Novos Receptores com Posto Reduzido e sua Aplicação em Sistemas DS-CDMA

Francisco A. Sandoval, Raimundo Sampaio Neto
Centro de Estudos em Telecomunicações (CETUC)
Pontificia Universidade Católica do Rio de Janeiro (PUC-Rio), Brasil
Email: fasandoval@utpl.edu.ec, raimundo@cetuc.puc-rio.br

***Resumo*—Este artigo investiga receptores com posto reduzido baseados em filtros interpolados com resposta impulsional finita, onde a redução de posto é promovida por meio de dois estágios, interpolação e decimação, e onde os coeficientes do filtro interpolador são dimensionados de forma independente do filtro de detecção. Considerando a aplicação em sistemas DS-CDMA, resultados de simulação para cenários *downlink* e receptores RLS evidenciam que as estruturas propostas oferecem uma significativa redução na complexidade computacional dos receptores mantendo atraentes os desempenhos de convergência e taxa de erro em estado estacionário.**

I. Introdução

O número de coeficientes dos filtros de detecção adaptativos usados nos receptores em sistemas DS-CDMA (Direct Sequence Code Division Multiple Access) é em geral maior que o ganho de processamento (comprimento da sequência de espalhamento) usado no sistema. Assim, quando o valor deste ganho é grande os filtros adaptativos apresentam problemas de convergência lenta além de alta complexidade computacional. Por esta razão filtros com um número de coeficientes reduzido (processamento com posto reduzido) que permitam uma redução na complexidade computacional e/ou ganho na velocidade de convergência sem perda apreciável de desempenho em estado estacionário têm sido propostos e investigados.

Em [1] foi proposta e explorada uma possibilidade para atingir este objetivo baseada no uso de filtros FIR (Finite Impulse Response) interpolados. No esquema de redução de posto proposto a sequência de amostras do sinal recebido é inicialmente filtrada por um filtro interpolador, em seguida decimada e finalmente filtrada por um filtro adaptativo de detecção com um número de coeficientes reduzido. No esquema proposto os coeficientes dos filtros interpolador e de detecção eram adaptados conjuntamente de forma a minimizar uma dada função custo [2]–[4]. Ganhos ainda mais acentuados surgiram ao se adotar padrões de decimação também variáveis de acordo com as condições do canal [5].

Este artigo, propõe um novo receptor com posto reduzido baseado na estrutura proposta em [1], uma vez que a redução de posto é também promovida por meio de dois estágios iniciais, o estágio de interpolação e o estágio de decimação do conjunto original de amostras. O dimensionamento destes estágios, entretanto, é feito de forma diferente. Nos algoritmos aqui propostos, dado o padrão de decimação escolhido (ou em teste), os coeficientes do filtro interpolador são dimensionados de forma independente do filtro de detecção. Os novos esquemas são comparados com outras técnicas, o receptor com filtro inteiro (*full-rank*) [6], e o método de decomposição singular PC [7]–[9].

O artigo está organizado da seguinte forma. O processamento de redução de posto é apresentado na Secção II. Na Secção III são propostas estratégias para o dimensionamento do estágio de redução de posto. A Secção IV descreve o modelo matemático para o sistema DS-CDMA. A Secção V avalia o impacto da técnica de posto reduzido proposta no sistema DS-CDMA. Conclusões são apresentadas na Secção VI.

II. Processamento de Posto Reduzido

O processo de redução da dimensão do vetor recebido envolve dois estágios, interpolação e decimação, conforme o diagrama da Figura 1.

Considere uma observação vetorial $\mathbf{r}(i)$ de tamanho $M \times 1$ expressa na forma:

$$\mathbf{r}(i) = b(i)\,\mathbf{s} + \mathbf{i}(i) + \mathbf{n}(i) \tag{1}$$

onde $b(i)$ é uma variável aleatória complexa de média nula, que corresponde ao ponto da constelação de sinais associado ao *i*-ésimo símbolo transmitido pelo usuário desejado e $\mathbf{s}$ é o vetor que representa a assinatura do usuário desejado (assinatura efetiva). O vetor $\mathbf{i}(i)$ representa a interferência que depende do sistema. O vetor de ruído $\mathbf{n}(i) = [n_{_1}(i) \ldots n_{_M}(i)]^T$ é complexo gaussiano, com $\mathbb{E}[\mathbf{n}(k)\mathbf{n}(i)^{\mathcal{H}}] = \sigma_n^2\mathbf{I}$, onde $(.)^T$ e $(.)^{\mathcal{H}}$ denotam os operadores transposto e Hermitiano transposto, respectivamente e $\mathbb{E}[.]$ expressa o valor esperado. Considera-se aqui que os vetores $b(i)\,\mathbf{s}$, $\mathbf{i}(i)$, e $\mathbf{n}(i)$ são estatisticamente independentes.

O bloco de interpolação consiste na filtragem do vetor de observação $\mathbf{r}$ por um filtro de pesos representados pelo vetor $\mathbf{v}$ de tamanho $L_v \times 1$ ($L_v \ll M$), cuja função é gerar maior correlação entre as componentes do vetor $\mathbf{r}$ antes do processo de decimação. O bloco decimador $\mathbf{D}$ seleciona uma parcela das componentes do vetor interpolado, reduzindo sua dimensão por um fator F. Por conseguinte o comprimento

Este trabalho contou com o suporte da Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado do Rio de Janeiro (FAPERJ).

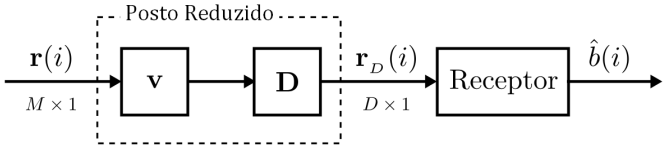

Figura 1. Diagrama do Estágio de Redução de Posto

final do vetor observado depois de passar pelo bloco de posto reduzido é de $\lfloor M/F \rfloor = D$, onde $\lfloor x \rfloor$ representa o maior inteiro menor ou igual a x. A operação de decimação pode ser implementada por meio da matriz $\mathbf{D}$ com dimensão $D \times M$, expressa por

$$\mathbf{D}_l = \begin{pmatrix} & & \overbrace{}^{l^{th}} & & & & & & & & \\ 0 & \dots & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \dots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \tag{2}$$

O índice l representa a posição a partir da qual começa a decimação. No caso de decimação uniforme, para um dado fator de decimação F, existem F possíveis padrões de decimação identificados pelo índice l.

Na saída do bloco de posto reduzido tem-se como resultado um vetor de observação reduzido $\mathbf{r}_{D}$ que pode ser expresso na forma

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_{D} &= \mathbf{D}\boldsymbol{\mathcal{V}}\mathbf{r} && (3) \\ &= \mathbf{D}\boldsymbol{\mathcal{V}}(b\,\mathbf{s} + \mathbf{i} + \mathbf{n}) \\ &= b\,\mathbf{s}_{D} + \mathbf{i}_{D} + \mathbf{n}_{D} && (4) \end{aligned}$$

onde a matriz de convolução $\boldsymbol{\mathcal{V}}$ é a matriz *toeplitz* do vetor $\mathbf{v}$ que implementa a convolução discreta deste vetor com o vetor de observação $\mathbf{r}$. Considerando a propriedade comutativa da convolução, e possível reescrever a equação (3) como $\mathbf{r}_{D} = \mathbf{D}\boldsymbol{\mathcal{R}}\mathbf{v}$. Do mesmo modo, a assinatura reduzida do usuário desejado e o vetor de ruído reduzido podem ser expressos por $\mathbf{s}_{D} = \mathbf{D}\boldsymbol{\mathcal{S}}\mathbf{v}$ e $\mathbf{n}_{D} = \mathbf{D}\boldsymbol{\mathcal{N}}\mathbf{v}$, sendo $\boldsymbol{\mathcal{R}}$, $\boldsymbol{\mathcal{S}}$ e $\boldsymbol{\mathcal{N}}$ matrizes *toeplitz* dos vetores $\mathbf{r}$, $\mathbf{s}$ e $\mathbf{n}$ respectivamente.

III. Dimensionamento do Estágio de Redução de Posto

Esta seção propõe duas estratégias para o dimensionamento dos estágios de interpolação e decimação no bloco de posto reduzido. O objetivo aqui é a redução da complexidade computacional dos procedimentos de equalização e detecção advinda do processamento no receptor de vetores com um grande número de componentes, sem perda apreciável de desempenho. Supõe-se aqui que a assinatura $\mathbf{s}$ do usuário desejado é conhecida (ou estimada).

A. Maximizar a Razão Sinal-Ruído na saída do Estágio de Redução de Posto

A razão sinal-ruído (*signal-to-noise ratio, SNR*) na saída do estágio de redução de posto, é expressa por:

$$\begin{aligned} \text{SNR} &= \frac{\mathbb{E}\left[\|b\,\mathbf{s}_{D}\|^2\right]}{\mathbb{E}\left[\|\mathbf{n}_{D}\|^2\right]} \\ &= \frac{\delta\,\|\mathbf{s}_{D}\|^2}{D\sigma_n^2\|\mathbf{v}\|^2} && (5) \end{aligned}$$

onde $\delta = \mathbb{E}\left[|b|^2\right]$ e a variância das componentes do ruído filtrado é dada por $\sigma_n^2\|\mathbf{v}\|^2$.

O objetivo agora é determinar conjuntamente o filtro $\mathbf{v}^*$ e o padrão de decimação $\mathbf{D}^*$ que maximizam a razão sinal-ruído. De início, restringe-se o problema a encontrar o filtro $\mathbf{v}_l^*$ que maximiza a SNR, dado o padrão de decimação $\mathbf{D}_l$, ou seja

$$\mathbf{v}_l^* = \arg\max_{\mathbf{v}} \frac{\|\mathbf{s}_{D}\|^2}{\|\mathbf{v}\|^2} \tag{6}$$

mas no numerador de (6), o quadrado da norma da assinatura reduzida pode ser expresso na forma

$$\begin{aligned} \|\mathbf{s}_{D}\|^2 &= \|\mathbf{D}_l\boldsymbol{\mathcal{S}}\mathbf{v}\|^2 \\ &= \mathbf{v}^{\mathcal{H}}\mathbf{A}_l\mathbf{v} && (7) \end{aligned}$$

onde $\mathbf{A}_l$ de dimensão $L_v \times L_v$ é a matriz simétrica não-negativa definida dada por

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_l &= \boldsymbol{\mathcal{S}}^{\mathcal{H}}\mathbf{D}_l^{\mathcal{H}}\mathbf{D}_l\boldsymbol{\mathcal{S}} && (8) \\ &= \boldsymbol{\mathcal{S}}^{\mathcal{H}}\mathit{diag}(\mathbf{p}_l)\boldsymbol{\mathcal{S}} && (9) \end{aligned}$$

onde o operador $\mathit{diag}(\mathbf{p})$ representa a matriz diagonal cujos elementos não nulos são iguais aos elementos de $\mathbf{p}$. O vetor de pesos $\mathbf{p}_l$ identifica o padrão de decimação e assume o valor 0 nas posições correspondentes às componentes do vetor a serem decimadas e 1 naquelas que serão conservadas.

Substituindo a expressão (7) em (6) obtém-se:

$$\mathbf{v}_l^* = \arg\max_{\mathbf{v}} \bar{\mathbf{v}}^{\mathcal{H}}\mathbf{A}_l\bar{\mathbf{v}} \tag{10}$$

onde $\bar{\mathbf{v}}$ é o filtro $\mathbf{v}$ normalizado para comprimento unitário.

O filtro $\mathbf{v}_l$ que maximiza a forma quadrática em (10) é o autovetor normalizado associado ao maior autovalor $\lambda_{\max,l}$ da matriz $\mathbf{A}_l$.

O procedimento adotado para o dimensionamento do estágio de redução de posto é composto pelos seguintes passos

1) Estimar a assinatura efetiva do usuário desejado:

$$\hat{\mathbf{s}}[j] = \alpha\,\hat{\mathbf{s}}[j-1] + \mathbf{r}[j]\,b^*[j] \tag{11}$$

onde α é o fator de esquecimento com valor entre $0 < \alpha < 1$.

2) Determinar a matriz *toeplitz* $\hat{\boldsymbol{\mathcal{S}}}[j]$ do vetor $\hat{\mathbf{s}}[j]$.
3) Obter a matriz A_l dada por (9)

$$\hat{\mathbf{A}}_l[j] = \hat{\boldsymbol{\mathcal{S}}}^{\mathcal{H}}[j]\mathit{diag}(\mathbf{p}_l)\hat{\boldsymbol{\mathcal{S}}}[j] \tag{12}$$

4) Determinar o autovetor associado ao maior autovalor de $\hat{\mathbf{A}}_l[j]$ e atribui-lo a $\mathbf{v}_l^*$.

Obtém-se o melhor padrão de decimação $\mathbf{D}^*$ conjuntamente com o melhor filtro de interpolação $\mathbf{v}^*$ através do teste entre os possíveis padrões de decimação selecionados e comparação

dos autovalores máximos associados a $\hat{\mathbf{A}}_l[j]$ para cada l. O padrão $\mathbf{D}_l$ de decimação para o qual obtém-se o maior autovalor é escolhido como ótimo, $\mathbf{D}^*$.

B. Maximizar a razão sinal-interferência mais ruído na saída do estágio de redução de posto

A razão sinal-ruido mais interferência (SNIR) para o caso em estudo é dada por:

$$\text{SNIR}_{_D} = \frac{\delta \left\|\mathbf{s}_{_D}\right\|^2}{\mathbb{E}\left[\left\|\mathbf{i}_{_D} + \mathbf{n}_{_D}\right\|^2\right]}. \tag{13}$$

Assim, procura-se obter conjuntamente o filtro $\mathbf{v}^*$ (ótimo) e o padrão de decimação $\mathbf{D}^*$ que maximiza a SNIR. Restringe-se este problema a encontrar o filtro $\mathbf{v}^*$ que maximiza a $\text{SNIR}_{_D}$ da equação (13), dado o padrão de decimação. Ou seja, fixada a matriz $\mathbf{D}_l$ escolhe-se o filtro $\mathbf{v}_l$ tal que

$$\mathbf{v}_l^* = \arg\max_{\mathbf{v}} \frac{\left\|\mathbf{s}_{_D}\right\|^2}{\mathbb{E}\left[\left\|\mathbf{i}_{_D} + \mathbf{n}_{_D}\right\|^2\right]} \tag{14}$$

mas, resolver o problema descrito em (14), é equivalente a determinar

$$\mathbf{v}_l^* = \arg\max_{\mathbf{v}} \frac{\left\|\mathbf{s}_{_D}\right\|^2}{\mathbb{E}\left[\left\|\mathbf{r}_{_D}\right\|^2\right]} \tag{15}$$

uma vez que

$$\begin{aligned} \frac{\mathbb{E}\left[\left\|\mathbf{r}_{_D}\right\|^2\right]}{\delta \left\|\mathbf{s}_{_D}\right\|^2} &= \frac{\mathbb{E}\left[\left\|b\,\mathbf{s}_{_D} + \mathbf{i}_{_D} + \mathbf{n}_{_D}\right\|^2\right]}{\delta \left\|\mathbf{s}_{_D}\right\|^2} \\ &= \frac{\delta \left\|\mathbf{s}_{_D}\right\|^2 + \mathbb{E}\left[\left\|\mathbf{i}_{_D} + \mathbf{n}_{_D}\right\|^2\right]}{\delta \left\|\mathbf{s}_{_D}\right\|^2} \\ &= 1 + \frac{1}{\text{SNIR}_{_D}}. \end{aligned} \tag{16}$$

Agora, considerando-se o vetor de observação reduzido, tem-se que

$$\begin{aligned} \mathbb{E}\left[\left\|\mathbf{r}_{_D}\right\|^2\right] &= \mathbb{E}\left[\left\|\mathbf{D}_l \boldsymbol{\mathcal{R}} \mathbf{v}\right\|\right]^2 \\ &= \mathbf{v}^{\mathcal{H}} \mathbf{B}_l \mathbf{v} \end{aligned} \tag{17}$$

onde a matriz hermitiana simétrica e não-negativa $\mathbf{B}_l$ de dimensão $L_v \times L_v$ é dada por

$$\mathbf{B}_l = \mathbb{E}\left[\boldsymbol{\mathcal{R}}^{\mathcal{H}} \mathbf{D}_l^{\mathcal{H}} \mathbf{D}_l \boldsymbol{\mathcal{R}}\right]. \tag{18}$$

O problema de maximização em (15), pode ser escrito como:

$$\mathbf{v}_l^* = \arg\max_{\mathbf{v}} f_l(\mathbf{v}) \tag{19}$$

onde $f_l(\mathbf{v})$ é definida por

$$f_l(\mathbf{v}) = \frac{\mathbf{v}^{\mathcal{H}} \mathbf{A}_l \mathbf{v}}{\mathbf{v}^{\mathcal{H}} \mathbf{B}_l \mathbf{v}} = \mathbf{v}^{\mathcal{H}} \mathbf{A}_l \mathbf{v} \left(\mathbf{v}^{\mathcal{H}} \mathbf{B}_l \mathbf{v}\right)^{-1}. \tag{20}$$

Para obter os pontos críticos da função $f_l(\mathbf{v})$ determina-se o seu gradiente

$$\nabla_{\mathbf{v}} \cdot f_l(\mathbf{v}) = -\mathbf{v}^{\mathcal{H}} \mathbf{A}_l \mathbf{v} \left(\mathbf{v}^{\mathcal{H}} \mathbf{B}_l \mathbf{v}\right)^{-2} \mathbf{B}_l \mathbf{v} + \left(\mathbf{v}^{\mathcal{H}} \mathbf{B}_l \mathbf{v}\right)^{-1} \mathbf{A}_l \mathbf{v},$$

os valores de $\mathbf{v}$ que anulam o gradiente devem satisfazer

$$\begin{aligned} -\left(\mathbf{v}^{\mathcal{H}} \mathbf{A}_l \mathbf{v}\right) \mathbf{B}_l \mathbf{v} + \left(\mathbf{v}^{\mathcal{H}} \mathbf{B}_l \mathbf{v}\right) \mathbf{A}_l \mathbf{v} &= 0 \\ \mathbf{A}_l \mathbf{v} &= \lambda \mathbf{B}_l \mathbf{v} \end{aligned} \tag{21}$$

onde λ em (21) é o escalar dado por:

$$\lambda = \frac{\left(\mathbf{v}^{\mathcal{H}} \mathbf{A}_l \mathbf{v}\right)}{\left(\mathbf{v}^{\mathcal{H}} \mathbf{B}_l \mathbf{v}\right)} = f_l(\mathbf{v}). \tag{22}$$

Suponha agora que existe um vetor $\mathbf{v}$ que satisfaça (21) e que a matriz $\mathbf{B}_l$ tem inversa. Então, $\mathbf{v}$ tem que satisfazer

$$\mathbf{F}_{_l} \mathbf{v} = \lambda \mathbf{v} \tag{23}$$

onde

$$\mathbf{F}_{_l} = \mathbf{B}_{_l}^{-1} \mathbf{A}_{_l} \tag{24}$$

Ou seja, $\mathbf{v}$ tem que ser um autovetor da matriz $\mathbf{F}_l$ em (24). Por outro lado, como de (22) tem-se que $\lambda = f_l(\mathbf{v})$, o vetor $\mathbf{v}$ que maximiza $f_l(\mathbf{v})$ deve corresponder ao maior autovalor de $\mathbf{F}_l$. Tem-se assim que o filtro $\mathbf{v}_l$ que maximiza $\text{SNIR}_{_D}$ é o autovetor associado ao maior autovalor $\lambda_{\text{max},l}$ da matriz $\mathbf{F}_l$ e $f_l(\mathbf{v}_l^*) = \lambda_{\text{max},l}$.

O procedimento adotado para o dimensionamento do estágio de redução de posto é composto pelos seguintes passos

1) Estimação da matriz $\mathbf{B}_l$ dada por (18)

$$\hat{\mathbf{B}}_l[j] = \alpha\, \hat{\mathbf{B}}_l[j-1] + \boldsymbol{\mathcal{R}}^{\mathcal{H}}[j] \mathit{diag}(\mathbf{p}_l) \boldsymbol{\mathcal{R}}[j] \tag{25}$$

   onde $\boldsymbol{\mathcal{R}}[j]$ é a matriz *toeplitz* do *j*-ésimo vetor recebido.
2) Estimar a assinatura do usuário desejado $\hat{\mathbf{s}}[j]$ de acordo com (11).
3) Determinar a matriz *toeplitz* $\hat{\boldsymbol{\mathcal{S}}}[j]$ do vetor $\hat{\mathbf{s}}[j]$.
4) Calcular $\hat{\mathbf{A}}_l[j]$ de acordo com (12).
5) Obter a matriz $\hat{\mathbf{F}}_l[j] = \hat{\mathbf{B}}_l^{-1}[j] \hat{\mathbf{A}}_l[j]$.
6) Determinar o autovetor associado ao maior autovalor de $\hat{\mathbf{F}}_l[j]$ e atribui-lo a $\mathbf{v}_l^*$.

Obtém-se o melhor padrão de decimação $\mathbf{D}^*$ conjuntamente com o melhor filtro de interpolação $\mathbf{v}^*$ através de teste entre os possíveis padrões de decimação selecionados e comparação dos autovalores máximos associados a $\hat{\mathbf{F}}_l[j]$ para cada l. O padrão $\mathbf{D}_l$ de decimação para o qual obtém-se o maior autovalor é escolhido como ótimo, $\mathbf{D}^*$.

IV. Modelo de Sinais para Sistemas DS-CDMA

Considera-se um cenário *downlink* de um sistema DS-CDMA síncrono com K usuários ativos e N *chips* por símbolo. Supondo-se que o canal de comunicações é constante durante cada intervalo de símbolo e o receptor é síncrono com o percurso principal, o sinal recebido depois da demodulação coerente, filtragem por um filtro casado ao pulso de *chip* e amostrado à taxa de *chips* resulta no vetor recebido de tamanho $(M = N + L_p - 1) \times 1$ dado por

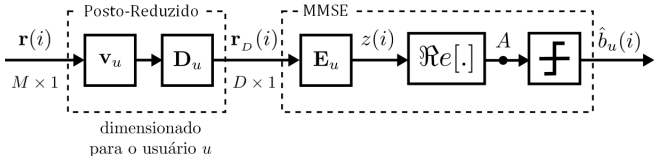

Figura 2. Diagrama para o receptor de um sistema DS-CDMA com equalizador MMSE-RLS e o posto reduzido proposto.

$$\mathbf{r}(i) = \mathbf{SAb}(i) + \boldsymbol{\eta}(i) + \mathbf{n}(i) \tag{26}$$

onde L_p é o comprimento da resposta ao impulso do canal expressa em intervalos de *chip*, a matriz $\mathbf{S} = [\mathbf{s}_1|\dots|\mathbf{s}_K]$, onde $\mathbf{s}_k = \mathbf{c}_k \star \mathbf{h}(i)$, com o símbolo $\star$ representando convolução discreta, $\mathbf{c}_k = [c_k(1)\dots c_k(N)]^T$ é a sequência de espalhamento do k-ésimo usuário e o vetor do canal é $\mathbf{h}(i) = [h_1(i)\dots h_{L_p}(i)]$. Ainda em (26), $\mathbf{A} = diag(A_1 \dots A_K)$ onde a amplitude do k-ésimo usuário é A_k, $\mathbf{b}(i) = [b_1(i)\dots b_K(i)]^T$ onde $b_k \in \{\pm 1 + j0\}$ é o símbolo do k-ésimo usuário com $j^2 = -1$, $\boldsymbol{\eta}(i)$ é a ISI e $\mathbf{n}(i) = [n_1(i)\dots n_M(i)]^T$ é o vetor de ruído complexo gaussiano com $\mathbb{E}[\mathbf{n}(k)\mathbf{n}(i)^{\mathcal{H}}] = \sigma^2\mathbf{I}$.

Considerando um usuário desejado u, a expressão para o vetor $\mathbf{r}$ em (26) pode ser reescrita na forma

$$\mathbf{r}(i) = \mathbf{s}_u A_u b_u(i) + \underbrace{\sum_{\substack{j=1 \\ j\neq u}}^{K} \mathbf{s}_j A_j b_j(i) + \boldsymbol{\eta}(i) + \mathbf{n}(i)}_{\mathbf{i}_u(i)} \tag{27}$$

definindo desta forma o sinal desejado, a interferência e o ruído do sistema, coincidente com o modelo do vetor de observação apresentado na Seção II.

No receptor MMSE, ilustrado na Figura 2, a matriz de equalização $\mathbf{E}_u$, de dimensão $1 \times D$ é obtida minimizando-se o erro quadrático médio, ou seja:

$$\mathbf{E}_u(i) = \arg\min_{\mathbf{E}} \ \mathbb{E}\left[\|b_u(i) - \mathbf{E}\mathbf{r}_D(i)\|^2\right] \tag{28}$$

A solução para (28) é dada por [10]:

$$\mathbf{E}_u(i) = \tilde{\mathbf{S}}_u^{\mathcal{H}}(i)\ \mathbf{R}_D^{-1}(i) \tag{29}$$

onde $\tilde{\mathbf{S}}_u^{\mathcal{H}}(i) = \mathbb{E}[b_u(i)\mathbf{r}_D(i)^{\mathcal{H}}] = (\mathbf{A}_u\mathbf{s}_u)^{\mathcal{H}}$, e $\mathbf{R}_D(i) = \mathbb{E}\left[\mathbf{r}_D(i)\mathbf{r}_D^{\mathcal{H}}(i)\right]$.

Ainda na Figura 2, tem-se que $z(i) = \mathbf{E}_u(i)\mathbf{r}_D(i)$, e os símbolos detectados por este receptor são dados por:

$$\hat{b}_u(i) = sgn(\Re e[z(i)]) \tag{30}$$

V. Resultados

Esta seção avalia o impacto da técnica de posto reduzido proposta e dos métodos considerados para o seu dimensionamento. As novas técnicas são comparadas com o receptor *full-rank* e com o método de componentes principais PC [7], [8]. O sistema DS-CDMA emprega sequências de Gold de comprimento $N = 31$. O canal é constituído por 3 percursos sujeitos a desvanecimentos de Rayleigh independentes e invariantes no tempo com potências relativas dadas por 0, -3 e -6 dB, respectivamente, e onde o atraso do segundo percurso é dado por uma variável aleatória discreta uniforme entre 1 e 3 *chips*, e o atraso do terceiro percurso é dado por uma variável aleatória discreta uniforme entre 4 e 6 *chips*. O limite superior $L_p = 7$ foi adotado nas simulações. As potencias dos sinais interferentes na recepção são variáveis aleatórias do tipo log-normal com desvio padrão associado de 6 dB.

A estimativa do filtro equalizador MMSE dado por (29) foi obtida com o algoritmo RLS [10] com um fator de esquecimento $\alpha = 0.998$. A estimação da assinatura efetiva do usuário desejado $\hat{\mathbf{s}}_u[j]$ é feita pelo método assistido com pilotos, equação (11).

A avaliação de desempenho considerou a razão sinal-ruído mais interferência, SNIR, na detecção (ponto A no diagrama da Figura 2) e a taxa de erro de bit do receptor RLS. Para obtenção dos resultados de simulação os receptores processam 2000 símbolos e são tomadas as médias de 500 experimentos independentes (500 realizações do canal). Para dimensionar o comprimento do filtro interpolador $\mathbf{v}$, foram conduzidos experimentos com valores na faixa de $L_v = 2$ a $L_v = 8$ e diferentes valores de F. Valores máximos de SNIR foram obtidos com $L_v = F + 1$, que, coincidentemente, corresponde ao máximo valor para L_v que ainda mantem branco o vetor de ruído na saída do estágio de posto reduzido com decimação uniforme. O receptor linear *full-rank* MMSE é aproximado pela técnica adaptativa RLS. Os receptores interpolados são denominados INT, o método das componentes principais (PC) requer SVD da matriz covariância da observação $\mathbf{r}(i)$ e a dimensão do sub-espaço é escolhida como $D = K$.

A Figura 3, mostra a evolução dos valores de SNIR com o número de símbolos-piloto transmitidos e é usada para avaliar o desempenho de convergência dos algoritmos analisados. Observa-se que os métodos de posto reduzido interpolado dos esquemas A e B com fator decimação $F = 2$ conseguem um desempenho próximo ao do algoritmo PC com $D = K = 8$ mantendo uma complexidade computacional muito menor, como será mostrado adiante.

Para avaliar o desempenho em termos de BER (*bit error rate*), o receptor utiliza em cada experimento uma sequência de treinamento com $N_{tr} = 500$ símbolos-piloto e, em seguida, comuta para o modo de operação onde mais 1500 símbolos são transmitidos. As curvas obtidas para a BER apresentadas na Figura 4 refletem o comportamento dos métodos nas curvas de SNIR.

Para avaliar a complexidade computacional dos receptores considerados, foi feito um cálculo do número de operações (adições e multiplicações) requeridas por símbolo detectado para cada estratégia. Os resultados são apresentados na Tabela I e ilustrados na Figura 5, que descreve a complexidade computacional em função da dimensão M do vetor de observação $\mathbf{r}$ para os algoritmos recursivos. Um inconveniente do método das componentes principais (PC) é que a redução de posto requer uma SVD com um custo computacional associado de $\mathcal{O}(M^3)$ para o cômputo do subespaço desejado.

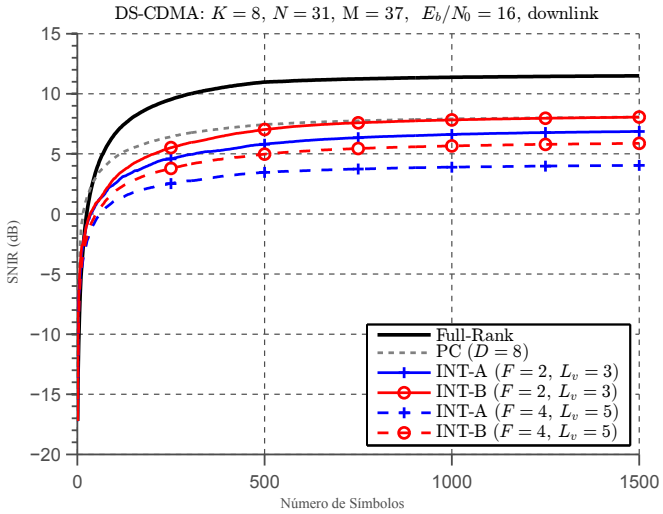

Figura 3. Desempenho em termos de SNIR para receptor MMSE-RLS

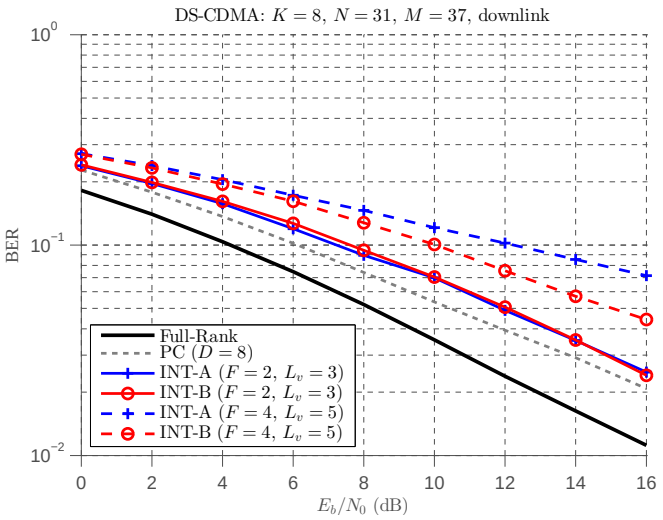

Figura 4. Taxa de erro de bit (BER) versus E_b/N_o

Tabela I
COMPLEXIDADE COMPUTACIONAL DOS ALGORITMOS

Algoritmo	Número de Operações por Símbolo	
	Adições	Multiplicações
***Full-Rank* - RLS**	$3(M-1)^2 + M^2 + 2M$	$6M^2 + 2M + 2$
PC - RLS	$M^3 + 3(D-1)^2$ $+D^2 + 2D$	$\mathcal{O}(M^3) + 6D^2$ $+2D + 2$
INT-A - RLS	$3(D-1)^2 + D^2 + 2D$ $+(M-1)L_v^2 + \mathcal{O}(L_v^2)$	$6D^2 + 2D + ML_v$ $+ML_v^2 + \mathcal{O}(L_v^2) + 2$
INT-B - RLS	$3(D-1)^2 + D^2 + 2D$ $+2(M-1)L_v^2$ $+\mathcal{O}(L_v^2) + \mathcal{O}(L_v^3)$	$6D^2 + 2D$ $+2ML_v + 2ML_v^2$ $+\mathcal{O}(L_v^2) + \mathcal{O}(L_v^3) + 2$

VI. CONCLUSÕES

Neste trabalho foi investigado o dimensionamento de uma técnica de redução de posto, promovida por meio de dois estágios iniciais, o estágio de interpolação e o estágio de decimação, na qual, dado o padrão de decimação escolhido,

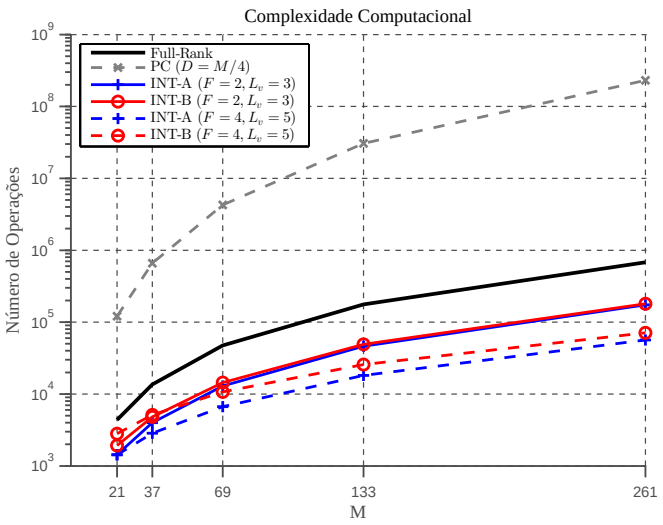

Figura 5. Complexidade em termos de operações aritméticas em função da dimensão (M) do vetor de observação.

os coeficientes do filtro interpolador são otimizados de forma independente do filtro de detecção. Considerando a aplicação em sistemas DS-CDMA, simulações de computador mostraram que as estruturas propostas, têm um desempenho bom o suficiente para torná-las atraentes para uso em receptores que prezam a maior rapidez de convergência e o menor custo computacional resultantes do processamento de matrizes menores.

REFERÊNCIAS

[1] R. C. De Lamare and R. Sampaio-Neto, "Reduced-Rank Interference Suppression For DS-CDMA Using Adaptive Interpolated FIR Filters With Adaptive Interpolators", *IEEE Int. Symp. Pers., Indoor and Mobile Radio Commun.*, pp. 150-154, Sep 2004.

[2] R. C. De Lamare and R. Sampaio-Neto, "Adaptive Reduced-Rank MMSE Filtering With Interpolated FIR Filters and Adaptive Interpolators", *IEEE Signal Process. Lett.*, vol 12, pp. 177-180, March 2005.

[3] R. C. De Lamare and R. Sampaio-Neto, "Reduced-Rank Interference Suppression For DS-DCMA Based On Interpolated FIR Filters", *IEEE Commun. Lett.*, vol 9, pp. 213-215, March 2005.

[4] R. C. De Lamare and R. Sampaio-Neto, "Adaptive Interference Suppression For DS-CDMA Systems Based On Interpolated Fir Filters With Adaptive Interpolators In Multipath Channels", *IEEE Trans. Veh. Technol.* , vol 56, pp. 2457-2474, September 2007.

[5] R. C. De Lamare and R. Sampaio-Neto, "Adaptive Reduced-Rack Processing Based On Joint And Iterative Interpolation, Decimation, and Filtering", *IEEE Trans. Signal Process.*, vol 57, pp. 2503-2514, July 2009.

[6] M. L. Honig and H. V. Poor, "Adaptive interference suppression", *Wireless Commun.: Signal Processing Perspectives*, H. V. Poor and G. W. Wornell, Eds. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1998, ch. 2, pp. 64-128.

[7] A. M. Haimovich and Y. Bar-Ness, "An eigenanalysis interference canceler", *IEEE Trans. on Signal Process.*, vol 39, pp. 76-84, Jan. 1991.

[8] X. Wang and H. V. Poor, "Blind multiuser detection: a subspace approach", *IEEE Trans. on Inf. Theory*, vol 44, pp. 677-690, Mar. 1998.

[9] Y. Song and S. Roy, "Blind adaptive reduced-rank detection for DS-CDMA signals in multipath channels", *IEEE J. Sel. Areas Commun.*, vol 17, pp. 1960-1970, November 1999.

[10] S. Haykin, "Adaptive Filter Theory", 4th ed. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 2002.