

Codificação Cooperativa utilizando Códigos LDPC Quasi-Cíclicos Irregulares Construídos a partir de Sequências de Barker

Esdras Nicoletto da Cunha
Renato Baldini Filho
DECOM-FEEC-UNICAMP
Av. Albert Einstein, 400
13.083-852 Campinas - SP - Brasil
esdrasnic@gmail.com
baldini@decom.fee.unicamp.br

Resumo: Comunicação cooperativa é uma técnica de compartilhamento de recursos de uma rede de comunicações que cria diversidade espacial para aumentar a confiabilidade de um enlace de transmissão. Esta técnica faz uso da retransmissão total ou parcial dos dados transmitidos entre a fonte e o destino, explorando os nós intermediários disponíveis, o que multiplica o número de caminhos que estes dados percorrem para chegar ao seu destino. Com a recepção dos dados provenientes destes diversos caminhos, o receptor no destino pode utilizar algum método conhecido de detecção para extrair a informação com maior grau integridade. A codificação cooperativa é definida como um processo de codificação para correção de erro que explora de modo eficiente a diversidade espacial produzida pela comunicação cooperativa. Existem vários tipos de codificação que podem ser usados neste processo, sendo alguns notoriamente considerados mais eficientes, tais como: códigos turbo, códigos de verificação de paridade de baixa densidade (LDPC), Reed-Solomon, etc. Neste trabalho apresentamos dois esquemas de codificação cooperativa baseados em códigos LDPC quasi-cíclicos irregulares binários e quaternários. As matrizes H de verificação de paridade destes códigos são construídas com base nas sequências de Barker. Resultados preliminares mostram ganhos significativos de desempenho em relação ao esquema de transmissão direto, além de vantagens de implementação tanto do codificador como do decodificador iterativo.

Abstract: Cooperative communication is a sharing resource technique of a communications network that creates spatial diversity to increase the reliability of a transmission link. This technique makes use of the full or partial data retransmission between the source and destination by exploring the available intermediate nodes, which multiplies the number of paths that these data takes to reach the destination. Then at the destination, a receiver can extract the information from the copies produced by those various paths with a higher degree integrity. Cooperative coding is defined as an error correction encoding process which explores efficiently the spatial diversity produced by the cooperative communication. There are many efficient types of error correction encoding processes that can be used in cooperative coding, such as turbo codes, low density parity check codes (LDPC), Reed Solomon, etc. This paper presents two cooperative coding schemes based on binary and quaternary irregular quasi-cyclic LDPC codes that present some implementation advantages over its counterparts in

the literature. The parity check matrixes H of these codes are built based on Barker sequences. Preliminary results have shown significant performance gains with respect to the direct transmission scheme, and implementation advantages of both the encoder and iterative decoder.

Palavras Chaves — Cooperação codificada, codificação cooperativa, comunicação cooperativa, códigos QC-LDPC, códigos de Barker.

I. INTRODUÇÃO

O conceito básico da comunicação cooperativa é fazer com que dispositivos em uma rede comunicações compartilhem seus recursos de transmissão e recepção com o intuito de criar diversidade espacial, de modo a aumentar a confiabilidade da informação enviada por um enlace de comunicação. Por conseguinte, a comunicação cooperativa gera diversidade espacial, quando o sinal gerado pela fonte é recebido por nós intermediários distintos e reenviados para o destino. Assim, ao receber as versões independentes deste sinal, o destino combina-as para obter a melhor estimativa possível da informação enviada pela fonte [1], [2], [3], [4].

A Figura 1 mostra um sistema simples de comunicação cooperativa composto de dois usuários parceiros enviando dados a um destino comum. Cada usuário transmite os seus próprios dados e, em função da sua disponibilidade, eles podem cooperar retransmitindo os dados do seu parceiro. Por exemplo, o usuário 1 transmite por radiodifusão os seus dados para o destino e para o usuário 2. Se o usuário 2 estiver disponível para a cooperação, ele recebe estes dados, que podem ser processados ou não para reduzir os efeitos do ruído e interferências oriundos do canal, e depois retransmitidos para o destino. No destino, os sinais enviados pelos usuários 1 e 2 são recebidos e combinados para obter a melhor estimativa possível da informação gerada pelo usuário 1 [1], [2], [3], [4]. Note que os papéis dos usuários 1 e 2 podem ser trocados ou que a cooperação entre usuários pode ser feita de modo simultâneo.

Existem basicamente três métodos de cooperação entre usuários: o de detecção e retransmissão, o de amplificação e retransmissão e o de cooperação codificada [1], [2].

O método de amplificação e retransmissão é o mais simples e menos eficiente. O usuário 2 (intermediário) recebe uma versão ruidosa do sinal radiodifundido pelo usuário 1, que é simplesmente filtrada para limitar o ruído e amplificada antes de ser retransmitida para o destino. Não há, portanto, nenhum tipo de detecção ou tratamento da mensagem enviada pelo usuário 1. O destino, por sua vez, recebe os sinais provenientes do usuário 1 e do intermediário, combina-os e faz uma estimativa da informação transmitida.

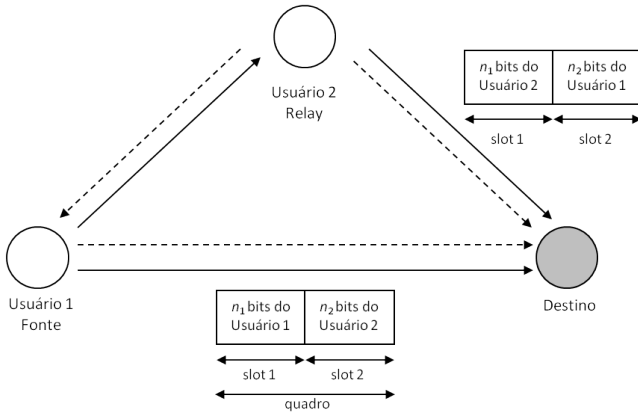


Fig. 1. Sistema de cooperação entre dois usuários

O método de detecção e retransmissão é mais eficiente que o método acima, pois o usuário intermediário recebe o sinal enviado pelo usuário 1, detecta-o e passa-o por um processo de decisão de forma a minimizar o efeito do ruído e das interferências, obtendo assim uma sequência de símbolos. Em seguida, estes símbolos são novamente modulados e reenviados para o destino. No destino os sinais recebidos dos usuários 1 e 2 são combinados para fazer a estimativa da informação transmitida.

O método de codificação cooperativa (ou cooperação codificada) integra a diversidade espacial produzida pela cooperação com um processo de codificação de canal, sendo, portanto, o mais eficiente, em termos de confiabilidade da informação, dos três métodos. Na cooperação codificada, o usuário 1 envia a sua informação codificada para o usuário intermediário e o destino. No nó intermediário a informação é decodificada, corrigindo possíveis erros introduzidos, recodificada e modulada para ser enviada para o destino. No destino, as duas sequências codificadas provenientes do usuário 1 e 2 são combinadas e decodificadas, obtendo uma melhor estimativa da informação enviada. Note ainda que não existe a necessidade da codificação realizada pelo usuário 2 ser a mesma da realizada pelo usuário 1.

Como o estudo realizado neste trabalho é voltado para o processo de codificação na transmissão da informação, o sistema apresentado na Figura 1 pode ser simplificado, sem perda de generalidade, para um esquema em que é considerado apenas um usuário gerando informação (fonte) a ser transmitida para o destino e outro responsável pelo processo de retransmissão (*relay*). O *relay* coopera com a fonte de forma total ou parcial, utilizando todos ou parte de seus recursos na retransmissão, respectivamente.

Os dados da fonte e do *relay* são transmitidos em quadros de comprimento de n bits. Cada quadro pode ser dividido em dois slots de comprimento n_1 e n_2 bits, de forma que $n = n_1 + n_2$. Se houver a cooperação, o *relay* pode fornecer um ou

ambos slots para a retransmissão dos dados recebido da fonte, dependendo da disponibilidade e da estratégia adotada pelo esquema de cooperação. Deste modo, a cooperação codificada pode ser muito flexível em termos de taxa de codificação [1].

Supõe-se que a fonte transmite por radiodifusão uma sequência de k bits de informação codificados em uma palavra-código c_1 de n bits, $n \geq k$, para ambos *relay* e destino. A taxa de codificação na fonte é $r_c = k/n$. No *relay*, a palavra-código corrompida por ruído e interferências é decodificada e a informação estimada é novamente codificada em uma nova palavra-código de comprimento n_2 bits ($n_2 \leq n$). O processo de codificação no *relay* não necessita de ser o mesmo que o utilizado pela fonte. O comprimento de n_2 depende do nível de cooperação realizado pelo *relay*. Por exemplo, se o *relay* não tem nenhuma informação a ser enviada, então, todo o seu quadro pode ser utilizada na cooperação, ou seja, neste caso $n_2 = n$.

Há várias classes de códigos que podem ser utilizados no processo de codificação e decodificação na cooperação codificada, tais como: códigos turbo, LDPC, Reed-Solomon, etc. Este trabalho apresenta um esquema de cooperação codificada baseado em uma nova classe de códigos de verificação de paridade de baixa densidade (LDPC) quasi-cíclicos construídos a partir de sequências de Barker [5], [6], [9]. Dois tipos de códigos LDPC quasi-cíclicos são construídos utilizando uma sequência de Barker de comprimento igual a 4, um binário e outro quaternário. Estes códigos apresentam bons desempenhos, em termos de taxa de erro de bit, e algumas propriedades que facilitam a implementação do sistema de cooperação codificada.

Este artigo está organizado como se segue. A seção II apresenta a definição e uma Tabela com as sequências de Barker conhecidas. A seção III introduz o processo de construção de códigos LDPC quasi-cíclicos baseados nestas sequências. Os resultados das simulações para avaliação do desempenho destes códigos LDPC são apresentados na seção IV, enquanto que a conclusão e os comentários finais estão na seção V.

II. SEQUÊNCIAS DE BARKER

Sequências ou códigos de Barker são sequências finitas $s = (s_1 s_2 \dots s_N)$ de comprimento N , cujos elementos s_i assumem os valores -1 ou $+1$, que apresentam propriedades de autocorrelação ideais. Essas sequências têm coeficientes *off-peak* de autocorrelação A_x o menor possível. Por *off-peak* entende-se fora do casamento da sequência com sua réplica. Para uma dada sequência de Barker os coeficientes *off-peak* (não-cíclico) de autocorrelação são dados por

$$A_x = \sum_{i=1}^{N-x} s_i s_{i+x}, \quad (1)$$

em que $|A_x| \leq 1$, para $1 \leq x < N$. Existem apenas 9 sequências de Barker de comprimento N no máximo 13. Negações e reversões de tais sequências são também sequências de Barker. Especula-se que não existam sequências de Barker de comprimento maior que 13. A Tabela 1 apresenta as sequências de Barker conhecidas [5], [6].

Sequências de Barker podem ser utilizadas em sistemas de comunicações em que a sincronização é fundamental, tais como, sistema de acesso múltiplo por divisão temporal (TDMA), sistema de acesso múltiplo por divisão de código

(CDMA), etc. Estas sequências também se mostram eficazes na obtenção de bons códigos LDPC.

III. CÓDIGOS QC-LDPC REGULARES E IRREGULARES

Os códigos LDPC binários mostram um desempenho perto do limite de Shannon quando decodificados usando algoritmos de decodificação iterativos. Entretanto, esse desempenho só é obtido para códigos com comprimento elevado.

Tabela 1 Sequências de Barker conhecidas

Comprimento N	Sequências	
2	+1 -1	+1 +1
3	+1 +1 -1	
4	+1 +1 -1 +1	+1 +1 +1 -1
5	+1 +1 +1 -1 +1	
7	+1 +1 +1 -1 -1 +1 -1	
11	+1 +1 +1 -1 -1 -1 +1 -1 -1 +1 -1	
13	+1 +1 +1 +1 +1 -1 -1 +1 +1 -1 +1 -1 +1	

Um código LDPC é determinado pelo espaço nulo de uma matriz de verificação de paridade \mathbf{H} esparsa. Este código LDPC é denominado regular se o peso das linhas w_r e o peso das colunas w_c da matriz de verificação de paridade \mathbf{H} são iguais. Note que os valores w_c e w_r devem ser pequenos em relação ao comprimento n do código. Se as linhas e/ou as colunas de \mathbf{H} têm pesos distintos, o código é denominado irregular [9].

Assim, a construção de códigos LDPC deve em geral obedecer à restrição de linha-coluna (RC) imposta para a matriz de verificação de paridade \mathbf{H} , em que nenhuma das duas linhas (ou duas colunas) pode ter mais do que uma posição em que ambas possuam componentes 1. Esta restrição garante que o grafo de Tanner de um código LDPC possua ciclos g (*girth*) de comprimento no mínimo igual a 6 [9]. Isto também garante que a distância mínima de um código LDPC (w_c, w_r) - regular binário seja no mínimo igual a w_c+1 [9].

Se uma matriz binária de verificação de paridade \mathbf{H} é uma matriz composta de submatrizes circulantes esparsas, então o espaço nulo de \mathbf{H} fornece um código LDPC quase-cíclico. Os códigos QC-LDPC algébricos têm um desempenho próximo ao limite de Shannon em canais AWGN quando decodificado usando algoritmos do tipo soma-produto [9]. Além disso, os códigos QC-LDPC têm também como vantagem o uso de registradores de deslocamento na implementação do processo de codificação.

IV. CONSTRUÇÃO DE CÓDIGOS QC-LDPC IRREGULARES UTILIZANDO SEQUÊNCIA DE BARKER

Códigos QC-LDPC irregulares podem ser obtidos usando sequências de Barker na elaboração da matriz \mathbf{H} . As submatrizes \mathbf{P}_i circulantes que compõem a matriz \mathbf{H} podem ser construídas utilizando uma sequência de Barker binária completada com zeros nas suas primeiras linhas. As demais linhas de \mathbf{P}_i são formadas por deslocamentos cíclicos da primeira linha. Este procedimento produz um código QC-

LDPC irregular, em que o peso w_r das linhas é constante, porém o peso w_c varia de coluna para coluna.

Neste trabalho constrói-se os códigos QC-LDPC irregulares utilizando a matriz de verificação de paridade na sua forma sistemática $\mathbf{H} = [\mathbf{I} | \mathbf{P}]$, em que \mathbf{I} é uma submatriz identidade e \mathbf{P} é a submatriz de verificação de paridade gerada com uma sequência de Barker. Por exemplo, duas submatrizes quadradas de verificação de paridade \mathbf{P}_1 e \mathbf{P}_2 de dimensões 310 bits são apresentadas abaixo.

$$\mathbf{P}_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad (2)$$

$$\mathbf{P}_2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (3)$$

Note que \mathbf{P}_1 é construída usando a sequência de Barker (1 0 1 1) enquanto que \mathbf{P}_2 é construída utilizando a sequência recíproca da usada em \mathbf{P}_1 .

V. ESQUEMA DE CODIFICAÇÃO QC-LDPC COOPERATIVA

Dois esquemas de codificação cooperativa são analisados. A Figura 2 mostra o diagrama de blocos dos esquemas de codificação cooperativa implementados neste trabalho.

No primeiro esquema, uma matriz geradora $\mathbf{G}_1 = [\mathbf{P}_1^T | \mathbf{I}]$ na fonte codifica a sequência de informação \mathbf{u} em uma palavra código \mathbf{c}_1 que, em seguida, tem seus bits mapeados em sinais da modulação 2-PSK, produzindo a sequência modulada \mathbf{x}_s . Esta sequência \mathbf{x}_s é radiodifundida para o *relay* e o destinatário. No *relay*, a sequência \mathbf{x}_s corrompida pelo ruído, denominada \mathbf{r}_{sr} , é recebida e decodificada por um decodificador iterativo. A sequência de informação estimada

$\hat{\mathbf{u}}'$ é, então, recodificada pela matriz geradora $\mathbf{G}_2 = [\mathbf{P}_2^T]$ produzindo a palavra código \mathbf{c}_2 , composta somente por bits de paridade. Os bits da palavra código \mathbf{c}_2 são então modulados produzindo a sequência \mathbf{x}_{rd} que é transmitida para o destino. O ruído soma-se a esta sequência \mathbf{x}_{rd} resultando na sequência \mathbf{r}_{rd} . No destino, as sequências \mathbf{r}_{sd} e \mathbf{r}_{rd} recebidas a partir da fonte e do *relay*, respectivamente, são concatenadas de modo a formar uma nova sequência, que é iterativamente decodificada, obtendo a sequência estimada $\hat{\mathbf{u}}$ da informação gerada pela fonte.

O segundo esquema usa a mesma matriz geradora $\mathbf{G}_1 = [\mathbf{P}_1^T | \mathbf{I}]$ na fonte para o processo de codificação da informação. No *relay*, a palavra-código \mathbf{r}_{sr} corrompida por ruído é recebida e decodificada, obtendo-se a sequência $\hat{\mathbf{u}}'$ estimada da informação, que agora é recodificada pela matriz geradora $\mathbf{G}_2 = [\mathbf{P}_1^T]$ produzindo a palavra código \mathbf{c}_2 , composta somente por bits de paridade. Novamente, a palavra

código c_2 é modulada na sequência x_{rd} e enviada para o destino. No destino, os bits de paridade de r_{sd} são comparados bit a bit com os bits da sequência de r_{rd} , em que os bits de paridade mais confiáveis são escolhidos entre as duas sequências. Esta sequência é então decodificada iterativamente para obter uma estimativa \hat{u} da sequência de informação enviada pela fonte.

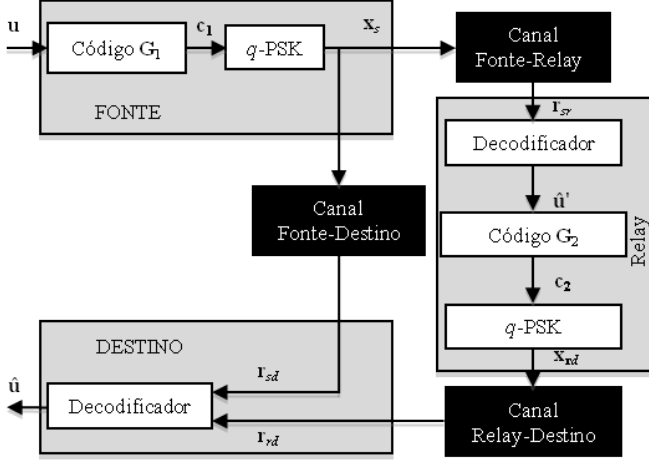


Fig. 2. Codificação cooperativa utilizando códigos QC-LDPC

Em suma, as sequências recebidas r_{sd} , r_{sr} e r_{rd} são definidas como:

$$\mathbf{r}_{sd} = \alpha_{sd} \mathbf{x}_s + \mathbf{n}_{sd}, \quad (4)$$

$$\mathbf{r}_{sr} = \alpha_{sr} \mathbf{x}_s + \mathbf{n}_{sr}, \quad (5)$$

$$\mathbf{r}_{rd} = \alpha_{rd} \mathbf{x}_{rd} + \mathbf{n}_{rd}, \quad (6)$$

em que os efeitos do ruído e desvanecimento nos canais são considerados independentes, sendo o sinal em cada canal perturbado por um desvanecimento Rayleigh α_{ij} com variância $\sigma_r^2 = 1/2$, e por um ruído Gaussiano branco aditivo (AWGN) \mathbf{n}_{ij} com variância:

$$\sigma^2 = \frac{1}{2R_c E_b/N_0}. \quad (7)$$

E_b é a energia de bit média e $N_0/2$ é a densidade espectral de potência bilateral do ruído AWGN.

Note que é possível transformar os códigos QC-LDPC binários em quaternários, em que os símbolos das sequências e matrizes apresentadas na Figura 2 pertencem ao anel de inteiros modulo-4, isto é, pertencem ao conjunto $Z_4 = \{0, 1, 2, 3\}$ em que apenas as operações adição, subtração e multiplicação modulo-4 são definidas. Em outras palavras, Z_4 não possui inverso multiplicativo. As submatrizes \mathbf{P}_1 e \mathbf{P}_2 são obtidas de modo análogo ao apresentado nas equações (2) e (3), em que os 1's da sequência de Barker são substituídos pelos símbolos $\{1, 3\}$ de modo aleatório. A modulação utilizada neste caso é a QPSK.

VI. RESULTADOS

A Figura 3 mostra o desempenho, em termos de taxa de erro de bit (BER) versus E_b/N_0 (dB), para os dois esquemas de codificação QC-LDPC cooperativa binária descritos na seção anterior. O algoritmo soma-produto em logaritmo (log-SP) é usado como decodificador iterativo no relay e no destino. As

dimensões da matriz \mathbf{G}_1 são (620, 310) e as de \mathbf{G}_2 são (310, 310). Os códigos montados na entrada do destino possuem dimensões (930, 310) para o primeiro esquema de codificação cooperativa e (620, 310) para o segundo esquema, conforme descrito na seção anterior. Para efeito de comparação o gráfico da Figura 3 apresenta como referência de desempenho um esquema de codificação (620, 310) QC-LDPC binária sem cooperação do relay.

Observe na Figura 3 que para uma $BER = 10^{-5}$ há um ganho de aproximadamente 1.5 dB para o esquema que utiliza concatenação das sequências de verificação de paridade da fonte e relay, em relação à transmissão direta fonte-destino sem cooperação. A taxa do código formado no destino é $R_c = 1/3$, o que melhora o desempenho. Por outro lado, o esquema que compara no destino os bits de paridade provenientes da fonte e do relay tem um ganho de aproximadamente 0.7 dB em relação ao esquema sem cooperação. Esse esquema de codificação cooperativa tem taxa de $R_c = 1/2$ no destino. Neste caso o processo de decodificação iterativa é mais rápido que o primeiro, mas à custa de uma diminuição no desempenho.

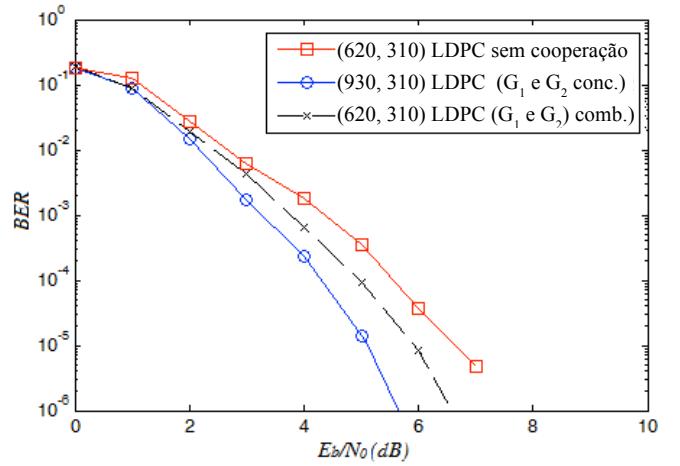


Fig. 3. Comparação entre os esquemas de cooperação codificada binários

A Figura 4 mostra uma comparação do desempenho, em termos de taxa de erro de bit (BER) versus E_b/N_0 (dB), do segundo esquema de codificação QC-LDPC cooperativa binária e não-binária. Para que a comparação seja justa, o esquema de codificação cooperativa binária utiliza um código (1200, 600) QC-LDPC, enquanto que o esquema de codificação cooperativa quaternária utiliza um código (620, 310) QC-LDPC definido sobre o anel Z_4 de inteiros. Para efeito de comparação o gráfico desta Figura também apresenta como referência o desempenho de um esquema de codificação (1200, 600) QC-LDPC binária sem cooperação do relay. Todos os esquemas constroem um código de taxa $R_c = 1/2$ no destino.

Observe na Figura 4 que para uma $BER = 10^{-3}$ há um ganho de aproximadamente 2.3 dB para o esquema que utiliza comparação das sequências quaternárias de verificação de paridade da fonte e relay, em relação à transmissão direta fonte-destino sem cooperação. Por outro lado, o esquema que compara no destino os bits de paridade provenientes da fonte e do relay tem um ganho de aproximadamente 1.2 dB em relação ao esquema sem cooperação. O esquema de codificação cooperativa quaternário apresenta um ganho significativo sobre o esquema binário equivalente. Embora as dimensões da matrizes quaternárias sejam menores que as equivalentes binárias, a velocidade de decodificação das

palavras código quaternárias é um pouco menor que das binárias. Isto ocorre devido ao maior número de símbolos do alfabeto quaternários em relação ao binário.

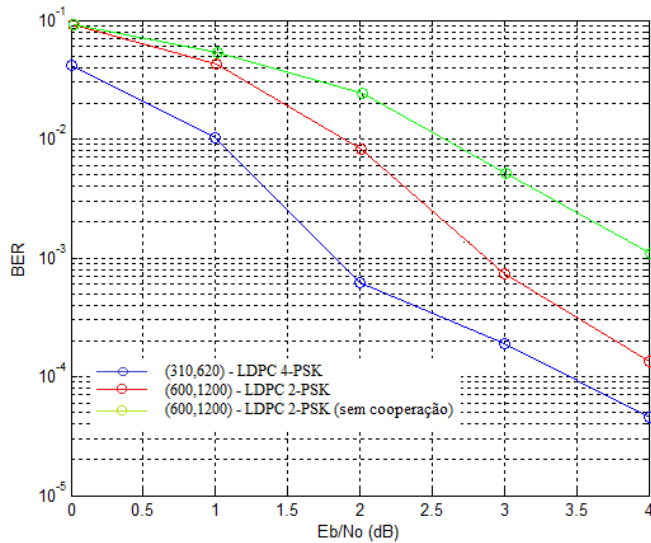


Fig. 4. Comparação entre os esquemas de codificação cooperativa binário e quaternário

VII. CONCLUSÃO

Os resultados preliminares mostram que os esquemas de codificação cooperativa baseados em códigos QC-LDPC irregulares definidos por sequências de Barker possuem ganhos significativos sobre o esquema de transmissão não-cooperativo. Além das vantagens já expostas nas seções anteriores, os códigos QC-LDPC obtidos utilizando sequências de Barker possuem um processo de codificação simples baseado em registradores de deslocamento, e devido à estrutura cíclica das submatrizes componentes de \mathbf{H} .

REFERÊNCIAS

- [1] A. Norastinia, T. E. Hunter and A. Hedayat, "Cooperative communication in wireless networks", IEEE Communications Magazine, Oct. 2004, pp. 74 – 80.
- [2] T. E. Hunter and A. Nosratinia, "Cooperative diversity through coding", ISIT 2002, Lausanne, Switzerland, June 30 – July 5, 2002.
- [3] T. E. Hunter, and A. Nosratinia, "Diversity through coded cooperation", IEEE Transaction on Wireless Communications Vol. 5, No. 2, February 2006.
- [4] A. Sendonaris, E. Erkip, and B. Aazhang, "User cooperation diversity, Part I and Part II," IEEE Trans. Commun., vol. 51, no. 11, pp. 1927–1948, Nov. 2003.
- [5] R. H. Barker, *Group synchronizing of binary digital sequences*. Communication Theory, London: Butterworth, 1953, pp. 273-287.
- [6] S. W. Golomb and R. A. Scholtz, "Generalized Barker sequences", IEEE Transactions on Information Theory, Vol. IT-11, No. 4, October, 1965.
- [7] R. G. Gallager, *Low Density Parity Check Codes*, Monograph, M.I.T. Press, Cambridge, Mass., 1963.
- [8] D. J. C. MacKay and R. M. Neal, "Near Shannon Limit Performance of Low Density Parity Check Codes," Electronics Letters, Vol. 32, No. 18, July 1996, pp. 1645 - 1646.
- [9] L. Zhang, Q. Huang, S. Lin, K. Abdel-Ghaffar and I. F. Blake, "Quasi-cyclic LDPC codes: An algebraic construction, rank analysis, and codes on latin squares", IEEE Trans. on Comm., vol 58, no 11, pp. 3126 - 3138, Nov. 2010.
- [10] S. El Hassani, M. H. Hamon and P. Pénard, "A comparison study of binary and non-binary LDPC codes decoding," *Software, Telecommunications and Computer Networks (SoftCOM), 2010 International Conference on*, Split, Dubrovnik, 2010, pp. 355-359.
- [11] V. S. Ganepola, R. A. Carrasco, I. J. Wassell and S. Le Goff, "Performance study of non-binary LDPC Codes over GF(q)," *Communication Systems, Networks and Digital Signal Processing, 2008. CNSDSP 2008. 6th International Symposium on*, Graz, 2008, pp. 585-589.