

# Filtro Adaptativo em Subbandas com Subfiltros Esparsos Robusto a Ruído Impulsivo

Elias L. Marques, Mariane R. Petraglia e Diego B. Haddad

**Resumo**— Estruturas em subbandas são adequadas para melhorar as propriedades de convergência de algoritmos de filtragem adaptativa, notadamente para sinais de entrada coloridos. Este artigo propõe novos algoritmos em subbandas com subfiltros esparsos os quais, valendo-se do princípio da perturbação mínima dos coeficientes adaptativos associado a múltiplas restrições, também adotam uma modulação (ou escalonamento) do tamanho do passo de adaptação. A introdução do escalonamento (ou escalonador) do passo de adaptação na função custo é capaz de prover robustez perante ruído de medição impulsivo. A redução instantânea dos passos quando se verifica a presença de ruído impulsivo elimina eventuais atualizações dos coeficientes adaptativos baseadas em informações comprometidas por esse tipo de ruído.

**Palavras-Chave**— Filtragem adaptativa, Estruturas em subbandas, Processamento em múltiplas taxas, Algoritmo de Projeção Afim (APA), Ruído impulsivo.

**Abstract**— Subband structures are suitable for improving the convergence properties of adaptive filtering algorithms, especially for colored input signals. This paper proposes new subband algorithms with sparse subfilters, which employ the principle of minimal disturbance of adaptive coefficients associated with multiple constraints also adopt a modulation (or scaling) of the step-size adaptation. The introduction of scheduling (or scaler) of the adaptation step of the cost function is able to provide robustness against impulsive noise measurement. Instant reduction steps when there is the presence of impulsive noise eliminates any updates adaptive coefficients based on information compromised by such a noise.

**Keywords**— Adaptive filtering, Subbands structures, Multirate processing, Affine Projection Algorithm (APA), Impulsive noise.

## I. INTRODUÇÃO

Algoritmos de filtragem adaptativa têm desempenhado um papel crucial em várias aplicações de processamento de sinais, tais como identificação de sistema, estimação de canal, controle de ruído ativo, cancelamento de eco acústico (AEC), equalização de canal e controle em redes de comunicação [1], [2]. Este artigo emprega o algoritmo adaptativo em subbandas, derivado da estrutura proposta em [3], cujos subfiltros adaptativos adotados são esparsos e responsáveis tanto por identificar o sistema desconhecido quanto por reconstruir o sinal de saída. A estrutura em questão utiliza o princípio da perturbação mínima dos coeficientes adaptativos e o cancelamento de um número selecionado das mais recentes amostras dos erros *a posteriori* decimados nas subbandas, de sorte a promover a

adaptação em uma taxa inferior à do sinal de entrada. No entanto, em ambientes reais, o processo de aprendizagem de diversos algoritmos de filtragem adaptativa pode sofrer severa degradação na presença de ruído de fundo e ruído impulsivo. Em cancelamento de eco o *double-talk* também pode ser visto como ruído impulsivo, pois resulta em alto desajuste ou instabilidade. Para superar este problema, muitos algoritmos têm sido propostos [4] - [14], nos quais a estimativa dos coeficientes do filtro é determinada ao reduzir a função custo associada aos erros *a posteriori* de saída por meio do gradiente da função custo em relação ao vetor de coeficientes atual, onde o tamanho do passo de aprendizagem destes algoritmos impacta a taxa de convergência, o desempenho em regime permanente e as propriedades de estabilidade do processo de aprendizagem. Portanto, a escolha da função custo apresenta um papel crucial, seja na taxa de convergência, seja na robustez perante perturbações impulsivas. A solução mais comum para lidar com o ruído de medição impulsivo consiste em se adotar uma função custo adequada e robusta perante distúrbios de medição intensos e temporalmente localizados. Várias funções custo robustas que utilizam a norma  $\ell_1$  têm sido desenvolvidas para ambientes com ruído impulsivo [4] - [10]. Os algoritmos de desvio médio absoluto normalizado (NLMAD) [4], o algoritmo de sinal dual [5], os algoritmos de tamanho de passo variável (VSS) [6], [7], bem como o algoritmo de projeção afim *sign* [8] são baseados na minimização da norma  $\ell_1$ . O algoritmo adaptativo de norma mista robusto baseia-se numa função de custo que emprega uma combinação convexa das normas  $\ell_1$  e  $\ell_2$  [9]. O algoritmo VSS NLMS robusto [17] utiliza uma função custo que alterna entre as normas  $\ell_1$  e  $\ell_2$  [10], associada com a forma como o algoritmo restringe a energia de atualização dos coeficientes do filtro a cada iteração. Vários algoritmos adaptativos utilizam outras funções custo para melhoria da robustez contra ruído de medição impulsivo [11] - [13]. A função custo estimativa- $M$  de norma mista de Huber usa a minimização da norma- $\ell_1$  [11], quando a magnitude do erro de saída supera um limiar pré-estabelecido. Por outro lado, a função custo de estimativa- $M$  descendente em três partes de Hampel atribui ao sinal de erro um valor constante [17], [12], [13]. Como mencionado acima, há um outro fator, além da função custo, que determina o desempenho dos algoritmos adaptativos baseados no gradiente: o tamanho do passo. Este artigo estuda a variação do tamanho do passo em algoritmos adaptativos em subbandas e seu efeito contra o ruído impulsivo, tendo em vista a promoção de melhorias na robustez dos algoritmos. O método usa o conceito de um escalonador de tamanho de passo que dimensiona instantaneamente para baixo o tamanho do passo quando um ruído

Elias L. Marques, Mariane R. Petraglia e Diego B. Haddad, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Instituto Alberto Luiz Coimbra de Pós Graduação e Pesquisa de Engenharia. Programa de Engenharia Elétrica - COPPE, UFRJ, E-mails: lawrence@inpi.gov.br, mariane@pads.ufrj.br e diego.haddad@cefet-rj.br.

de medição impulsivo é detectado. Tal procedimento elimina a possibilidade da atualização dos coeficientes adaptativos se valer de dados severamente corrompidos pela eventual presença de ruído impulsivo.

## II. ESTRUTURA COM SUBFILTROS ESPARSOS

A estrutura [16] apresentada na Fig. 2 deriva da estrutura em malha fechada [19] mostrada na Fig. 1 que utiliza um banco de filtros de análise  $\{H_i(z)\}$ , seguido por filtros esparsos  $\{G_i(z^M)\}$ , para  $i = 0, 1, \dots, M-1$ , onde  $M$  é o número de subbandas.

O banco de análise e o número de coeficientes de cada subfiltro esparso são escolhidos de sorte a garantir a propriedade da reconstrução perfeita de qualquer sistema com resposta ao impulso finita (FIR). A função de transferência equivalente em banda cheia pode ser expressa como  $H(z) = \sum_{i=0}^{M-1} H_i(z)G_i(z^M)$ . Para a identificação de um sistema FIR de comprimento  $N$ , o número de coeficientes de adaptação de cada subfiltro deve ser pelo menos<sup>1</sup>  $D = (N + N_p)/M$ , onde  $N_p$  é o comprimento dos filtros de análise  $H_i(z)$ . Em vez de usar o erro global  $e(n)$  como em [3], decompomos o erro em subbandas, usando um banco de filtros de análise  $H_i(z)$  paraunitário, garantindo a equivalência entre a soma dos erros quadráticos em cada subbanda e o erro quadrático em banda completa [20]. O emprego da informação de erros nas subbandas é justificado por um aumento na taxa de convergência e por um desajuste inferior em regime permanente, vantagens que derivam de um tratamento que contempla as peculiaridades de cada subbanda. Assumindo que os subfiltros adaptativos variam lentamente, então é possível mover os subfiltros  $\{H_i(z)\}$  que estão à direita dos subfiltros  $G_i(z)$ , conforme mostrado na Fig. 2, para o lado esquerdo de  $G_i(z)$ , como mostrado na Fig. 3. Consequentemente,  $d(n - \Delta)$  tem que passar pelo filtro  $\{H_i(z)\}$ , o que equivale à passagem de  $x(n)$  pelos filtros  $\{H_i(z)\}$ .

Para esta estrutura, assumimos que a taxa de amostragem dos sinais nas subbandas seja crítica, isto é, que o número de subbandas é igual ao fator de amostragem. A fim de minimizar a complexidade computacional, as iterações são realizadas em uma taxa  $M$  vezes menor do que a taxa de amostragem do sinal de entrada, empregando uma função de custo dos erros de subbanda maximamente decimados  $e_{i,D}(n)$ . Definindo-se os vetores de entrada e dos coeficientes do  $i$ -ésimo subfiltro como

$$\mathbf{u}_{i,j}(n) = [u_{i,j}(nM) \quad u_{i,j}(nM - M) \quad \dots \quad u_{i,j}(nM - (D-1)M)]^T \quad (1)$$

e

$$\mathbf{g}_i(n) = [g_i(0) \quad g_i(1) \quad \dots \quad g_i(D-1)]^T, \quad (2)$$

respectivamente, pode-se escrever  $y_i(nM) = \mathbf{u}_i^T(nM)\mathbf{g}(n)$ , onde

$$\mathbf{u}_i(n) = [\mathbf{u}_{i,0}^T(n) \quad \mathbf{u}_{i,1}^T(n) \quad \dots \quad \mathbf{u}_{i,M-1}^T(n)]^T, \quad (3)$$

e

$$\mathbf{g}(n) = [\mathbf{g}_0^T(n) \quad \mathbf{g}_1^T(n) \quad \dots \quad \mathbf{g}_{M-1}^T(n)]^T. \quad (4)$$

<sup>1</sup>Por simplicidade de notação, assumiu-se que  $N + N_p$  é um múltiplo de  $M$ .

## III. ESTRUTURA EM SUBBANDAS COM ESCALONADOR DE TAMANHO DE PASSO

Em um modelo de identificação de sistemas, o sinal desejado  $d_i(n)$  é representado por

$$d_i(n) = \mathbf{u}_i^T(n)\mathbf{g}(n) + \nu_i(n), \quad (5)$$

onde  $\mathbf{g}(n)$  é um vetor que contém os coeficientes dos  $M$  subfiltros  $G_i(z)$  correspondentes à função de transferência do sistema desconhecido a identificar,  $\mathbf{u}_i(n)$  é um sinal colorido com variância  $\sigma_{u_i}^2$  e a variável  $\nu_i(n) = b_i(n) + \eta_i(n)$  é um escalar que denota a soma de um ruído de medição  $b_i(n)$  branco e gaussiano de média zero e variância  $\sigma_{b_i}^2$  e  $\eta_i(n)$  é o ruído de medição impulsivo.

Utilizando o conceito de função custo *tanh* apresentado por Hampel [15] e utilizado em Song [17] e Wang [18], empregamos a função custo baseada no erro quadrático *a posteriori* de cada subbanda em relação à potência do sinal entrada correspondente dada por

$$\begin{aligned} J(\hat{\mathbf{g}}(n)) &= \frac{1}{\beta} \sum_{i=0}^{M-1} \tanh\left(\frac{\beta}{2}(e_i(n)/\|\mathbf{u}_i(n)\|)^2\right) \\ &= \frac{1}{\beta} \sum_{i=0}^{M-1} \frac{1 - \exp(-\beta(e_i(n)/\|\mathbf{u}_i(n)\|)^2)}{1 + \exp(-\beta(e_i(n)/\|\mathbf{u}_i(n)\|)^2)}, \end{aligned} \quad (6)$$

onde  $\beta > 0$  influencia o formato da não-linearidade introduzida.

Quando  $(e_i(n)/\|\mathbf{u}_i(n)\|)^2$  é pequeno, a expansão de Taylor fornece a seguinte aproximação:

$$J(\hat{\mathbf{g}}(n)) \cong \sum_{i=0}^{M-1} (e_i(n)/\|\mathbf{u}_i(n)\|)^2, \quad (7)$$

a qual revela um comportamento semelhante à função erro ao quadrado. Na ocorrência de ruído impulsivo, então  $(e_i(n)/\|\mathbf{u}_i(n)\|)^2$  torna-se muito grande, o que faz com que  $J(\hat{\mathbf{g}}(n)) \cong \frac{1}{\beta}$ , cuja derivada aproximadamente nula evita alterações bruscas nos coeficientes adaptativos, desempenhando um papel crucial para a robustez do processo de aprendizagem. Desenvolvemos o seguinte algoritmo de adaptação baseado no gradiente estocástico da função custo supracitada:

$$\hat{\mathbf{g}}(n+1) = \hat{\mathbf{g}}(n) - \mu(n) \sum_{i=0}^{M-1} \nabla_{\hat{\mathbf{g}}_i} J(\hat{\mathbf{g}}_i(n)), \quad (8)$$

onde  $\mu(n)$  é o tamanho do passo no instante  $n$  e  $\nabla_{\hat{\mathbf{g}}_i} J(\hat{\mathbf{g}}_i(n))$  denota o gradiente de  $J(\hat{\mathbf{g}}_i(n))$  segundo

$$\nabla_{\hat{\mathbf{g}}_i(n)} J(\hat{\mathbf{g}}_i(n)) = -s(\beta, (e_i(n)/\|\mathbf{u}_i(n)\|)) \frac{\mathbf{u}_i(n)}{\|\mathbf{u}_i(n)\|} e_i(n), \quad (9)$$

onde

$$s(\beta, (e_i(n)/\|\mathbf{u}_i(n)\|)) \triangleq \frac{1}{\beta} \frac{4 \exp(-\beta(e_i(n)/\|\mathbf{u}_i(n)\|)^2)}{(1 + \exp(-\beta(e_i(n)/\|\mathbf{u}_i(n)\|)^2))^2}. \quad (10)$$

O algoritmo resultante, que denominaremos SF-VSSI<sup>2</sup>, será

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{g}}(n+1) &= \hat{\mathbf{g}}(n) \\ &+ \sum_{i=0}^{M-1} \mu_i(n) s(\beta, (e_i(n)/\|\mathbf{u}_i(n)\|)) \frac{\mathbf{u}_i(n)}{\|\mathbf{u}_i(n)\|} e_i(n). \end{aligned} \quad (11)$$

<sup>2</sup>SF-VSSI: *Sparse Filter with Variable Step-Size for Impulsive Noise*.

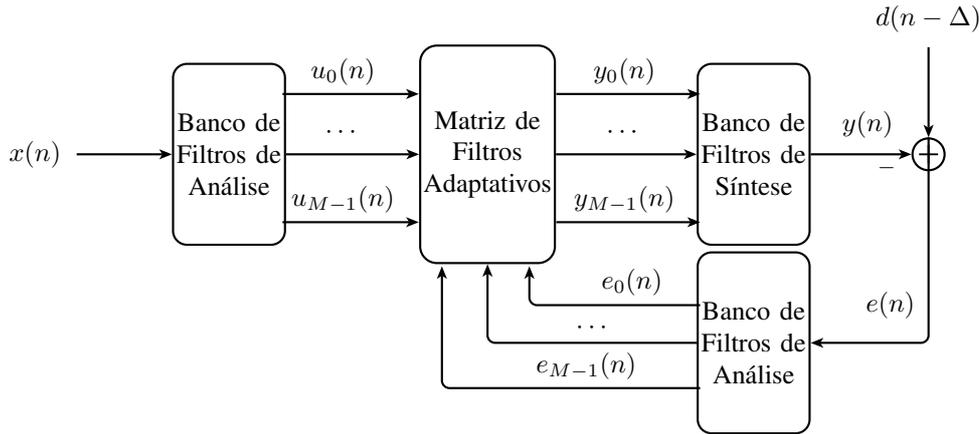


Fig. 1

ESTRUTURA EM SUBBANDAS EM MALHA FECHADA.

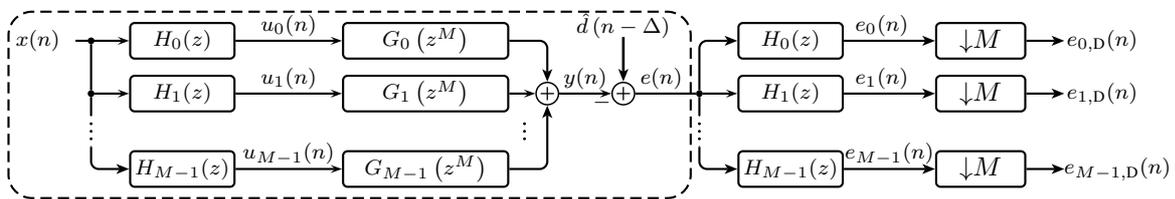


Fig. 2

ESTRUTURA EM SUBBANDAS COM SUBFILTROS ESPARSOS  $G_i(z^M)$  E FILTROS DE ANÁLISE  $\{H_i(z)\}$ ,  $i = 0, 1, \dots, M - 1$ . UMA ADAPTAÇÃO DA ESTRUTURA ORIGINAL [3] É INDICADA PELO QUADRO TRACEJADO. A DECOMPOSIÇÃO DO SINAL DE ERRO  $e(n)$  PELOS FILTROS  $H_i(z)$  É O PRIMEIRO PASSO PARA A OBTENÇÃO DO ALGORITMO PROPOSTO.

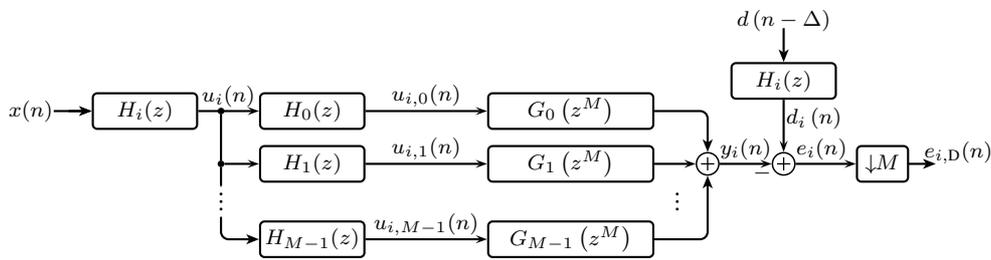


Fig. 3

i-ÉSIMO RAMO DA ESTRUTURA PROPOSTA.

Para o algoritmo APSAF-VSSI<sup>3</sup> definimos o vetor de entrada em subbandas escalonado

$$\mathbf{u}_{s_i}(n) \triangleq s(\beta, (e_i / \|\mathbf{u}_i(n)\|)) \mathbf{u}_i(n), \quad (12)$$

a matriz de entrada correspondente, de dimensões  $D \times K_i$ ,

$$\mathbf{U}_{s_i}(n) = [\mathbf{u}_{s_i}(n) \quad \mathbf{u}_{s_i}(n-1) \quad \dots \quad \mathbf{u}_{s_i}(n-K_i+1)], \quad (13)$$

sendo  $K_i$  o número de amostras de erro consideradas na função custo, e o vetor do sinal desejado correspondente

$$\hat{\mathbf{d}}_i(n) = [d_i(nM) \quad d_i(nM-M) \quad \dots \quad d_i(nM-(K_i-1)M)]^T \quad (14)$$

<sup>3</sup>APSAF-VSSI: Affine Projection Subband Adaptive Filter with Variable Step-Size for Impulsive Noise.

Para garantir uma redução progressiva dos erros da estrutura adaptativa, empregamos uma estratégia de otimização que zera os erros *a posteriori* em cada subbanda  $e_{p,i} = d_i(nL) - \mathbf{u}_i^T(nL)\mathbf{g}(n+1)$ , sob a égide do *princípio da mínima perturbação*. Assim, pretendemos resolver o seguinte problema:

$$\min \|\mathbf{g}(n+1) - \mathbf{g}(n)\|^2, \text{ sujeito a } \hat{\mathbf{d}}(n) - \bar{\mathbf{U}}_s^T(n)\mathbf{g}(n+1) = \mathbf{0}. \quad (15)$$

Usando a técnica de multiplicadores de Lagrange, o problema de otimização restrita pode ser transformado na minimização irrestrita da função custo

$$\mathcal{F}[\mathbf{g}(n+1)] = \|\mathbf{g}(n+1) - \mathbf{g}(n)\|^2 + \lambda [\hat{\mathbf{d}}(n) - \bar{\mathbf{U}}_s^T(n)\mathbf{g}(n+1)], \quad (16)$$

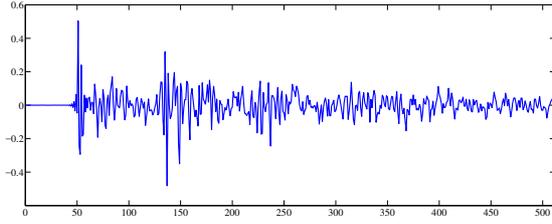


Fig. 4

RESPOSTA AO IMPULSO CORRESPONDENTE AO CAMINHO ACÚSTICO DO ECO:  $N=512$ .

onde  $\lambda$  é o vetor multiplicador de Lagrange e

$$\bar{\mathbf{U}}_s(n) = [\mathbf{U}_{s_0}(n) \quad \mathbf{U}_{s_1}(n) \quad \dots \quad \mathbf{U}_{s_{M-1}}(n)], \quad (17)$$

$$\hat{\mathbf{d}}(n) = [\hat{\mathbf{d}}_0^T(n) \quad \hat{\mathbf{d}}_1^T(n) \quad \dots \quad \hat{\mathbf{d}}_{M-1}^T(n)]^T. \quad (18)$$

Zerando o gradiente de  $\mathcal{F}[\mathbf{g}(n+1)]$  com relação a  $\mathbf{g}(n+1)$  e utilizando as restrições de zero erros *a posteriori* de subbanda para derivar  $\lambda$ , obtemos

$$\mathbf{g}(n+1) = \mathbf{g}(n) + \mu(n) \bar{\mathbf{U}}_s(n) \overbrace{[\bar{\mathbf{U}}_s^T(n) \bar{\mathbf{U}}_s(n)]^{-1} \bar{\mathbf{e}}(n)}^{\triangleq \bar{\mathbf{u}}_s(n)}, \quad (19)$$

onde  $\bar{\mathbf{U}}_s(n)$  é a matriz de entrada de (17) e  $\bar{\mathbf{e}}(n) = \hat{\mathbf{d}}(n) - \bar{\mathbf{U}}_s^T(n) \mathbf{g}(n)$ .

A maior magnitude do erro normalizado leva a um  $s\left(\beta, \frac{e_i(n)}{\|\mathbf{u}_i(n)\|}\right)$  menor, o que significa que  $s\left(\beta, \frac{e_i(n)}{\|\mathbf{u}_i(n)\|}\right)$  desempenha um papel de escalonar o tamanho do passo  $\mu(n)$  para eliminar perturbações que surgem quando o ruído impulsivo está presente.

#### IV. RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Nesta experiência, a entrada é um processo AR (1) com pólo em 0.8, com os resultados das simulações sendo obtidos a partir de 50 ensaios independentes. A resposta ao impulso a identificar é mostrada na Fig. 4, a qual tem comprimento  $N = 512$  e corresponde à resposta ao impulso do caminho acústico. O ruído de medição é composto de ruído gaussiano  $b(n)$ , com 30 dB de razão sinal-ruído (SNR), e de ruído impulsivo  $\eta(n)$ , com probabilidade de ocorrência de 0.1% ( $Pr = 0.001$ ).  $\eta(n) = \omega(n)\psi(n)$  é gerado como em [10], onde  $\omega(n)$  é um processo de Bernoulli com  $Pr(\omega(n) = 1) = Pr$  e  $\psi(n)$  é uma variável aleatória gaussiana de média zero e potência  $\sigma_\psi^2 = 1000\sigma_y^2$ . É usado no experimento um banco de filtros modulado por cosseno com  $M = 4$  subbandas. Os desempenhos dos algoritmos são comparados por meio da evolução do desvio quadrático médio normalizado  $\text{NMSD} \triangleq 10 \log_{10} (\|\mathbf{w}(n) - \mathbf{w}^\circ\|^2 / \|\mathbf{w}^\circ\|^2)$ , onde os vetores  $\mathbf{w}(n)$  e  $\mathbf{w}^\circ$  contêm, respectivamente, os coeficientes da função de transferência equivalente em banda completa e os coeficientes ideais  $\mathbf{w}^\circ$ .

Como mencionado, o propósito do escalonador de tamanho de passo  $s\left(\beta, \frac{e_i(n)}{\|\mathbf{u}_i(n)\|}\right)$  consiste em incrementar a robustez do processo de identificação na presença do ruído impulsivo. São

TABELA I

ALGORITMOS ADAPTATIVOS EM SUBBANDAS COM ESCALONADOR DE TAMANHO DE PASSO

heightNSAF-VSSI-1: [17]
$\mathbf{w}(n+1) = \mathbf{w}(n) + \mu \sum_{i=0}^{M-1} s(\beta, e_i(n)/\ \mathbf{u}_i(n)\ ) \frac{\mathbf{u}_i(n)}{\ \mathbf{u}_i(n)\ ^2} e_i(n)$
NSAF-VSSI-2 [17], [5]:
$\mathbf{w}(n+1) = \mathbf{w}(n) + \sum_{i=0}^{M-1} \mu_i(n) s(\beta, e_i(n)/\ \mathbf{u}_i(n)\ ) \times \frac{\mathbf{u}_i(n)}{\ \mathbf{u}_i(n)\ ^2} e_i(n)$
onde: $\mu'_i(n+1) = \alpha \mu_i(n) + \gamma e_i^2(n)$ ,
$\mu_i(n+1) = \begin{cases} \mu_{\max}, & \text{se } \mu'_i(n+1) > \mu_{\max}, \\ \mu_{\min}, & \text{se } \mu'_i(n+1) \leq \mu_{\min}, \\ \mu'_i(n+1), & \text{caso contrário.} \end{cases}$
$\mu_{\max} = 1, \mu_{\min} = 10^{-5}, \alpha = 0.9999, \gamma = 0.1$
NSAF-VSSI-3 [17], [4]:
$\mathbf{w}(n+1) = \mathbf{w}(n) + \mu \sum_{i=0}^{M-1} s(\beta, e_i(n)/\ \mathbf{u}_i(n)\ ) \times \text{sign}(e_i(n)) \frac{\mathbf{u}_i(n)}{\ \mathbf{u}_i(n)\ _1}$
NSAF-VSSI-4 [17], [10]:
$\mathbf{w}(n+1) = \mathbf{w}(n) + \sum_{i=0}^{M-1} \mu_i(n) s(\beta, e_i(n)/\ \mathbf{u}_i(n)\ ) \times \text{sign}(e_i(n)) \frac{\mathbf{u}_i(n)}{\ \mathbf{u}_i(n)\ }$
onde: $\alpha = 1 - 1/N$ ,
$\delta_i(n+1) = \alpha \delta_i(n) + (1 - \alpha) \min \left[ \frac{e_i^2(n)}{\ \mathbf{u}_i(n)\ ^2}, \delta_i(n) \right] e$
$\mu_i(n) = \min \left[ \frac{ e_i(n) }{\ \mathbf{u}_i(n)\ }, \sqrt{\delta_i(n)} \right]$
SF-VSSI
$\mathbf{g}(n+1) = \mathbf{g}(n) + \sum_{i=0}^{M-1} \mu_i(n) \times s(\beta, e_i(n)/\ \mathbf{u}_i(n)\ ) \frac{\mathbf{u}_i(n)}{\ \mathbf{u}_i(n)\ }$
onde: $\alpha = 1 - 1/N$ ,
$\delta_i(n+1) = \alpha \delta_i(n) + (1 - \alpha) \min \left[ \frac{e_i^2(n)}{\ \mathbf{u}_i(n)\ ^2}, \delta_i(n) \right] e$
$\mu_i(n) = \min \left[ \frac{ e_i(n) }{\ \mathbf{u}_i(n)\ }, \sqrt{\delta_i(n)} \right]$
APSAF-VSSI
$\mathbf{g}(n+1) = \mathbf{g}(n) + \mu(n) \bar{\mathbf{U}}_s(n) \overbrace{[\bar{\mathbf{U}}_s^T(n) \bar{\mathbf{U}}_s(n)]^{-1} \text{sign}(\bar{\mathbf{e}}(n))}^{\triangleq \bar{\mathbf{u}}_s(n)}$ ,
onde: $\alpha = 1 - 1/N$ ,
$\delta_i(n+1) = \alpha \delta_i(n) + (1 - \alpha) \min \left[ \frac{e_i^2(n)}{\ \mathbf{u}_i(n-K_i)\ ^2}, \delta_i(n) \right] e$
$\mu_i(n) = \min \left[ \frac{ e_i(n) }{\ \mathbf{u}_i(n-K_i)\ }, \sqrt{\delta_i(n)} \right]$

mostrados na Fig. 5 os resultados de três diferentes versões do algoritmo NSAF com escalonador de tamanho de passo, denominados NSAF-VSSI-2 [17], [5], NSAF-VSSI-3 [17], [4] e NSAF-VSSI-4 [17], [10], e dos algoritmos com subfiltros esparsos com escalonador de tamanho de passo propostos, SF-VSSI e APSAF-VSSI. Esses algoritmos estão resumidos na Tabela I. Nos algoritmos NSAF o vetor  $\mathbf{u}_i$  é dado por  $\mathbf{u}_i(n) = [u_i(n) \quad u_i(n-1) \quad \dots \quad u_i(n-N+1)]^T$ .

Da Fig. 5 pode-se observar o desempenho superior dos algoritmos baseados na estrutura com filtros esparsos em relação aos algoritmos NSAF. Na Fig. 6 é apresentada a evolução do NMSD do algoritmo SF-VSSI e dos algoritmos em subbandas IWF-SSAF (*individual weighting factor sign subband adaptive filter*) [22] e APM-SAF (*affine projection M-estimate subband adaptive filter*) [21].

A Fig. 7 apresenta a evolução do NMSD do SF-VSSI com  $M = 4$  e ordens de projeções  $K = 1, 2, 4$  e 8 (a mesma ordem de projeção é utilizada em todas subbandas). Como mostrado, a velocidade de convergência aumenta com o incremento do  $K$ , com a desvantagem de experimentarmos um aumento da

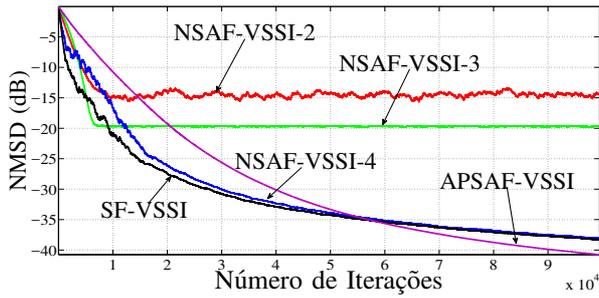


Fig. 5

EVOLUÇÃO DO NMSD PARA  $M = 4$ , ENTRADA  $AR(1)$ ,  $P = 0,001$  E  $M = 512$  PARA OS ALGORITMOS DA TABELA I.

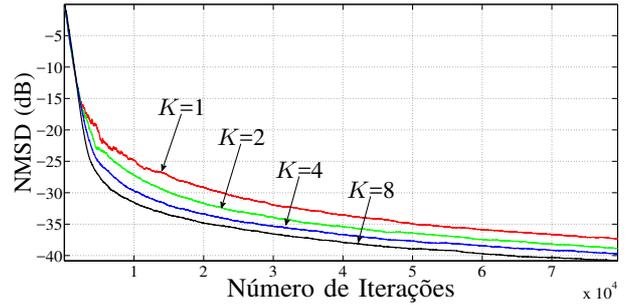


Fig. 7

EVOLUÇÃO DO NMSD DO APSAF-VSSI PARA  $M = 4$  E  $K = 1, 2, 4$  E  $8$  PARA ENTRADA  $AR(1)$ ,  $P = 0,001$  E  $M = 512$ .

complexidade computacional.

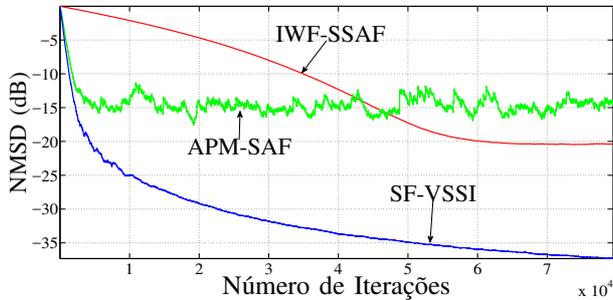


Fig. 6

EVOLUÇÃO DO NMSD PARA  $M = 4$ , ENTRADA  $AR(1)$ ,  $P = 0,001$  E  $M = 512$ .

## V. CONCLUSÕES

Este artigo propõe algoritmos em subbandas que empregam subfiltros esparsos em configuração de erro em malha fechada e robustos a ruído impulsivo. As equações de atualização foram desenvolvidas por meio da minimização da perturbação dos coeficientes, com restrições dos erros em subbandas *a posteriori* e com escalonador de tamanho de passo. Foi verificado através de simulações que o escalonador de tamanho de passo melhora a robustez dos algoritmos na presença de ruído impulsivo e que os algoritmos propostos apresentam desempenhos superiores quando comparados aos de outros algoritmos recentemente propostos na literatura.

## REFERÊNCIAS

- [1] S. Haykin, *Adaptive Filter Theory*, 4th ed. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 2001.
- [2] J. Benesty and Y. Huang, *Adaptive Signal Processing-Applications to Real World Problems*, Berlin, Germany: Springer-Verlag, 2003.
- [3] M. R. Petraglia and S. K. Mitra, "Adaptive FIR filter structure based on the generalized subband decomposition of FIR filters," *IEEE Trans. Circuits Syst. II, Analog Digit. Signal Process.*, v. 40, n. 6, pp 354-362, Jun. 1993.
- [4] O. Arikan, A. E. Cetin, and E. Erzin, "Adaptive filtering for non-Gaussian stable processes," *IEEE Signal Process. Lett.*, vol. 1, no. 11, pp. 163-165, Nov. 1994.
- [5] C. Kwong, "Dual sign algorithm for adaptive filtering," *IEEE Trans. Commun.*, vol. COM-34, no. 12, pp. 1272-1275, Dec. 1986.
- [6] T. Shao and Y. R. Zhong, "A new variable step-size fractional lower order moment algorithm for non-Gaussian interference environments," in *Proc. IEEE Int. Symp. Circuits Syst.*, May 2009, pp. 2065-2068.
- [7] Y. R. Zheng and T. Shao, "A variable step-size LMP algorithm for heavy-tailed interference suppression in phased array radar," in *Proc. IEEE Aerosp. Conf.*, Mar 2009, pp. 1-6.
- [8] T. Shao, Y. R. Zheng and J. Benesty, "An affine projection sign algorithm robust against impulsive interferences," *IEEE Signal Process. Lett.*, vol. 17, no. 4, pp. 327-330, Apr. 2010.
- [9] J. Chambers and A. Avlonitis, "A robust mixed-norm adaptive filter algorithm," *IEEE Signal Process. Lett.*, vol. 4, no. 2, pp. 46-48, Feb. 1997.
- [10] L. R. Vega, H. Rey, J. Benesty, and S. Tressens, "A new robust variable step-size NLMS algorithm," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 56, no. 5, pp. 1878-1893, May 2008.
- [11] P. Petrus, "Robust Huber adaptive Filter," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 47, no. 4, pp. 1129-1133, Apr. 1999.
- [12] Y. Zou, S. C. Chan, and T. S. Ng, "A recursive least M-estimate (RLM) adaptive filter for robust filtering in impulse noise," *IEEE Signal Process. Lett.*, vol. 7, no. 11, pp. 324-326, Nov. 2000.
- [13] Y. Zou and S. C. Chan, "A robust quasi-Newton adaptive filtering algorithm for impulse noise suppression," in *Proc. IEEE Int. Symp. Circuits Syst.*, May 2001, pp. 677-680.
- [14] M. Z. A. Bhotto and A. Antoniou, "Robust quasi-Newton adaptive filtering algorithms," *IEEE Trans. Circuits Syst. II, Exp. Briefs*, vol. 58, no. 8, pp. 537-541, Aug. 2011.
- [15] F. R. Hampel, E. M. Ronchetti, P. J. Rousseeuw, and W. A. Stahel, *Robust Statistics: The Approach Based on Influence Functions*, 1st, ed. John Wiley & Sons, 1986.
- [16] M. R. Petraglia, D. B. Haddad and E. L. Marques, "Normalized Subband Adaptive Filtering Algorithm With Reduced Computational Complexity," *IEEE Trans. Circuits Syst. II: Express Briefs*, v. 62, n. 4, pp 1164-1168, Aug. 2016.
- [17] I. Song, P. Park and R. W. Newcomb, "A normalized least mean squares algorithm with a step-size scaler against impulsive measurement noise," *IEEE Trans. Circuits Syst. II, Exp. Briefs*, vol. 60, no. 7, pp. 442-445, July. 2013.
- [18] C. Wang, H. C. Wu, and J. C. Principe, *A Cost Function for Robust Estimation of PCA*, in Proc. SPIE, vol. 2760, pp. 120-127, 1996.
- [19] P. S. R. Diniz, *Adaptive Filtering: Algorithms and Practical Implementations*, Boston, MA, edition 4, Springer, 2013.
- [20] P. P. Vaidyanathan, *Multirate Systems and Filter Banks Englewood Cliffs*, New Jersey, Prentice-Hall, 1993.
- [21] Z. Zheng and H. Zhao, "Affine projection M-estimate subband adaptive filters for robust adaptive filtering in impulsive noise," *Signal Processing*, vol. 120, pp 64-70, Mar. 2016.
- [22] Y. Yu and H. Zhao, "Novel sign subband adaptive filter algorithms with individual weighting factors," *Signal Processing*, pp 14-23, May 2016.