

Modelos de Bloqueio para Ambientes Competitivos

Helio Waldman e Rodrigo C. Bortoletto

Resumo—Os modelos clássicos de Erlang são aplicáveis para o caso em que uma operadora única fornece canais para uma população de usuários. Assim sendo, eles pressupõem um modelo de negócios monopolístico. Neste trabalho, procuramos estender o modelo Erlang-B para o caso em que os canais são fornecidos por duas operadoras em ambiente competitivo de negócios. A análise é baseada na Teoria dos Jogos, e mostra que, na presença de assimetrias de custos, o jogo entre as operadoras tende a restaurar um monopólio competitivo, ainda que num grau de serviço (probabilidade de bloqueio) mais favorável que no monopólio estatutário.

Palavras-Chave—redes de telecomunicação, dimensionamento de redes, teoria de jogos, probabilidade de bloqueio, modelo de Markov, equilíbrio de Nash.

Abstract—The classical Erlang models are related to a situation in which a single operator supplies channels to a user population. Accordingly, they assume a monopolistic business model. In this work, we extend the Erlang-B model to a situation in which channels are supplied by two operators in a competitive business environment. The analysis is based on Game Theory and shows that, in the presence of cost asymmetries, the operators game tends to restore a competitive monopoly, although at a more favorable service level (blocking probability) than in a statutory monopoly.

Keywords—telecommunication networks, network dimensioning, game-theory, blocking probability, Markovian model, Nash equilibrium.

I. INTRODUÇÃO

A Internet se aproxima cada vez mais da visão de uma rede capaz de conectar “tudo” (inclusive “coisas”), de qualquer lugar (mobilidade), a qualquer momento, síncrona ou assincronamente. Essa visão vem se apoiando cada vez mais num conceito de utilidade pública conhecida como “Nuvem”. Na Nuvem, todos os elementos do suporte à Internet são vistos e tratados como serviços: o software (SaaS, ou “Software as a Service”), os dados (DaaS, ou “Data as a Service”), e a própria infraestrutura (IaaS, ou “Infrastructure as a Service”), dentre outros. Desta forma, são eliminados, ou ao menos reduzidos, os custos de propriedade (“ownership”) dos usuários.

Genericamente, espera-se que esses serviços sejam oferecidos em ambientes competitivos e globalizados de negócios, a fim de maximizar as economias de custos para os usuários, como em qualquer utilidade pública. Daí o interesse em se modelar a dinâmica da alocação de recursos de infraestrutura nesses ambientes, dado que as teorias clássicas de tráfego pressupõem a segmentação da infraestrutura pelas empresas proprietárias.

Helio Waldman, Universidade Federal do ABC - UFABC, Santo André, Brasil, E-mail: helio.waldman@ufabc.edu.br

Rodrigo C. Bortoletto, Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo - IFSP, Guarulhos, Brasil, E-mail: bortoletto@ifsp.edu.br

II. UM MODELO DE BLOQUEIO PARA DUOPÓLIO

A Figura 1b mostra uma representação do modelo clássico Erlang-B para um sistema com cinco canais, todos disponibilizados a uma população de usuários pela mesma operadora num ambiente monopolista de negócios. As chegadas de requisições são supostas poissonianas com intensidade v independentemente do estado em que se encontre o sistema. O estado do sistema é caracterizado pelo número de canais ocupados no instante considerado. Quando todos os canais estão ocupados (estado 5 no exemplo), as requisições são bloqueadas, de maneira que a probabilidade estacionária deste estado é a probabilidade de bloqueio do sistema. Todas chamadas apresentam duração exponencialmente distribuída com média 1, de maneira que a taxa de transição para o estado imediatamente inferior é dada pelo número de canais ocupados.

Sendo N o número de canais disponibilizados pela operadora única, a probabilidade estacionária do estado $i \in [0, N]$ será

$$p_i = \frac{v^i}{i!} \bigg/ \sum_{j=0}^N \frac{v^j}{j!} \quad (1)$$

Assim sendo, a probabilidade de bloqueio do sistema será dada pela famosa fórmula de Erlang:

$$P_b = p_N = \frac{v^N}{N!} \bigg/ \sum_{j=0}^N \frac{v^j}{j!} \quad (2)$$

A Figura 1a, por sua vez, generaliza este modelo para o caso de um duopólio, no qual os canais são disponibilizados por duas operadoras individualmente, cada uma com um dimensionamento independente da sua rede. Admitindo que as chegadas das requisições obedecem uma distribuição poissoniana, o modelo de duopólio pode ser representado por um sistema de Markov em tempo contínuo, como observado na Figura 1a para $(W_1, W_2) = (3, 2)$.

O sistema está no estado $((i, j)$, com $0 \leq i \leq W_1$ e $0 \leq j \leq W_2$, quando a operadora 1 tiver i canais ocupados e o a operadora 2 tiver j canais ocupados. Portanto, o número total de estados será $(W_1 + 1)(W_2 + 1)$. As intensidades dos tráfegos ofertados primariamente às operadoras 1 e 2 são respectivamente v_1 e v_2 , aqui considerados provisoriamente como dados, e sua soma é dada por $v = v_1 + v_2$.

A taxa de transição do estado (i, j) para o estado (k, l) será dada pelas seguintes equações:

$$\lambda_{(i,j),(k,l)} \begin{cases} v_1 \text{ se } k = i + 1, 0 \leq i \leq W_1, \text{ e } 0 \leq j = l < W_2; \\ v \text{ se } k = i + 1, 0 \leq i \leq W_1, \text{ e } j = l = W_2; \\ v_2 \text{ se } l = j + 1, 0 \leq i = k \leq W_1, \text{ e } 0 \leq j < W_2; \\ v \text{ se } l = j + 1, 0 \leq j < W_2, \text{ e } i = k = W_1; \\ v_1 \text{ se } k = i - 1, 0 \leq i \leq W_1; \\ v_2 \text{ se } l = j - 1, 0 \leq j \leq W_2; \\ 0, \text{ caso contrário} \end{cases} \quad (3)$$

Uma vez que as taxas de transição são definidas e os estados são indexados em uma ordem seqüencial unidimensional, a

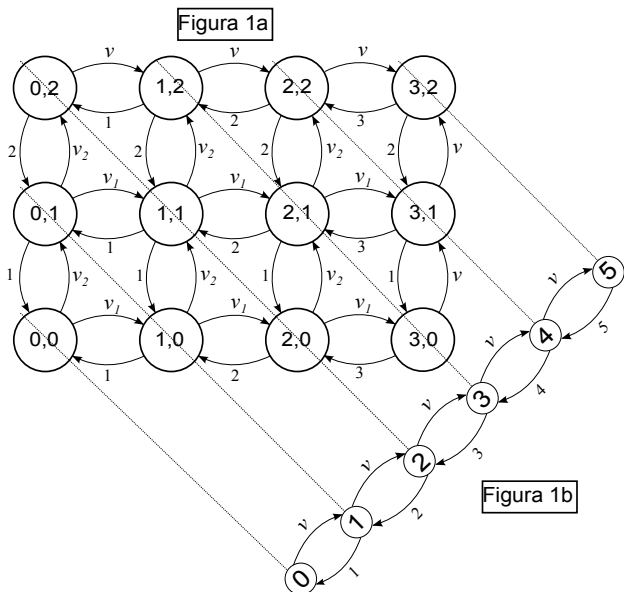


Fig. 1. (a) Processo de Markov para duas operadoras, (b) Todos os estados de cada U_k agrupados em um único estado k .

probabilidade do estado estacionário $p_{i,j}$ pode ser encontrada pela técnica de análise padrão de Markov [4].

A probabilidade de bloqueio P_{b1} e P_{b2} das operadoras 1 e 2 serão dadas por:

$$P_{b1} = \sum_{i=0}^{W_1} p_{iW_1} \tag{4}$$

$$P_{b2} = \sum_{i=0}^{W_1} p_{iW_2} \tag{5}$$

A probabilidade de bloqueio total (quando ambas operadoras bloqueiam a requisição) é dada pela equação 1 com $N = W_1 + W_2$, independentemente do número de canais individuais disponibilizados por cada operadora. Como a escolha da operadora não afeta a sua probabilidade de ser bloqueado por ambas, é natural supor que os usuários busquem uma operadora primária que os atenda imediatamente, evitando assim os custos inerentes a uma segunda tentativa de atendimento com outra operadora. Assim, o tráfego total será dividido entre as duas operadoras de acordo com um jogo, do qual resultarão os valores estacionários (de equilíbrio) para v_1 e v_2 .

III. 3. O JOGO DE DISTRIBUIÇÃO DO TRÁFEGO DOS USUÁRIOS

Se os usuários forem livres para escolher seus provedores de serviço primário a divisão do tráfego surgirá do resultado do jogo entre usuários.

Durante a operação, os usuários podem estimar a probabilidade de bloqueio de sua operadora principal através do seu histórico de bloqueio. No entanto, eles não sabem a probabilidade de bloqueio da operadora secundária, a não ser que este seja testado. Assumimos que os usuários podem ocasionalmente testar a probabilidade de bloqueio da operadora secundária, permitindo a comparação com a taxa de

bloqueio da sua operadora principal. Se a probabilidade de bloqueio da operadora secundária for inferior à probabilidade de bloqueio da operadora principal, o usuário irá trocar de operadora principal.

Com o objetivo de testar a probabilidade de bloqueio da operadora secundária, o usuário terá que tornar a operadora secundária sua operadora principal temporariamente até estimar de forma confiável sua probabilidade de bloqueio. A estratégia do usuário tem como objetivo minimizar sua probabilidade de bloqueio pela sua operadora primária. Nesta circunstância, o equilíbrio surgirá quando nenhum dos usuários tiver incentivos para mudar de operadora principal (primária). Em teoria de jogos, chamamos esta situação de equilíbrio de Nash.

A Figura 2 mostra as probabilidades de bloqueio P_{b1} e P_{b2} como funções de v_1 quando $v = 8$, para $(W_1, W_2) = (5, 3)$.

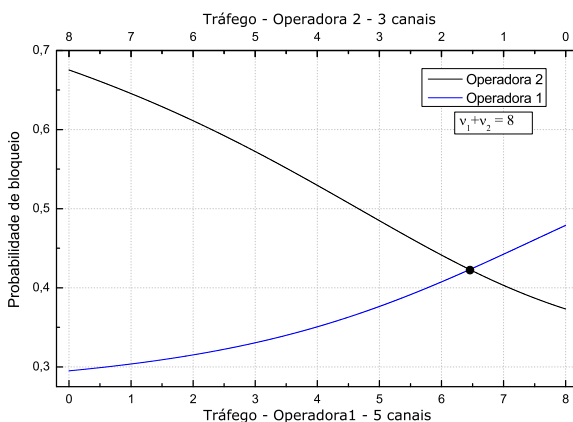


Fig. 2. Probabilidade de bloqueio suave das duas operadoras quando $(C_1, C_2) = (5, 3)$.

Na Figura 2 onde a operadora 1 tem 5 canais e a operadora 2 apenas 3. Vemos que à medida que v_1 cresce de 0 a 8 Erlang, a probabilidade de bloqueio suave (primário) da operadora 1 sobe e a da operadora 2 decresce, havendo um ponto de cruzamento entre as duas curvas. Se considerarmos um valor de v_1 qualquer à esquerda deste ponto, vemos que neste ponto os usuários da operadora 2 têm uma probabilidade de bloqueio superior aos da operadora 1, e portanto tenderão a trocar de operadora, ao passo que os da operadora 1 devem manter suas posições. Assim sendo, o tráfego v_2 tende a cair enquanto v_1 tende a aumentar, movendo o ponto de operação do sistema para a direita, ou seja, na direção do ponto de cruzamento. O inverso ocorre à direita do ponto de cruzamento, levando-nos à conclusão de que o ponto de cruzamento abriga um equilíbrio de Nash, no qual ambas operadoras apresentam a mesma probabilidade de bloqueio primária, de maneira que não há incentivo para que nenhum usuário troque de operadora primária. Observe que neste ponto a operadora 1 captura cerca de 80% do tráfego primário, apesar de disponibilizar apenas 62,5% dos canais (5 em 8).

Já na Figura 3 as probabilidades de bloqueio P_{b1} e P_{b2} se mantem como funções de v_1 quando $v = 8$, mas $(W_1, W_2) = (7, 1)$.

No caso da Figura 3, a operadora 1 disponibiliza 7 canais e a operadora 2 bloqueará mais

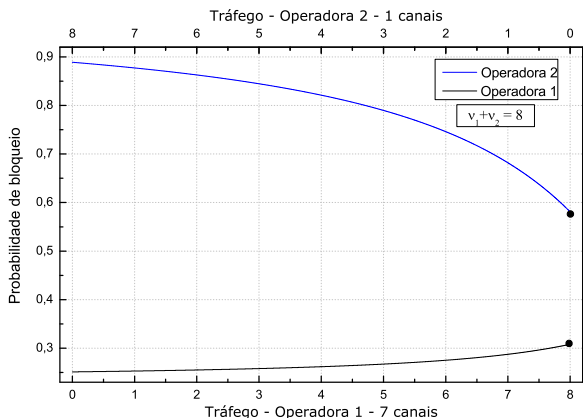


Fig. 3. Probabilidade de bloqueio suave das duas operadoras quando $(C_1, C_2) = (7, 1)$.

que a operadora 1 para qual quer valor de v_1 , de maneira que v_1 aumentará até atingir o valor máximo $v = 8$. Neste ponto haverá também um equilíbrio de Nash, mas as probabilidades de bloqueio não serão iguais. Isto ocorre porque o atendimento do tráfego de overflow da operadora 1 é suficiente para manter o único canal da operadora 2 indisponível por mais tempo que o sétimo canal da operadora 1. Assim, a operadora 1 será capaz de capturar 100% do tráfego primário no equilíbrio, apesar de disponibilizar apenas 87,5% dos canais (7 em 8), devendo a operadora 2 atender apenas tráfego secundário. Concluímos que o jogo dos usuários acaba favorecendo as operadoras maiores.

IV. O JOGO ENTRE DUAS OPERADORAS

Chama-se a taxa de admissão de chamadas das operadoras 1 e 2, respectivamente, como $R_1(v_1, v_2)$ e $R_2(v_1, v_2)$. Uma vez que supomos a duração média de chamadas unitária, podemos dizer pela Lei de Little que $R_1(v_1, v_2)$ e $R_2(v_1, v_2)$ também representam o número médio de clientes que estão sendo servidos, respectivamente, pelas operadoras 1 e 2 em um determinado momento. Além disso, a partir do momento que se supõem receita de qualquer chamada como sendo unitária, $R_1(v_1, v_2)$ e $R_2(v_1, v_2)$ também representam as taxas das receitas arrecadadas, respectivamente, pelas operadoras 1 e 2.

A partir do modelo markoviano e das equações 4 e 5, observamos que as taxas de admissão de chamadas pelas operadoras 1 e 2 são dadas por:

$$R_1(v_1, v_2) = v_1(1 - P_{b1}) + v_2(P_{b2} - P_b) \quad (6)$$

$$R_2(v_1, v_2) = v_1(1 - P_{b2}) + v_2(P_{b1} - P_b) \quad (7)$$

O modelo teórico do jogo fornece meios para estimar os valores de estado estacionário de v_1 , v_2 , P_{b1} e P_{b2} , assim como P_b , dados os números de canais W_1 e W_2 fornecidos, respectivamente, pelas operadoras 1 e 2. Portanto, pode-se obter o valor do lucro $T_1(W_1, W_2)$ e $T_2(W_1, W_2)$ alcançado pelas operadoras 1 e 2 segundo

$$T_1(W_1, W_2) = R_1(W_1, W_2) - s_1W_1 \quad (8)$$

$$T_2(W_1, W_2) = R_2(W_1, W_2) - s_2W_2 \quad (9)$$

onde s_1 e s_2 são os custos unitários incorridos pelas operadoras 1 e 2, respectivamente, para disponibilizar um canal por unidade de tempo.

As Tabelas 1 a 3 mostram, em cada célula, as lucratividades T_1 e T_2 das duas operadoras em função de suas estratégias de dimensionamento, representadas pelos respectivos números W_1 e W_2 de canais disponibilizados, que indexam respectivamente as linhas e as colunas das tabelas. Cada célula representa um perfil de estratégias puras das operadoras. É possível também considerar as chamadas estratégias mistas, na qual a operadora sorteia sua estratégia de acordo com distribuições de probabilidade sobre o seu espaço de estratégias puras.

Essas tabelas representam a chamada “forma normal” da representação do jogo entre duas operadoras que busquem maximizar seus lucros através das estratégias de dimensionamento de suas redes. Através delas, é possível analisar a existência de situações que representem estados de equilíbrio entre as operadoras, e o respectivo desempenho no atendimento dos usuários. É possível também analisar o impacto de eventuais assimetrias de custos entre as operadoras sobre a sua capacidade de competir.

Se uma célula tiver um valor de T_1 que seja o máximo em sua coluna e um valor de T_2 que seja o máximo em sua linha, nenhuma das operadoras terá incentivo em mudar a sua estratégia se acreditar que a outra também não vai mudar. Neste caso, teríamos um equilíbrio de Nash entre estratégias puras. A inspeção das tabelas 1 a 3, porém, revela que este equilíbrio não existe para os casos estudados. A teoria dos jogos, neste caso, garante a existência de um equilíbrio entre estratégias mistas, que não parece relevante no caso.

Na prática, é pouco provável que as operadoras possam construir essas tabelas, uma vez que elas não têm acesso às informações sobre os custos nem o dimensionamento das redes das concorrentes, a menos que elas sejam fornecidas por uma autoridade reguladora. No entanto, as tabelas mostram o que elas deveriam fazer para maximizar seus lucros enquanto suas concorrentes mantiverem suas posições. Assim, as tabelas nos permitem analisar a dinâmica de um jogo hipotético no qual cada concorrente tivesse acesso às informações das concorrentes.

Podemos assim usar as tabelas para analisar jogos com lances alternados em que as operadoras maximizem seus lucros em cada lance enquanto a oponente aguarde a sua vez de jogar. Essa análise revela um jogo bastante instável, gerando ciclos (“loops”) de lances com grandes movimentações [9]. Entretanto, é possível identificar estratégias em que uma operadora busque uma situação que a favoreça levando em conta o próximo lance do seu oponente. Esta análise mostra uma tendência de degradação do duopólio num monopólio “competitivo”, que favorece a operadora com menores custos.

V. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O advento da Nuvem traz a necessidade de integração de diversos serviços numa estrutura única que abrigue e articule diversos atores num ambiente competitivo de provimento de

TABELA I

A FORMA NORMAL DO JOGO ENTRE OPERADORAS QUANDO $v = 5, s_1 = s_2 = 0, 20$.

Coluna	0		1		2		3		4		5		6		7		8		9		10		11		12		13		14			
Linha	Op.1	Op.2	Op.1	Op.2	Op.1	Op.2	Op.1	Op.2	Op.1	Op.2	Op.1	Op.2	Op.1	Op.2	Op.1	Op.2	Op.1	Op.2	Op.1	Op.2	Op.1	Op.2	Op.1	Op.2	Op.1	Op.2	Op.1	Op.2	Op.1	Op.2	Op.1	Op.2
0	0	0	0	0,6	0	1,2	0	1,8	0	2,2	0	2,6	0	2,8	0	3	0	3	0	3	0	2,9	0	2,8	0	2,6	0	2,4	0	2,2		
1	0,6	0	0,6	0,5	1,2	0,5	1,8	0,4	2,2	0,3	2,6	0,2	2,8	0,1	3	0	3	-0,1	3	-0,1	2,9	-0,2	2,8	-0,2	2,6	-0,2	2,4	-0,2	2,2	-0,2		
2	1,2	0	1,2	0,5	1,1	0,9	1,7	0,7	2,1	0,5	2,5	0,3	2,8	0,1	2,9	-0,1	3	-0,2	2,9	-0,3	2,8	-0,3	2,7	-0,3	2,5	-0,4	2,4	-0,4	2,2	-0,4		
3	1,8	0	1,8	0,5	1,7	0,9	1,4	1,4	1,2	1,8	0,9	2,2	0,6	2,4	0,4	2,5	0,2	2,6	0	2,6	-0,2	2,6	-0,3	2,5	-0,4	2,4	-0,4	2,2	-0,5	2,1		
4	2,2	0	2,2	0,4	2,1	0,7	1,8	1,2	1,5	1,5	1,2	1,8	0,9	2	0,6	2,1	0,4	2,2	0,2	2,2	0	2,2	-0,2	2,2	-0,3	2,1	-0,4	2	-0,5	1,9		
5	2,6	0	2,6	0,3	2,5	0,5	2,2	0,9	1,8	1,2	1,5	1,5	1,1	1,6	0,8	1,8	0,5	1,9	0,3	1,9	0,1	1,9	-0,1	1,9	-0,2	1,8	-0,4	1,8	-0,5	1,7		
6	2,8	0	2,8	0,2	2,8	0,3	2,4	0,6	2	0,9	1,6	1,1	1,3	1,3	1	1,4	0,7	1,5	0,4	1,6	0,2	1,6	0	1,6	-0,2	1,6	-0,3	1,5	-0,5	1,5		
7	3	0	3	0,1	2,9	0,1	2,5	0,4	2,1	0,6	1,8	0,8	1,4	1	1,1	1,1	0,8	1,2	0,5	1,3	0,3	1,3	0,1	1,3	-0,1	1,3	-0,3	1,3	-0,4	1,2		
8	3	0	3	0	3	-0,1	2,6	0,2	2,2	0,4	1,9	0,5	1,5	0,7	1,2	0,8	0,9	0,9	0,6	1	0,4	1	0,2	1	0	1	-0,2	1	-0,4	1		
9	3	0	3	-0,1	2,9	-0,2	2,6	0	2,2	0,1	1,9	0,3	1,6	0,4	1,3	0,5	1	0,6	0,7	0,7	0,5	0,7	0,2	0,8	0	0,8	-0,2	0,8	-0,4	0,8		
10	2,9	0	2,9	-0,1	2,8	-0,3	2,6	-0,2	2,2	0	1,9	0,1	1,6	0,2	1,3	0,3	1	0,4	0,7	0,5	0,5	0,5	0,3	0,5	0,1	0,5	-0,1	0,5	-0,3	0,5		
11	2,8	0	2,8	-0,2	2,7	-0,3	2,5	-0,3	2,2	-0,2	1,9	-0,1	1,6	0	1,3	0,1	1	0,2	0,8	0,2	0,5	0,3	0,3	0,3	0,1	0,3	-0,1	0,3	-0,3	0,3		
12	2,6	0	2,6	-0,2	2,5	-0,3	2,4	-0,4	2,1	-0,3	1,8	-0,2	1,6	-0,2	1,3	-0,1	1	0	0,8	0	0,5	0,1	0,3	0,1	0,1	0,1	-0,1	0,1	-0,3	0,1		
13	2,4	0	2,4	-0,2	2,4	-0,4	2,2	-0,4	2	-0,4	1,8	-0,4	1,5	-0,3	1,3	-0,3	1	-0,2	0,8	-0,2	0,5	-0,1	0,3	-0,1	0,1	-0,1	-0,1	-0,1	-0,3	-0,1		
14	2,2	0	2,2	-0,2	2,2	-0,4	2,1	-0,5	1,9	-0,5	1,7	-0,5	1,5	-0,5	1,2	-0,4	1	-0,4	0,8	-0,4	0,5	-0,3	0,3	-0,3	0,1	-0,3	-0,1	-0,3	-0,3	-0,3		

TABELA II

A FORMA NORMAL DO JOGO ENTRE OPERADORAS QUANDO $v = 5, s_2 = 0, 75 s_1 = 0, 15$.

Coluna	0		2		4		6		8		9		10		12		14		16		18	
Linha	Op.1	Op.2	Op.1	Op.2	Op.1	Op.2	Op.1	Op.2	Op.1	Op.2	Op.1	Op.2	Op.1	Op.2	Op.1	Op.2	Op.1	Op.2	Op.1	Op.2	Op.1	Op.2
0	0	0	0	1,3	0	2,4	0	3,1	0	3,4	0	3,5	0	3,4	0	3,2	0	2,9	0	2,6	0	2,3
2	1,2	0	1,1	1,2	0,7	2,3	0,3	3,1	-0,1	3,4	-0,2	3,4	-0,3	3,3	-0,3	3,1	-0,4	2,9	-0,4	2,6	-0,4	2,3
4	2,2	0	2,1	0,8	1,5	1,7	0,9	2,3	0,4	2,6	0,2	2,7	0	2,7	-0,3	2,7	-0,5	2,6	-0,6	2,4	-0,7	2,2
6	2,8	0	2,8	0,4	2	1,1	1,3	1,6	0,7	1,9	0,4	2	0,2	2,1	-0,2	2,2	-0,5	2,2	-0,7	2,1	-0,9	2
8	3	0	3	0	2,2	0,6	1,5	1	0,9	1,3	0,6	1,4	0,4	1,5	0	1,6	-0,4	1,7	-0,7	1,7	-0,9	1,6
10	2,9	0	2,8	-0,2	2,2	0,2	1,6	0,5	1	0,8	0,7	0,9	0,5	1	0,1	1,1	-0,3	1,2	-0,7	1,3	-0,9	1,2
12	2,6	0	2,5	-0,2	2,1	-0,1	1,6	0,1	1	0,4	0,8	0,5	0,5	0,6	0,1	0,7	-0,3	0,8	-0,7	0,9	-1	0,9
14	2,2	0	2,2	-0,3	1,9	-0,3	1,5	-0,2	1	0	0,8	0,1	0,5	0,2	0,1	0,3	-0,3	0,4	-0,7	0,5	-1	0,5
16	1,8	0	1,8	-0,3	1,6	-0,4	1,3	-0,4	0,9	-0,3	0,7	-0,2	0,5	-0,2	0,1	-0,1	-0,3	0	-0,7	0,1	-1	0,1
18	1,4	0	1,4	-0,3	1,3	-0,5	1,1	-0,6	0,7	-0,5	0,5	-0,5	0,3	-0,4	0	-0,4	-0,4	-0,3	-0,8	-0,2	-1,1	-0,2

TABELA III

A FORMA NORMAL DO JOGO ENTRE OPERADORAS QUANDO $v = 5, s_2 = 0, 50 s_1 = 0, 10$.

Coluna	0		2		4		6		8		10		12		14		16		18		20		22		24		26			
Linha	Op.1	Op.2	Op.1	Op.2	Op.1	Op.2	Op.1	Op.2	Op.1	Op.2	Op.1	Op.2	Op.1	Op.2	Op.1	Op.2	Op.1	Op.2	Op.1	Op.2	Op.1	Op.2	Op.1	Op.2	Op.1	Op.2	Op.1	Op.2	Op.1	Op.2
0	0	0	0	1,4	0	2,6	0	3,4	0	3,8	0	3,9	0	3,8	0	3,6	0	3,4	0	3,2	0	3	0	2,8	0	2,6	0	2,4		
2	1,2	0	1,1	1,3	0,7	2,5	0,3	3,4	-0,1	3,8	-0,3	3,8	-0,3	3,7	-0,4	3,6	-0,4	3,4	-0,4	3,2	-0,4	3	-0,4	2,8	-0,4	2,6	-0,4	2,4		
4	2,2	0	2,1	0,9	1,5	1,9	0,9	2,6	0,4	3	0	3,2	-0,3	3,3	-0,5	3,3	-0,6	3,2	-0,7	3,1	-0,8	3	-0,8	2,8	-0,8	2,6	-0,8	2,4		
6	2,8	0	2,8	0,5	2	1,3	1,3	1,9	0,7	2,3	0,2	2,6	-0,2	2,8	-0,5	2,9	-0,7	2,9	-0,9	2,9	-1	2,8	-1,1	2,7	-1,1	2,5	-1,1	2,3		
8	3	0	3	0,1	2,2	0,8	1,5	1,3	0,9	1,7	0,4	2	0	2,2	-0,4	2,4	-0,7	2,5	-0,9	2,5	-1,1	2,5	-1,2	2,4	-1,4	2,4	-1,4	2,2		
10	2,9	0	2,8	-0,1	2,2	0,4	1,6	0,8	1	1,2	0,5	1,5	0,1	1,7	-0,3	1,9	-0,7	2,1	-0,9	2,1	-1,2	2,2	-1,4	2,2	-1,5	2,1	-1,6	2		
12	2,6	0	2,5	-0,1	2,1	0,1	1,6	0,4	1	0,8	0,5	1,1	0,1	1,3	-0,3	1,5	-0,7	1,7	-1	1,8	-1,2	1,8	-1,5	1,9	-1,7	1,9	-1,8	1,8		
14	2,2	0	2,2	-0,2	1,9	-0,1	1,5	0,1	1	0,4	0,5	0,7	0,1	0,9	-0,3	1,1	-0,7	1,3	-1	1,4	-1,3	1,5	-1,5	1,5	-1,8	1,6	-2	1,6		
16	1,8	0	1,8	-0,2	1,6	-0,2	1,3	-0,1	0,9	0,1	0,5	0,3	0,1	0,5	-0,3	0,7	-0,7	0,9	-1	1	-1,3	1,1	-1,6	1,2	-1,9	1,3	-2,1	1,3		
18	1,4	0	1,4	-0,2	1,3	-0,3	1,1	-0,3	0,7	-0,1	0,3	0,1	0	0,2	-0,4	0,4	-0,8	0,6	-1,1	0,7	-1,4	0,8	-1,7	0,9	-2	1	-2,2	1		
20	1	0	1	-0,2	1	-0,4	0,8	-0,4	0,5	-0,3	0,2	-0,2	0	-0,2	0	-0,5	0,1	-0,9	0,3	-1,2	0,4	-1,5	0,5	-1,8	0,6	-2,1	0,7	-2,3		
22	0,6	0	0,6	-0,2	0,6	-0,4	0,5	-0,5	0,2	-0,4	0	-0,4	-0,3	-0,3	-0,7	-0,1	-1	0	-1,3	0,1	-1,6	0,2	-1,9	0,3	-2,2	0,4	-2,4	0,4		
24	0,2	0	0,2	-0,2	0,2	-0,4	0,1	-0,5	0	-0,6	-0,3	-0,5	-0,5	-0,5	-0,8	-0,4	-1,1	-0,3	-1,4	-0,2	-1,7	-0,1	-2	0	-2,3	0,1	-2,6	0,2		
26	-0,2	0	-0,2	-0,2	-0,2	-0,4	-0,2	-0,6	-0,4	-0,6	-0,5	-0,7	-0,8	-0,6	-1	-0,6	-1,3	-0,5	-1,6	-0,4	-1,9	-0,3	-2,2	-0,2	-2,5	-0,1	-2,7	-0,1		

uma nova utilidade pública. Neste contexto, as decisões de alocação de recursos são moldadas tanto pela engenharia dos sistemas como pelos modelos de negócios que emolduram o provimento dos serviços.

Este trabalho procura estender alguns modelos clássicos de dimensionamento de redes para uma versão especulativa desse novo contexto, que leva em conta, na engenharia do sistema, as ações de entes habilitados para fazer escolhas que impactam a qualidade do serviço prestado a uma comunidade de usuários, num ambiente dinâmico e competitivo de negócios.

Os resultados evidenciam o potencial de utilização da Teoria dos Jogos na análise dos equilíbrios e eventuais desequilíbrios e instabilidades que podem resultar da integração de diversas operadoras independentes numa estrutura única de provimento

de serviços.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem o apoio do CNPq, da CAPES, do IFSP e da UFABC.

REFERÊNCIAS

[1] J. Laffont, e J. Tirole, *Competition in telecommunications*. The MIT Press, 2001.
 [2] A. Erlang, *Solution of some problems in the theory of probabilities of significance in automatic telephone exchanges*, The Post Office Electrical Engineers Journal, 1918.
 [3] H. Waldman, R.C. Bortoletto e G. S. Pavani, *Dimensioning of optical networks under unconstrained blocking probabilities*, em: International Conference on Transparent Optical Networks, 2010, Munique, Alemanha. Proceedings of ICTON 2010, 2010.

- [4] A. Kumar, D. Manjunath, e J. Kuri, *Communication networking: an analytical approach*, Morgan Kaufmann, 2004.
- [5] H. Waldman, R. C. Bortoletto e G. S. Pavani, *Network capacity planning under competition*, em: Asia Communications and Photonics Conference and Exhibition, Xangai, China. Proceedings of ACP 2010, 2010.
- [6] R. C. Bortoletto, *Um estudo sobre o dimensionamento de redes em ambientes competitivos*, Tese de mestrado, UFABC, Brazil, 2010.
- [7] D. Bertsekas and R. Gallager, *Data Networks*, 2nd. Edição, Prentice-Hall International, 1997.
- [8] J. Watson, *Strategy: an Introduction to Game Theory*, 2nd Edição, Norton, 2008.
- [9] H. Waldman and R.C. Bortoletto, *Uma Abordagem para o Planejamento da Capacidade de Redes em Ambientes Competitivos com Base na Teoria de Jogos*, em Simpósio Brasileiro de Telecomunicações, 2012, Brasília, Brasil. Anais do XXX SBrT 2012, 2012, Aceito para publicação.