# Analisador e Sintetizador de Instrumentos Musicais via Transformada Rápida de Fourier

Vitor A. V. Parente e G. Jerônimo da Silva Jr.

***Resumo*— Este artigo apresenta uma metodologia para analisar e construir sinais de instrumentos musicais, a partir do som de uma única nota musical do instrumento, com o auxílio da transformada rápida de Fourier. A metodologia é utilizada para gerar todas as notas musicais de um violoncelo a partir de sua nota Lá. A metodologia pode ser aplicada para caracterização de instrumentos, compactação de sinais musicais, afinamento e diagnósticos de defeitos em equipamentos.**

***Palavras-Chave*— Instrumentos musicais, FFT, compactação.**

***Abstract*— This paper presents a methodology to analyze and to build musical instruments signals, from the sound of a single musical note of the instrument, with the use of the fast Fourier transform. The methodology is used to generate all musical notes of a cello from its La note. The methodology can be applied for characterizing instruments, musical signals compression, tuning and fault diagnosis in musical instruments.**

***Keywords*— Musical instruments, FFT, compression.**

## I. Introdução

A série de Fourier é uma ferramenta bem estabelecida e bastante aplicada em diversas áreas da engenharia [1], [2]. Uma dessas áreas é o processamento de sinais audíveis, que correspondem a uma faixa de frequência entre 20 até 20 kHz aproximadamente [3], [4]. Dentro dessa faixa, estão os sons produzidos por instrumentos musicais, que apresentam formas de onda diversificadas, chamadas de timbre. O timbre varia dependendo do instrumento e possui pico de intensidade energética concentrado nas frequências das notas musicais [5], [6].

A ciência que aplica tecnologias computacionais para análise e síntese de músicas é chamada de *computação musical* [7]. Ela baseia-se na relação entre teoria musical e matemática e esteve intimamente ligada aos avanços na computação desde o surgimento dos primeiros computadores, passando pelas melhorias intensas na capacidade computacional, miniaturização dos computadores, evoluções em processamento digital de sinais e criação de linguagens de alto nível.

Nesse contexto, algoritmos rápidos são usados para a computação da série de Fourier de sinais amostrado no tempo. Seja a decomposição em série de Fourier de um sinal em tempo contínuo, $x_c(t)$, com banda limitada em $f_s/2$ e período $N/f_s$, dada por

$$x_c(t) = \sum_{k=-N/2}^{N/2} a_k e^{j\frac{2\pi f_s}{N}t}, \tag{1}$$

Vitor A. V. Parente e G. Jerônimo da Silva Jr., Grupo de Processamento de Sinais, Departamento de Eletrônica e Sistemas, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, PE, E-mails: gilsonjr@gmail.com, vitorvparente@gmail.com.

em que $f_s$ é a frequência de amostragem do sinal $x_c(t)$ em Hz. Pode-se computar os coeficientes $a_k$, aproximadamente, através da amostragem $x[n] = x_c(n/f_s)$ por

$$a_k \approx \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1} x[n]e^{-j\frac{2\pi}{N}kn} = \frac{1}{N}X[k]. \tag{2}$$

A sequência $X[k]$ da Equação (2) é a transformada discreta de Fourier (DFT, do inglês *discrete Fourier transform*) de $x[n]$, com $N$ pontos, [8], e pode ser implementada através de um popular algoritmo conhecido como transformada rápida de Fourier (FFT, do inglês *fast Fourier transform*) de $N$ pontos [9]-[12].

Sinais sonoros $x_c(t)$ são captados por microfones e convertidos em sinais elétricos, que são amostrados a uma taxa de amostragem $f_s$, normalmente 44100 Hz, para produzir o sinal discreto amostrado $x[n]$, que pode ser processado utilizando-se ferramentas computacionais como MATLAB ou Scilab [13].

A Seção II apresenta uma metodologia de caracterização e análise desses sinais. A Seção III apresenta alguns resultados e possíveis aplicações, como na área de compactação de sinais musicais. As conclusões são apresentadas na Seção IV.

## II. Análise e Síntese de Timbre e Envoltória

Observando a forma de onda do som de uma nota musical, emitido por um violino, obtido através de uma amostragem de 44100 Hz, mostrada na Figura 1, nota-se que existe uma envoltória (também conhecida como janela ou envelope) $w(t)$ positiva que modula um sinal "aparentemente periódico", $p(t)$. Na literatura, a forma de onda periódica $p(t)$ é chamada de *timbre* e possui período relacionado com o a frequência da nota tocada no instrumento (também chamada de *pitch*), de forma que o som é modelado, empiricamente, por

$$x(t) = w(t)p(t). \tag{3}$$

Como $p(t)$ é "quase periódico", esse pode ser decomposto em série de Fourier. A envoltória do sinal, $w(t)$, é determinada de acordo com o instrumento e possíveis efeito adicionado à nota musical. A maioria dos sintetizadores definem a envoltória de acordo com o instrumento e armazenam esses sinais em banco de dados. Nesse artigo, propõe-se a metodologia de decompor $p(t)$ e $w(t)$ através da série de Fourier.

A metodologia consiste em obter os parâmetros referentes a envoltória $w(t)$ (duração, frequência fundamental e coeficientes da série de Fourier) e ao timbre $p(t)$ utilizando-se a FFT. Após a obtenção dos parâmetros, é possível aproximar o sinal do som através da Equação (3). Nesse caso, a aproximação é uma emulação do som do instrumento. O diagrama na Figura 2 mostra, de forma resumida, como é

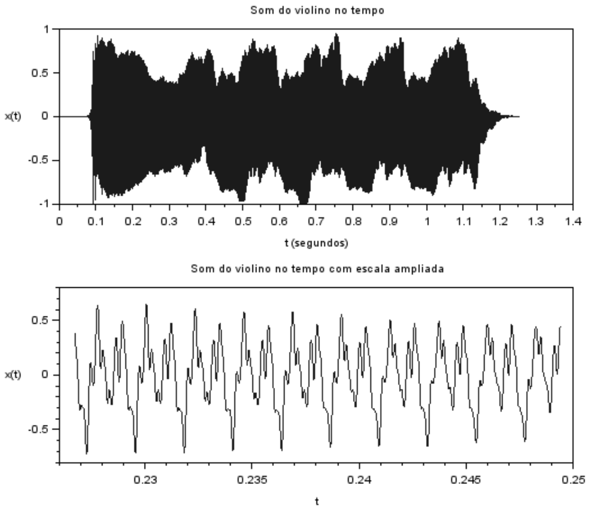


Fig. 1. Sinal sonoro gerado por um violino em escalas de tempo diferentes.

feita a aquisição dos parâmetros para um determinado som instrumental.

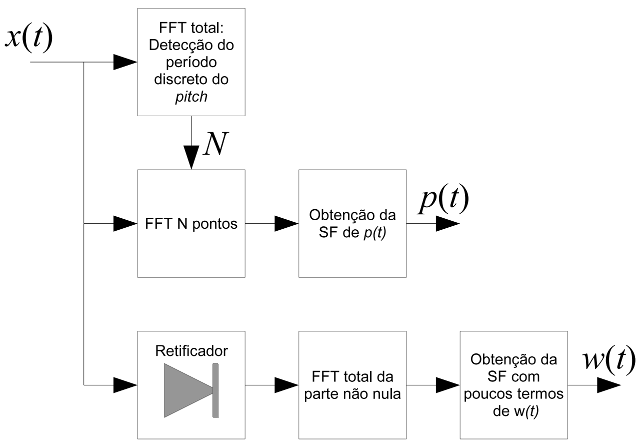


Fig. 2. Diagrama em blocos resumido da obtenção dos parâmetros dos sinais $w(t)$ e $p(t)$, a partir do som do instrumento $x(t)$.

De maneira inversa, é possível escolher os parâmetros de forma arbitrária e sintetizar o som, de modo a gerar sons diferentes de qualquer instrumento musical existente. Parâmetros de certos tipos de sons que "agradam" ou "desagradam" humanos estão sendo estudados, de forma a procurar novos tipos de sons e aplicações.

A partir das equações (2) e (1), chega-se a

$$x_c(t) \approx \frac{1}{N}\left(X[0] + \sum_{k=1}^{N/2} \mathrm{Re}\{X[k]e^{j\frac{2\pi f_s}{N}t}\}\right). \tag{4}$$

A Equação (4) permite a síntese de qualquer escalonamento $x_c(At)$, $A \in \mathbb{R}$, através de

$$x_c(At) \approx \frac{1}{N}\left(X[0] + \sum_{k=1}^{N/2} \mathrm{Re}\{X[k]e^{j\frac{2\pi f_s A}{N}t}\}\right). \tag{5}$$

A Equação (5) em conjunto com os parâmetros de $p(t)$ e $w(t)$ é usada para gerar as diferentes notas musicais e diminuir ou aumentar a duração das notas.

## III. Resultados e aplicações em telecomunicações

A metodologia da Seção II foi utilizada com sucesso para sintetizar um Lá de um violoncelo e gerar uma música completa (Parabéns pra Você) com todas as nota. Efeitos no instrumento foram adicionados artificialmente e uma análise qualitativa foi feita com resultados satisfatórios.

Uma aplicação importante em telecomunicações é a compactação de sinais de instrumentos conhecidos. É possível reconstruir todos os sons de uma violoncelo conhecendo os parâmetros de $p(t)$ e $w(t)$ e a partitura desse instrumento (que é codificada de forma compacta com símbolos finitos) para uma determinada música, que é, geralmente, muito mais compacto do que arquivos em .wav ou .mp3.

Atualmente, a metodologia está em testes para ser utilizada na geração de áudios automáticos em videoke (dispositivo de entretenimento musical em que o usuário canta músicas com os sons dos instrumentos).

## IV. Conclusões

Uma metodologia de análise e síntese de sinais sonoros, emitidos por instrumentos musicais, foi proposta. Com essa metodologia, é possível gerar, através de uma equação matemática, todas as notas musicais de um instrumento, a partir do som de uma única nota. A metodologia utiliza a transformada Rápida de Fourier, que possuir complexidade computacional reduzida, podendo ser embarcada em dispositivos microcontrolados e circuitos integrados digitais [14]. Aplicações na geração de áudio para videoke, de forma compacta, foram exploradas.

## Referências


[1] A. V. Oppenheim, A. S. Willsky, and S. H. Nawab, *Sinais e Sistemas*, 2nd ed. Pearson Prentice Hall, 2010.

[2] H. M. de Oliveira, *Análise de Fourier e Wavelets: Sinais Estacionários e não Estacionários*. Editora Universitária UFPE, 2007.

[3] A. S. Sedra and K. C. Smith, *Microeletrônica*, 5th ed. Pearson Prentice Hall, 2007.

[4] P. Young, *Técnicas de Comunicação Eletrônica*, 5th ed. Pearson Prentice-Hall, 2005.

[5] D. Hall, *Musical acoustics*, 3rd ed. Brooks/Cole Pub. Co., 2001.

[6] J. Pierce, *The Science of Musical Sound*, 1st ed. W H Freeman and Company, 1992.

[7] C. Roads, *The Computer Music Tutorial*, 1st ed. The MIT Press, 1996.

[8] A. V. Oppenheim, R. W. Schafer, and J. R. Buck, *Discrete-Time Signal Processing*, 3rd ed. New Jersey: Prentice Hall, 2010.

[9] J. W. Cooley and J. W. Tukey, "An algorithm for the machine calculation of complex Fourier series," *Mathematics of Computation*, vol. 19, no. 90, pp. 297–301, 1965. [Online]. Available: http://www.jstor.org/stable/2003354

[10] I. J. Good, "The interaction algorithm and practical Fourier analysis," *Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological)*, vol. 20, pp. 361–372, August 1958.

[11] R. E. Blahut, *Fast Algorithms for Signal Processing*, 2nd ed. New York: Cambridge University Press, 2010.

[12] G. J. da Silva Jr. and R. M. Campello de Souza, "Transformada rápida de Fourier otimizada," *XXIX Simpósio Brasileiro de Telecomunicações*, p. 5, Outubro 2011.

[13] V. L. Stonick and K. Bradley, *Labs for signals and systems using Matlab*, 1st ed. Toronto: The PWS BookWare Companion Series, 1996.

[14] J. P. C. Cajueiro and G. J. da Silva Jr., "Análise e implementação da transformada rápida de Fourier otimizada," *XXXI Simpósio Brasileiro de Telecomunicações*, pp. 1–4, Setembro 2013.