em [5].

Substituindo (4) e (5) em (1), temos que o sinal recebido em  $\mathbf{R}\mathbf{x}_1$  é dado por:

$$\mathbf{r}_1 = \mathbf{F} \left( \mathcal{T} \left( \mathbf{h}^{(11)} \right) \mathbf{x}_1 + \mathbf{n}_1 \right) \quad (8)$$

Assim, vemos que o receptor  $\mathbf{R}\mathbf{x}_1$  recebe a informação advinda de  $\mathbf{T}\mathbf{x}_1$  sem qualquer interferência do sinal transmitido por  $\mathbf{T}\mathbf{x}_2$ .

Para contornar problemas de precisão numérica, adota-se a versão ortonormalizada de  $\mathbf{V}$ , obtida através de um processo de Gram-Schmidt [10], [11], [12] sobre a matriz  $\mathbf{V}$ . Este método será o adotado para a criação da matriz de codificação  $\mathbf{V}$  nas

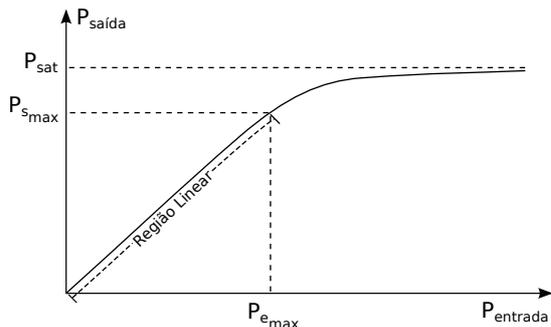


Fig. 2. Gráfico de Potência de Entrada × Potência de Saída em um Amplificador

simulações realizadas neste trabalho. Contudo, em [12] são mostrados outros métodos de criação do pré-codificador  $\mathbf{V}$ .

Detalhes sobre a detecção do sinal em  $\mathbf{R}\mathbf{x}_2$  são mostrados em [6].

#### IV. ESTUDO DA PAPR

Podemos definir a PAPR de um sinal transmitido  $\mathbf{x}$  como sendo:

$$PAPR(\mathbf{x}) = \frac{\max_{1 \leq n \leq N} (|x_n|^2)}{E\{|x_n|^2\}}, \quad (9)$$

considerando  $\mathbf{x}$  um vetor de variáveis aleatórias complexas com média nula de tamanho  $N$  e  $E\{\cdot\}$  o operador esperança. Durante a transmissão, o sinal passa por um amplificador de potência que possui uma resposta tal como mostrada na Fig. 2.  $P_{e,max}$  representa a máxima potência aplicada na entrada do amplificador capaz de gerar uma resposta razoavelmente linear,  $P_{s,max}$  é a potência de saída correspondente a  $P_{e,max}$  e  $P_{sat}$  a potência máxima de saída do amplificador.

#### A. PAPR em sistemas OFDM

O vetor  $\mathbf{s} = \{s_0, s_1, \dots, s_{N-1}\}$  de informação OFDM é modulado da seguinte forma:

$$x_n = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=0}^{N-1} s_k e^{j\frac{2\pi kn}{N}}, \quad (10)$$

para  $n \in [0, N-1]$ . Substituindo (10) em (9), temos que:

$$PAPR(\mathbf{x}) = \frac{1}{N\sigma_s^2} \max_{1 \leq n \leq N} \left( \sum_{k_1=0}^{N-1} \sum_{k_2=0}^{N-1} s_{k_1} s_{k_2}^* e^{j\frac{2\pi(k_1-k_2)n}{N}} \right) \quad (11)$$

resultando em:

$$PAPR(\mathbf{x}) \leq PAPR(\mathbf{x})_{max} = N \quad (12)$$

Como se pode ver a  $PAPR(\mathbf{x})_{max}$  depende diretamente do valor de  $N$ . Por exemplo, para  $N = 64$ , temos  $PAPR(\mathbf{x})_{max} = 64$ , aproximadamente igual a 17dB. Isso faz com que o transmissor tenha que limitar sua potência afim de não oferecer distorções ao sinal. Para o caso do exemplo citado, analisando-se um caso ideal, o transmissor teria que transmitir com uma atenuação de 17dB em relação à potência máxima de entrada do amplificador para não incorrer

em distorções no sinal, embora na prática, seja tolerável uma certa quantidade de distorções sobre o sinal. Além disso, vale salientar que o valor máximo teórico de PAPR de um sinal dificilmente ocorre.

Em [13], [14], [15] são mostradas deduções matemáticas das fórmulas da distribuição cumulativa complementar de probabilidade do PAPR de um sinal OFDM para um caso geral e uma para valores altos de  $N$ .

#### B. PAPR em sistemas VFDM

Seja  $\mathbf{x}$  um vetor de símbolos VFDM, definido como:

$$x_n = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=0}^{L-1} s_k m_{n,k} \quad (13)$$

em que  $m_{n,k}$ , para  $0 \leq n \leq N+L-1$  e  $0 \leq k \leq L$  são os elementos da matriz de codificação do VFDM ortonormalizada. Substituindo (13) em (9), obtemos:

$$PAPR(\mathbf{x}) = \frac{\max_{1 \leq n \leq N+L} \left( \sum_{k_1=0}^{L-1} \sum_{k_2=0}^{L-1} s_{k_1} s_{k_2}^* m_{n,k_1} m_{n,k_2}^* \right)}{\sigma_s^2 \sum_{k=0}^{L-1} |m_{n,k}|^2}. \quad (14)$$

#### V. RESULTADOS DA SIMULAÇÃO

Nesta seção, é apresentado um estudo, através de simulações computacionais, da PAPR dos sinais transmitidos utilizando a técnica de multiplexação VFDM e seu impacto na transmissão quando se considera um amplificador de potência com características não-lineares.

As primeiras simulações fazem uma análise da PAPR dos sinais VFDM, fazendo um comparativo com a dos sinais OFDM. Nestas simulações foram tomadas um milhão de amostras de sinais com potência unitária com símbolos utilizando uma modulação QAM, com símbolos  $(0, \dots, Q-1)$  retirados de uma distribuição uniforme.

Primeiramente, analisou-se o PAPR dos sinais transmitidos  $\mathbf{s}_1$  e  $\mathbf{s}_2$  variando-se o valor de  $N$ . Utilizou-se,  $L = 16$  e a modulação 4-QAM. Os resultados estão mostrados na Fig. 3. Podemos perceber claramente que a PAPR de um sinal VFDM é sempre maior que a de um sinal OFDM para um mesmo tamanho de  $N$ . Ademais, a variação na distribuição cumulativa complementar de probabilidade da PAPR que ocorre no transmissor  $\mathbf{T}\mathbf{x}_2$  quando  $N$  é aumentado é bem maior que no transmissor  $\mathbf{T}\mathbf{x}_1$ , indicando que no VFDM a aparição de altos picos no sinal se torna mais frequente com o aumento de  $N$  do que no OFDM. Isto se deve ao aumento dos expoentes das potências da matriz  $\mathbf{V}$  de codificação do VFDM.

Por conseguinte, realizou-se uma análise da distribuição cumulativa complementar de probabilidade da PAPR com a variação do tamanho da constelação. Para esta simulação, fixou-se  $N = 64$ ,  $L = 16$  e variou-se a modulação  $Q$ -QAM, para  $Q = 4, 8, 16$  e  $32$ . Na Fig. 4 observa-se que as mudanças nas distribuições cumulativas complementares de probabilidade de PAPR não são muito significativas para ambos os sinais OFDM e VFDM.

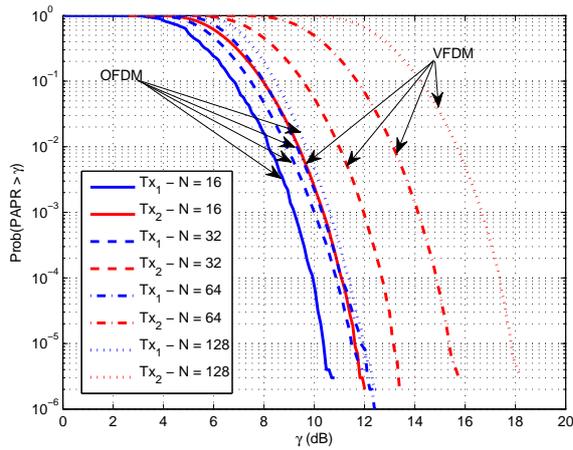


Fig. 3. Distribuição Cumulativa Complementar de Probabilidade de PAPR de  $s_1$  e  $s_2$  alterando-se o valor de  $N$

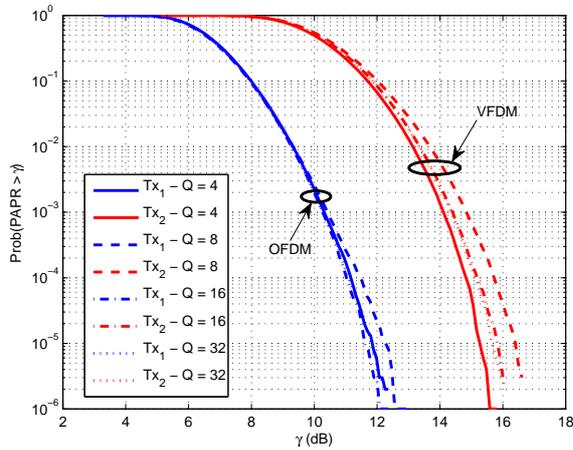


Fig. 4. Distribuição Cumulativa Complementar de Probabilidade de PAPR de  $s_1$  e  $s_2$  alterando-se o valor de  $Q$

Em seguida foram avaliados os efeitos do aumento do *delay spread*. Fixou-se  $N = 64$ ,  $Q = 16$  e variou-se o  $L$  entre os valores 4, 8, 16 e 32. Observou-se que o VFDM possui uma diminuição significativa no valor da distribuição cumulativa complementar de probabilidade da PAPR quando  $L$  é aumentado. Por outro lado, a PAPR do OFDM não varia com uma alteração em  $L$ , devido ao fato de a matriz  $\mathbf{F}$  de codificação do OFDM independer de  $L$ .

As próximas análises serão feitas na presença de um amplificador não-linear no transmissor  $\mathbf{T}\mathbf{x}_2$  usando o modelo de Saleh presente em [8], [9] e o conceito de IBO (*Input Backoff*, do inglês, Afastamento de Entrada). A IBO, definida como a razão entre a potência de entrada instantânea máxima e a potência média de entrada do amplificador, diz o quão a potência do sinal está afastada da potência de saturação do amplificador. Logo, quanto maior o valor da IBO, menor será a distorção sofrida pelo sinal na faixa não linear do amplificador.

O receptor VFDM usado consiste em um equalizador do tipo *Zero Forcing*. Além disso, afim de melhor analisar a performance do VFDM considera-se um fator  $\alpha$  atenuando a

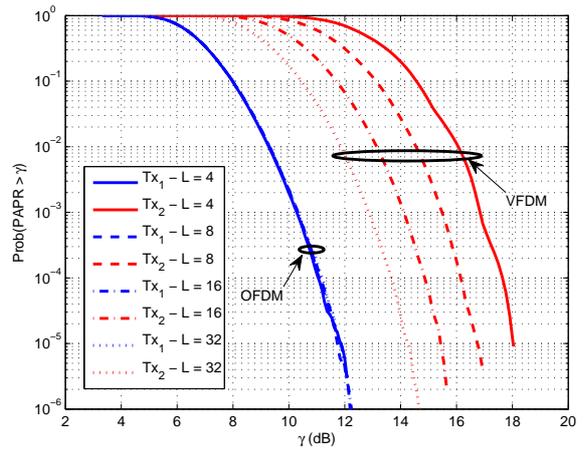


Fig. 5. Distribuição Cumulativa Complementar de Probabilidade de PAPR de  $s_1$  e  $s_2$  alterando-se o valor de  $L$

interferência advinda do transmissor  $\mathbf{T}\mathbf{x}_1$ , onde  $\alpha \in (0, 1)$  [6]. Assim, reescrevendo a equação (1), temos que o sinal recebido no receptor secundário é modelado como sendo:

$$\mathbf{r}_2 = \mathbf{F} \left( \alpha \mathcal{T} \left( \mathbf{h}^{(12)} \right) \mathbf{x}_1 + \mathcal{T} \left( \mathbf{h}^{(22)} \right) \mathbf{x}_2 + \mathbf{n}_2 \right). \quad (15)$$

Vale ressaltar que o valor de  $\alpha$  não exerce influência na PAPR dos sinais OFDM e VFDM, nem tampouco na recepção do sinal por parte do receptor  $\mathbf{R}\mathbf{x}_1$  e que o uso deste fator é apenas um artifício matemático para uma análise do sinal VFDM atenuando a interferência advinda do transmissor primário.

Nestas simulações foram realizadas 10000 iterações em uma simulação de Monte Carlo e o canal considerado possui uma resposta ao impulso com coeficientes tirados de uma distribuição Gaussiana complexa circular com média nula e variância unitária. Considera-se também que a potência de transmissão de ambos os sinais transmitidos em  $\mathbf{T}\mathbf{x}_1$  e  $\mathbf{T}\mathbf{x}_2$  são sempre iguais.

Primeiramente, analisou-se os efeitos do amplificador não-linear de  $\mathbf{T}\mathbf{x}_2$  na recepção do sinal por parte de  $\mathbf{R}\mathbf{x}_1$ . Para isso, fixou-se os valores  $N = 64$ ,  $Q = 4$ ,  $L = 16$ , variando apenas o valor da IBO (5, 10 e 15dB) e comparando os mesmos com o caso onde considera-se o amplificador linear, resultando nas taxas de erro de símbolo (TES) mostradas na Fig. 6. Podemos ver que, quando um amplificador não-linear é utilizado, o receptor  $\mathbf{R}\mathbf{x}_1$  possui uma saturação na TES para SNRs elevadas. Ou seja, a curva da taxa de erro tende a uma constante, indicando que, naqueles pontos, o fator limitante não é o ruído, mas sim as distorções não-lineares causadas pela alta PAPR do sinal VFDM de  $\mathbf{T}\mathbf{x}_2$ . Por outro lado, quando o um amplificador linear é considerado, tal saturação não existe. Este resultado mostra que a não-linearidade em  $\mathbf{T}\mathbf{x}_2$  quebra ortogonalidade dos sinais recebido por  $\mathbf{R}\mathbf{x}_1$ .

Investigou-se também os efeitos do amplificador não-linear de  $\mathbf{T}\mathbf{x}_2$  na detecção do sinal em  $\mathbf{R}\mathbf{x}_2$ , sob as mesmas condições de análise, alterando apenas o valor de  $\alpha$  para 0. Os resultados de TES estão mostrados na Fig. 7. Neste caso, mesmo com um amplificador linear, ocorre uma saturação na TES de  $\mathbf{T}\mathbf{x}_2$  para altas SNRs devido à interferência do transmissor  $\mathbf{T}\mathbf{x}_1$  no

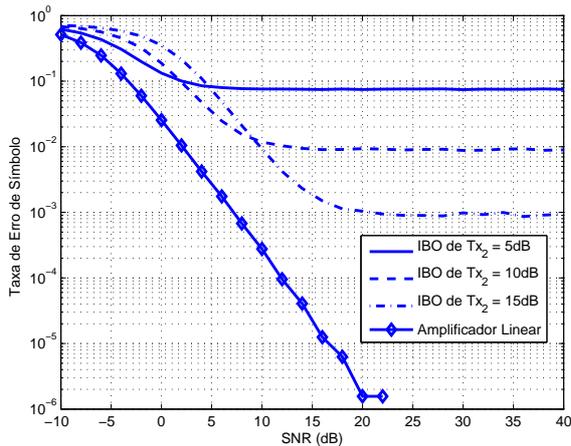


Fig. 6. Taxa de Erro de Símbolo de um sinal OFDM considerando um amplificador não-linear no transmissor  $Tx_2$

recebimento do sinal em  $Rx_2$ . Quando um amplificador não-linear é considerado, pode-se ver que a TES de  $Tx_2$  é maior do que no caso de um amplificador linear, mostrando que as distorções não-lineares também afetam a recepção de  $Tx_2$ .

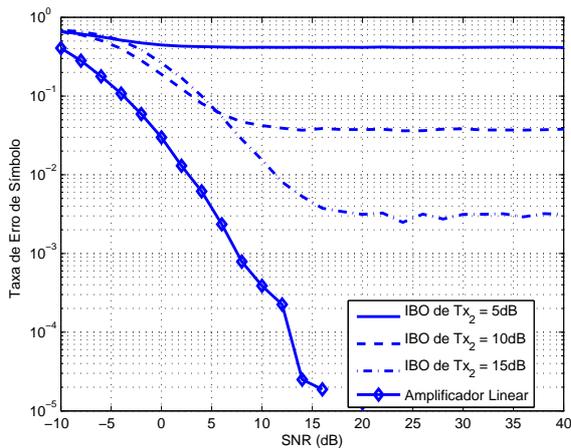


Fig. 7. Taxa de Erro de Símbolo de um sinal VFDM considerando um amplificador não-linear no transmissor  $Tx_2$  e  $\alpha = 0$

## VI. CONCLUSÕES

Neste artigo foi estudado o comportamento da PAPR de sinais VFDM, por meio de simulações computacionais. Ao final do estudo, concluiu-se que, para todas as configurações estudadas, os sinais VFDM possuem uma PAPR maior que a dos sinais OFDM. Vale salientar que a PAPR dos sinais VFDM apresentou uma maior sensibilidade a alterações nos valores de  $N$  e  $L$  do que a PAPR do OFDM. Além disso, foi analisado o impacto da alta PAPR dos sinais VFDM na taxa de erro de símbolo do sistema, considerando um amplificador não-linear para o usuário secundário. Foi constatado que as distorções não-lineares induzidas pelo amplificador no transmissor  $Tx_2$  quebram a ortogonalidade do sistema cognitivo e dificultam a recepção do sinal do usuário secundário. De fato, a taxa de

erro de símbolo de ambos os usuários sofreram importantes aumentos quando um amplificador não-linear é considerado.

Em trabalhos futuros pretende-se encontrar um modelo teórico probabilístico da PAPR de um sinal VFDM, assim como encontrar expressões teóricas para a taxa de erro de símbolo fornecida pelo sistema VFDM quando amplificadores não-lineares são considerados. Ademais, também pretende-se realizar um estudo de técnicas de redução de PAPR que possam ser aplicadas ao VFDM.

## REFERÊNCIAS

- [1] T. Strohmer e S. Beaver, "Optimal OFDM design for time-frequency dispersive channels", IEEE Transactions on Communications, vol. 51, n. 7, pag. 1111-1122, Julho 2003.
- [2] A. Pandharipande, "Principles of OFDM", IEEE Potentials, vol. 21, n. 2, pag. 16-19, Abril/Maio 2002.
- [3] Batarfere, M.; Baum, K.; Krauss, T.P.; , "Cyclic prefix length analysis for 4G OFDM systems", IEEE 60th Vehicular Technology Conference, vol. 1, pag. 543-547, Setembro, 2004.
- [4] L. Weiguang, W. Jun e L. Shaoqian, "Blind detection and estimation of OFDM signals in cognitive radio contexts", 2nd International Conference on Signal Processing Systems (ICSPS), vol. 2, pag. V2-347-V2-351, Julho, 2010
- [5] L. S. Cardoso, M. Kobayashi, Ø. Ryan e M. Debbah, "Vandermonde Frequency Division Multiplexing for Cognitive Radio" in Proceedings of the 9th IEEE Workshop on Signal Processing Advances in Wireless Communications (SPAWC'08), pag. 421-425, 2008.
- [6] L. S. Cardoso, F. R. P. Cavalcanti, M. Kobayashi e M. Debbah, "Vandermonde-Subspace Frequency Division Multiplexing Receiver Analysis", 2010 IEEE 21st International Symposium on Personal Indoor and Mobile Radio Communications (PIMRC), pag. 293-298, Setembro, 2010.
- [7] E. Bouquet, S. Haese, M. Drissi, C. Moullec e K. Sayegrih, "An Innovative and Low Complexity PAPR Reduction Technique for Multicarrier Systems", The 9th European Conference on Wireless Technology, pag. 162-165, Setembro, 2006.
- [8] D. W. Chi e P. Das, "Effect of Nonlinear Amplifier in Companded OFDM with Application to 802.11n WLAN", IEEE Global Telecommunications Conference (GLOBECOM), pag. 1-6, Novembro/Dezembro, 2009.
- [9] E. Costa e S. Pupolin, "M-QAM-OFDM system performance in the presence of a nonlinear amplifier and phase noise", IEEE Transactions on Communications, vol. 50, n. 3, pag. 462-472, Março, 2002
- [10] M. A. Hasan, "Families of orthonormalization algorithms", International Joint Conference on Neural Networks (IJCNN), pag. 1122-1127, Junho, 2009.
- [11] X. Huang, M. Caron e D. Hindson, "A recursive Gram-Schmidt orthonormalization procedure and its application to communications", 2001 IEEE Third Workshop on Signal Processing Advances in Wireless Communications (SPAWC'01), pag. 340-343, 2001
- [12] M. Kobayashi, M. Debbah, and S. Shamai, "Secured communication over frequency-selective fading channels: A practical Vandermonde precoding", EURASIP Journal on Wireless Communications and Networking, 2009.
- [13] H. Seok-Joong, J. Hyun-Seung, N. Jong-Seon, L. Dae-Woon e S. Dong-Joon, "Analysis of PAPR reduction performance of SLM schemes with correlated phase vectors", IEEE International Symposium on Information Theory (ISIT 2009), pag. 1540-1543, Junho.
- [14] J. Tao, Q. Daiming e G. Peng, "Distribution of peak-to-average power ratio and its applications in OFDM systems with unequal power allocation", The 5th Annual ICST Wireless Internet Conference (WICON), pag. 1-9, Março, 2010.
- [15] I. Gutman, e D. Wulich, "Distribution of PAPR in low order OFDM with non equal amplitudes", IEEE 26th Convention of Electrical and Electronics Engineers in Israel (IEEEI), pag. 165-169, Novembro, 2010.