

Análise de um Sensor Plasmônico Acoplado à Arranjo Periódico de Nanopartículas tipo *Core-Shell*

J. S. Costa, A. F. S. da Cruz, R. C. dos Santos e K. Q. da Costa

Resumo— Neste artigo analisa-se teoricamente um sensor tipo SPR, cuja estrutura multicamada é baseada na configuração Kretschmann, acoplado à um arranjo periódico de nanopartículas de ouro cobertas por casca dielétrica (*core-shell*). A modelagem analítica considera o arranjo de nanopartículas como uma camada homogênea com permissividade efetiva dada pela fórmula de Clausius-Mossotti e a polarizabilidade de um *core-shell* obtida para um regime de espalhamento quase estático. A propagação da onda eletromagnética é avaliada pelo coeficiente de reflexão generalizado para estruturas multicamadas. Os resultados analíticos são comparados com resultados numéricos obtidos por simulação em geometria 3D no software COMSOL®.

Palavras-Chave— Sensor SPR, Estrutura Multicamada, Permissividade Efetiva, Nanopartícula *Core-Shell*.

Abstract— In this paper we theoretically analyzed a SPR type sensor, which multilayer structure are based on the Kretschmann configuration, coupled to periodic array of gold-core and dielectric-shell nanoparticles. The analytical model consider the nanoparticles array as a homogeneous layer with effective permittivity given by Clausius-Mossotti mixing formula and the core-shell polarizability in the quasi-static scattering regime. The electromagnetic wave propagation is evaluated by generalized reflection coefficient for multilayer structures. The analytical results are compared with numerical results obtained in 3D geometry simulation in COMSOL® software.

Keywords— SPR sensor, Multilayer Structure, Effective Permittivity, Core-Shell Nanoparticle.

I. INTRODUÇÃO

Sensores SPR são dispositivos fotônicos baseados na ressonância de superfície de plasma (SPR), que consiste na oscilação longitudinal coletiva do gás de elétrons livres na interface entre um metal e um dielétrico, gerando a onda superficial SPP (*Surface Plasmon Polaritons*) caracterizada pelo decaimento exponencial do campo longitudinal em ambos os meios envolvidos [1]. Este tipo de sensor é capaz de detectar, nas proximidades de sua estrutura, pequenas variações no índice efetivo de refração eletromagnética, as quais podem ser relacionadas com a agregação de nanopartículas ou interações intermoleculares [2].

O uso de sensores SPR tem sido relatado para diversas aplicações tais como o monitoramento de reações químicas em gases e em amostras orgânicas, detecção de analitos em amostras clínicas para diagnósticos médicos, monitoramento de ambiente, microscopia ótica (*SPR imaging*), entre outros [3], [4]. Este dispositivo também pode ser aplicado para a detecção

de nanopoluentes metálicos gerados, por exemplo, a partir do processo de fabricação de nanocomponentes [5].

A estrutura prisma-metal-ar na configuração Kretschmann, representa um típico sensor SPR com excitação por feixe de luz linearmente polarizado em TM, com frequência na faixa de luz visível, onde o acoplamento da onda SPP ocorre na interface metal-ar [6]. Estruturas derivadas desta, como pela adição de uma camada dielétrica sobre o filme metálico (sílica fume, por exemplo), podem ser empregadas para melhorar a especificação e caracterização de parâmetros estáticos de macromoléculas ou nanopartículas, pois permitem a excitação de múltiplos modos de onda guiados, inclusive na polarização TE, o que resulta em mais informação sobre a amostra analisada [7], [8].

Neste artigo analisa-se teoricamente um sensor SPR (Fig. 1), com estrutura multicamada baseada na configuração Kretschmann, acoplado à um arranjo periódico de nanopartículas com núcleo de ouro cobertas por casca dielétrica (nanopartículas tipo *core-shell* - CSNps). O arranjo de CSNps, o qual modela as partículas alvo superficialmente imobilizadas, é tratado analiticamente como uma camada homogênea por meio da permissividade efetiva (ϵ_{eff}) de Clausius-Mossotti e da polarizabilidade de um *core-shell* obtida para um regime de espalhamento quase estático [1], [9], [10]. Desta forma, a estrutura do sensor SPR é composta por cinco camadas: prisma (SF4), metal (ouro), camada dielétrica (SiO₂), CSNps e Ar (Fig. 2). A propagação da onda eletromagnética é avaliada pelo coeficiente de reflexão generalizado para estruturas multicamadas, sendo utilizando a refletividade angular como parâmetro de saída do sensor [11]. Os resultados analíticos são comparados com resultados numéricos obtidos por simulação em geometria 3D no software COMSOL® [12].

II. DESCRIÇÃO DO SENSOR SPR

Uma ilustração da estrutura do sensor SPR analisado é apresentada em Fig. 1, onde a excitação ótica é feita através de um prisma por feixe de luz monocromática no comprimento de onda $\lambda = 632,8 \text{ nm}$, polarizada linearmente em TM ou TE, com ângulo de incidência θ variável. A intensidade dos feixes incidente e refletido são utilizadas para determinar a refletividade R [3]. As CSNps possuem uma cobertura dielétrica de espessura b , definida neste estudo como sílica fume (SiO₂), com a finalidade de prover estabilidade à nanopartícula, impedir a aglomeração e diminuir sua interação superficial [13].

Múltiplos modos de onda podem ser acoplados na estrutura do sensor quando θ é maior que o ângulo crítico θ_c (onde ocorre a reflexão interna total - ATR), inclusive o modo SPP para a polarização TM (aqui identificado como TM₀), os quais são caracterizados pelos pontos de mínimo da curva

J. S. Costa, A. F. S. da Cruz, R. C. Santos e K. Q. da Costa, Faculdade de Engenharia Elétrica, Universidade Federal do Pará, Tucuruí-PA, Brasil, E-mails: souza.jefferson91@gmail.com, felipe.andcruz@gmail.com, rafael.csantos2@hotmail.com, karlo@ufpa.br.

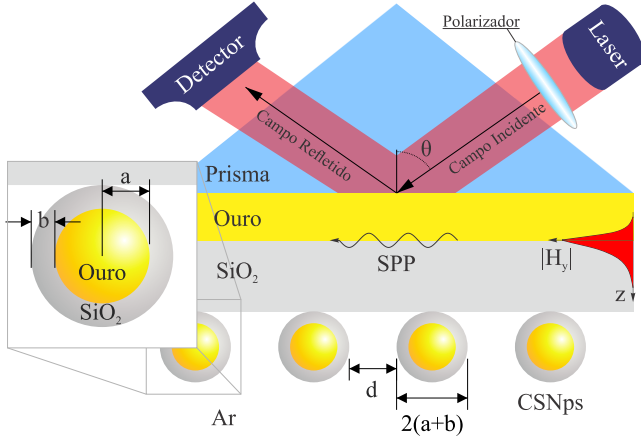


Fig. 1. Estrutura multicamada do sensor SPR acoplado ao arranjo periódico de CSNps. Destaque à esquerda da CSNp com núcleo de ouro de raio a e casca dielétrica de espessura b .

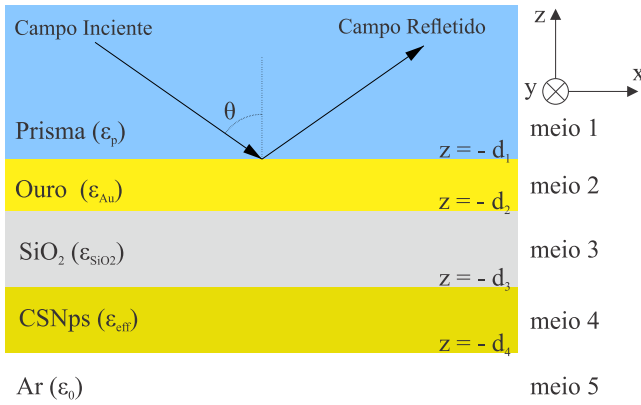


Fig. 2. Modelo do sensor SPR por camadas planares. A camada CSNps é uma aproximação homogênea do arranjo de nanopartículas.

de refletividade em curtos intervalos de θ [6]. A presença de CSNps na superfície da camada de SiO_2 em Fig. 1, modifica o índice de refração superficial, alterando assim as condições de acoplamento dos modos de onda e deslocando a curva de refletividade [2].

III. MODELAGEM MATEMÁTICA

O sensor SPR é modelado pela estrutura planar com multicamadas homogêneas da Fig. 2. O feixe incidente, o feixe refletido e o ângulo de incidência θ são referentes à medições no prisma. O arranjo periódico de CSNps possui um período $d + 2(a + b)$, sendo a o raio do núcleo e d a distância entre as nanopartículas (Fig. 1).

Foram utilizadas as permissividades relativas dos materiais (para $\lambda = 632,8 \text{ nm}$): prisma (SF4) $\epsilon_p = 3,062$; ouro $\epsilon_{Au} = -11,66 + 1,35i$ e SiO_2 $\epsilon_{\text{SiO}_2} = 2,132$ [14], [15]. O arranjo de CSNps é tratado com camada homogênea com espessura $t_{\text{CSNps}} = 2(a + b)$ e permissividade efetiva ϵ_{eff} , dada pela formulação de Clausius-Mossotti em (1), para um conjunto de CSNps com polarizabilidade α em (2), definida para o regime quase estático de espalhamento [1], [9]. A permissividade efetiva ϵ_{eff} é dada em (3).

$$\epsilon_{eff} = \epsilon_0 \left[\frac{1 + \frac{2n_0\alpha}{3\epsilon_0}}{1 - \frac{n_0\alpha}{3\epsilon_0}} \right] \quad (1)$$

$$\alpha = 4\pi\epsilon_0(a+b)^3 \left[\frac{f(\epsilon_{Au}-\epsilon_d)(\epsilon_0+2\epsilon_d)+(2\epsilon_d+\epsilon_{Au})(\epsilon_d-\epsilon_0)}{f(\epsilon_{Au}-\epsilon_d)(2\epsilon_d-2\epsilon_0)+(2\epsilon_d+\epsilon_{Au})(2\epsilon_0+\epsilon_d)} \right] \quad (2)$$

$$\epsilon_{eff} = \epsilon_0 \left[\frac{1+2f_s \frac{f(\epsilon_{Au}-\epsilon_d)(\epsilon_0+2\epsilon_d)+(2\epsilon_d+\epsilon_{Au})(\epsilon_d-\epsilon_0)}{f(\epsilon_{Au}-\epsilon_d)(2\epsilon_d-2\epsilon_0)+(2\epsilon_d+\epsilon_{Au})(2\epsilon_0+\epsilon_d)}}{1-f_s \frac{f(\epsilon_{Au}-\epsilon_d)(\epsilon_0+2\epsilon_d)+(2\epsilon_d+\epsilon_{Au})(\epsilon_d-\epsilon_0)}{f(\epsilon_{Au}-\epsilon_d)(2\epsilon_d-2\epsilon_0)+(2\epsilon_d+\epsilon_{Au})(2\epsilon_0+\epsilon_d)}} \right] \quad (3)$$

Em (1)-(3): n_0 é a densidade volumétrica de CSNps no arranjo; ϵ_d é a permissividade da casca dielétrica da CSNps; $f = a^3/(a+b)^3$; e $f_s = 2\pi/3[(a+b)/(d+2(a+b))]^2$ é o volume relativo das CSNps na camada efetiva. Quando em (3) faz-se $\epsilon_d = \epsilon_0$ e $b = 0 \text{ nm}$, isto é, desconsiderando a casca dielétrica das CSNps, obtêm-se a permissividade efetiva de Maxwell-Garnett [9], [14].

O propagação da onda em Fig. 2 no domínio da frequência, com dependência no tempo de $\exp(-i\omega t)$, é analisada pelo coeficiente de reflexão generalizado para estruturas multicamadas em (4) [11]. Em (4), $R_{n,n+1}$ e $T_{n,n+1}$ são os coeficientes de reflexão e transmissão de Fresnel, respectivamente, definidos para a polarização TM ou TE de acordo com a excitação. Para a polarização TM, a componente transversal do campo magnético na n -ésima camada da estrutura é dada em (5). Já para a polarização TE, (5) é definida para o campo elétrico $E_{n,y}$ na n -ésima camada da estrutura. Em (5), A_n é amplitude do campo na n -ésima camada dada em (6).

$$\tilde{R}_{n,n+1} = \frac{R_{n,n+1} + \tilde{R}_{n+1,n+2}e^{i2k_{n+1,z}(d_{n+1}-d_n)}}{1 + R_{n,n+1}\tilde{R}_{n+1,n+2}e^{i2k_{n+1,z}(d_{n+1}-d_n)}} \quad (4)$$

$$H_{n,y} = A_n \left(e^{-ik_{n,z}z} + \tilde{R}_{n,n+1}e^{ik_{n,z}(2d_n+z)} \right) e^{ik_x x} \quad (5)$$

$$A_n = \frac{T_{n-1,n}A_{n-1}e^{i(k_{n-1,z}-k_{n,z})d_{n-1}}}{1 - R_{n,n-1}\tilde{R}_{n,n+1}e^{i2k_{n,z}(d_n-d_{n-1})}} \quad (6)$$

Considera-se em (4)-(6): $A_1 = 1$ a amplitude do campo incidente no prisma; $k_n^2 = \omega^2\epsilon_n\mu_n$ a constante de propagação na n -ésima camada, onde $\omega = 2\pi c/\lambda$ é a frequência angular e c a velocidade da luz no espaço livre; $k_x = k_1 \sin(\theta)$ a constante de propagação na direção do eixo x , igual para todas as camadas; e $\tilde{R}_{N,N+1} = 0$ a reflexão na última camada, sendo $N = 5$ o número total de camadas na estrutura [11]. A refletividade R na saída do sensor SPR é dada por $R = |\tilde{R}_{12}|^2$.

IV. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Os resultados analíticos foram obtidos pela modelagem apresentada na secção III. Já os resultados numéricos foram obtidos por meio de simulação em ambiente 3D no software COMSOL Multiphysics® utilizando condições de contorno periódicas na geometria do problema (periodicidade de Floquet), considerando a amostra de uma CSNps com periodicidade no plano xy de $d + 2(a + b)$, e portas periódicas como fonte de excitação [12]. Os dados experimentais foram obtidos a partir de testes realizados espectrômetro SPR automático descrito em [15], o qual utiliza um laser He-Ne como fonte de excitação e uma plataforma giratória controlada por motor de passo para modificar o ângulo de incidência θ . A estrutura multicamada

do sensor SPR é fabricada pelo processo de deposição à vácuo por feixe de elétrons (*e-beam vacuum deposition*).

Com o objetivo de validar os modelos numérico e analítico, compara-se as curvas de refletividade experimental, analítica e numérica, para o sensor sem o arranjo de CSNps, na polarização TM em Fig. 3(a) e na polarização TE em Fig. 3(b). Os parâmetros geométricos $t_{Au} = 48 \text{ nm}$ e $t_{SiO_2} = 677 \text{ nm}$, utilizados nas curvas teóricas, foram obtidos por ajuste de curva através do *software* Winspal, método este proposto em [16]. Os pontos de mínimo R destacados nas curvas de Fig. 3, representam o ângulo θ de máximo acoplamento dos múltiplos modos de onda permitidos na estrutura do sensor. Note que as curvas teóricas, tanto em TM quanto em TE, estão praticamente sobrepostas e representam, em geral, uma boa precisão em relação às curvas experimentais.

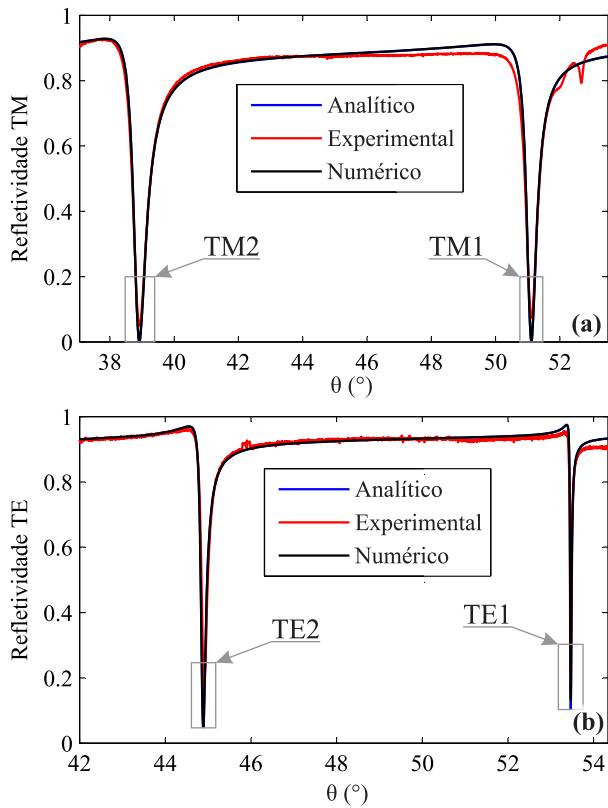


Fig. 3. Curvas de refletividade experimental (Exp.), analítica (An.) e numérica (Num.) do sensor SPR sem as CSNps e com ajustes $t_{Au} = 48 \text{ nm}$, $t_{SiO_2} = 677 \text{ nm}$: (a) Para a polarização TM; (b) Para a polarização TE.

Para avaliar a mudança nas curvas de Fig. 3 em função do acoplamento do arranjo das CSNps, em Fig. 4 compara-se a refletividade, obtida analítica e numericamente, para três situações distintas: (i) sem as nanopartículas; (ii) com o arranjo de CSNps sem casca dielétrica; e (iii) arranjo de CSNps com $b = 10 \text{ nm}$. Observando apenas as curvas analíticas nas situações (i) e (ii), é possível notar que os deslocamentos angulares ($\Delta\theta$) são maiores para a polarização TM (p.e. $\Delta\theta_{TM2} \approx 0,84^\circ$ e $\Delta\theta_{TE2} \approx 0,44^\circ$), desta forma, com excitação TM o sensor apresenta maior sensibilidade à presença de nanopartículas de ouro e, por isso, é comumente mais utilizada [2].

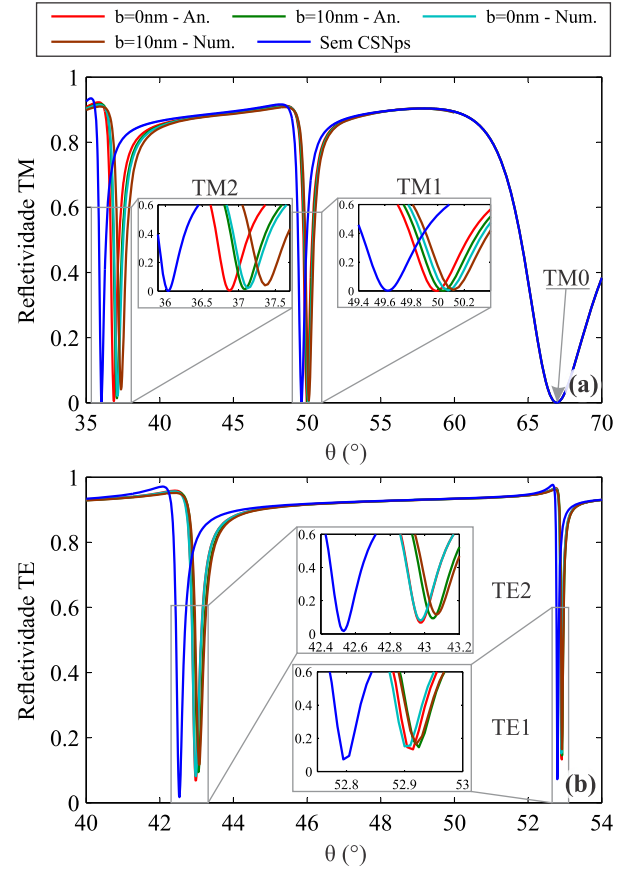


Fig. 4. Curvas de refletividade analítica (An.) e numérica (Num.) para o sensor nas situações (i) sem CSNps, (ii) arranjo de CSNps com $a = 30 \text{ nm}$, $d = 100 \text{ nm}$ e $b = 0 \text{ nm}$ e (iii) arranjo de CSNps com $a = 30 \text{ nm}$, $d = 100 \text{ nm}$ e $b = 10 \text{ nm}$: (a) para a polarização TM e (b) para a polarização TE.

Entre os pontos de mínimo R das curvas TM (An. e Num.), os valores de $\Delta\theta_{TM2}$ são maiores que $\Delta\theta_{TM1}$ entre as situações (i)-(ii), assim, o modo de onda guiado TM2 é mais sensível à presença das nanopartículas. Já o modo TM0, correspondente ao modo SPP, apresenta variação angular praticamente desprezível para a configuração geométrica $t_{SiO_2} = 600 \text{ nm}$, assim como foi observado em [14]. Entre as curvas analíticas das situações (ii) e (iii) em Fig. 4(a), a casca dielétrica provoca os deslocamentos angulares $\Delta\theta_{TM1} \approx 0,06^\circ$ e $\Delta\theta_{TM2} \approx 0,21^\circ$, valores estes que não podem ser desconsiderados devido ao elevado erro que se pode obter na estimativa do raio das nanopartículas. Para as curvas numéricas, os deslocamentos angulares são maiores tanto entre as situações (i) e (ii) ($\Delta\theta_{TM2} \approx 1,08^\circ$) quanto entre (ii) e (iii) ($\Delta\theta_{TM2} \approx 0,24^\circ$), o que pode sugerir maior sensibilidade experimental do sensor à presença de nanopartículas de ouro e também da casca dielétrica nas mesmas.

Em Fig. 5 compara-se o módulo do campo magnético (H_y) no domínio do tempo ($t = 0 \text{ s}$), o que corresponde à parte real de (5), obtido analítica e numericamente para os pontos de máximo acoplamento dos modos TM0, TM1 e TM2 das curvas com $b = 10 \text{ nm}$ em Fig. 4(a). Pela proximidade dos resultados An. e Num. para o campo TM0, apenas o campo obtido analiticamente é apresentado. Note a baixa intensidade

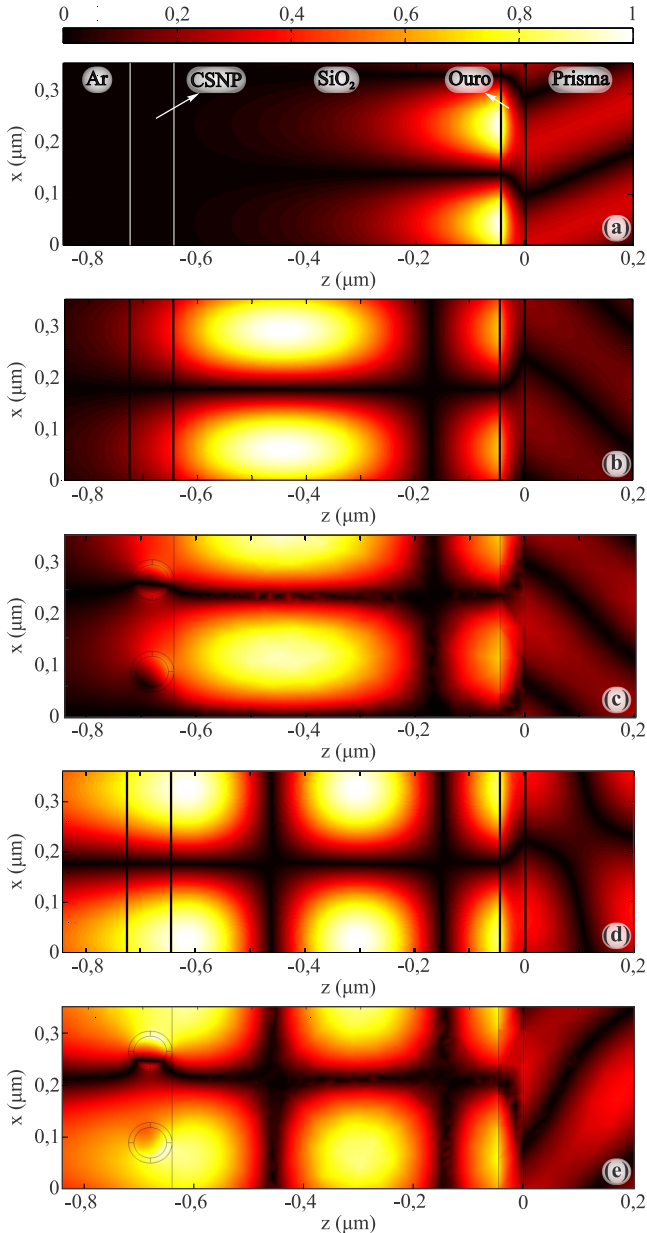


Fig. 5. Comparação do módulo de $Re\{H_y\}$ obtido analítica (An.) e numericamente (Num.) para as curvas TM com $b = 10 \text{ nm}$ em Fig. 4(a) nos pontos: (a) TM0 em $\theta = 66, 94^\circ$ - An.; (b) TM1 em $\theta = 50, 04^\circ$ - An.; (c) TM1 em $\theta = 50, 12^\circ$ - Num.; (d) TM2 em $\theta = 37, 09^\circ$ - An.; e (e) TM2 em $\theta = 37, 36^\circ$ - Num.

do campo na camada efetiva de CSNps em Fig. 5(a), indicando que o modo TM0 pouco interage com o arranjo CSNps. Observe que o perfil dos campos analítico (Fig. 5(b)) e numérico (Fig. 5(c)) do modo TM1 são bastantes semelhantes, destacando-se o valor intermediário de campo no início da camada efetiva das CSNps em Fig. 5(b) que também é observado na extremidade inferior da CSNps em Fig. 5(c). Um comportamento semelhante é observado na comparação dos campos do modo TM2, sendo diferente o campo interno da CSNp no resultado numérico (Fig. 5(e)) em relação ao campo analítico (Fig. 5(d)).

Em Fig. 6 compara-se o módulo de $Re\{E_y\}$, obtido analítica e numericamente para os modos TE1 e TE2 nos pontos de mínimo R das curvas $b = 10 \text{ nm}$ em Fig. 4(b). Note que há

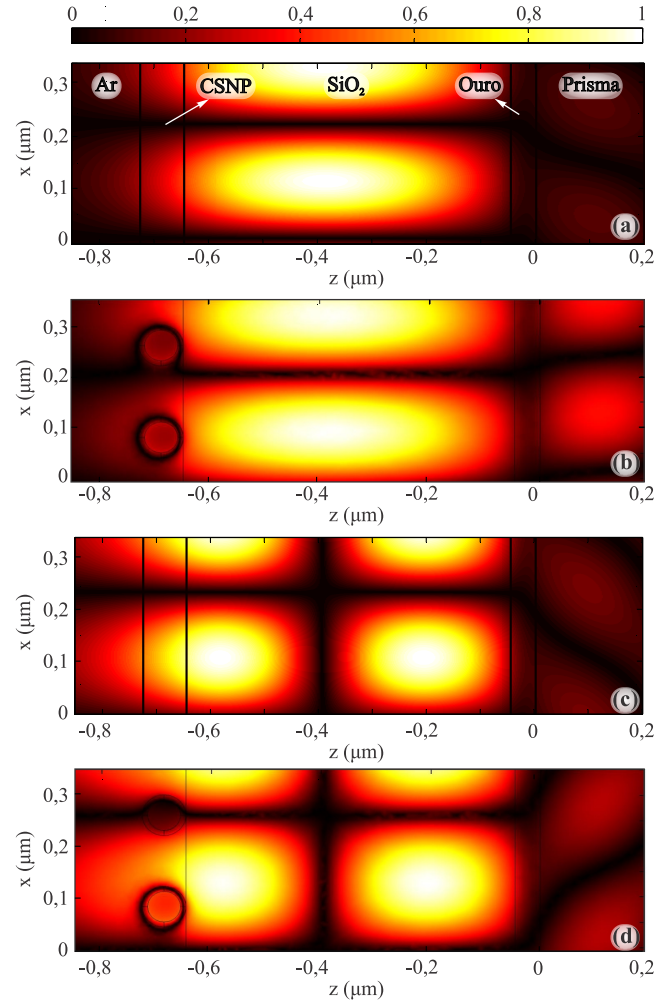


Fig. 6. Comparação do módulo de $Re\{E_y\}$ obtido analítica (An.) e numericamente (Num.) para as curvas TE com $b = 10 \text{ nm}$ em Fig. 4(b) nos pontos: (a) TE1 em $\theta = 52, 93^\circ$ - An.; (b) TE1 em $\theta = 52, 92^\circ$ - Num.; (c) TE2 em $\theta = 43, 04^\circ$ - An.; e (d) TM2 em $\theta = 43, 07^\circ$ - Num.

boa precisão entre os campos analítico e numérico em Fig. 6 para os dois modos de onda, assim como observado para os modos TM1 e TM2 em Fig. 5, sendo a principal diferença entre os resultados a intensidade do campo interno das CSNps. O campo elétrico interno das CSNps na polarização TE (Fig. 6(b) e Fig. 6(d)) apresenta intensidade menor que a do campo externo, enquanto que na polarização TM (Fig. 5(c) e Fig. 5(e)) encontra-se elevada intensidade do campo na casca dielétrica das CSNps. Isso pode indicar a razão pela qual o sensor com excitação TM é mais sensível que na excitação TE, pois há maior interação do campo dos modos de ondas guiadas com as CSNps na polarização TM.

As diferenças observadas entre os resultados analíticos e numéricos em Fig. 4-Fig. 6, se devem às principais limitações do modelo: perdas por espalhamento, que estão relacionadas com o raio a das CSNps fora do intervalo de validade da aproximação quase estática; interação entre os momentos de dipolo das CSNps, que depende da distância d entre as CSNps e, na polarização TM, é máxima em $\theta = 0^\circ$ e mínima em $\theta = 90^\circ$; e a limitação da espessura da camada efetiva como o diâmetro de uma CSNp, visto que o método é definido para

um grande volume de inserções [9], [10].

Entre as curvas Num. e An. na situação (i) em Fig. 3(b), ocorre um deslocamento angular de $\approx 0,2^\circ$ e na situação (ii) $\Delta\theta \approx 0,3^\circ$. Indicando que a precisão entre os modelos também depende do parâmetro b , sendo a melhor exatidão observada para valores pequenos de b . Para avaliar a exatidão do modelo analítico em função dos parâmetros a e d : em Fig. 7(a) compara-se as curvas R em TM para três valores de raio do núcleo a ($a_1 = 20\text{nm}$, $a_2 = 30\text{nm}$ e $a_3 = 40\text{nm}$), mantendo constante $d = 100\text{nm}$ e $b = 10\text{nm}$; e em Fig. 7(b) as curvas para três valores de distância d ($d_1 = 50\text{nm}$, $d_2 = 100\text{nm}$ e $d_3 = 200\text{nm}$), mantendo constante $a = 30\text{nm}$ e $b = 10\text{nm}$.

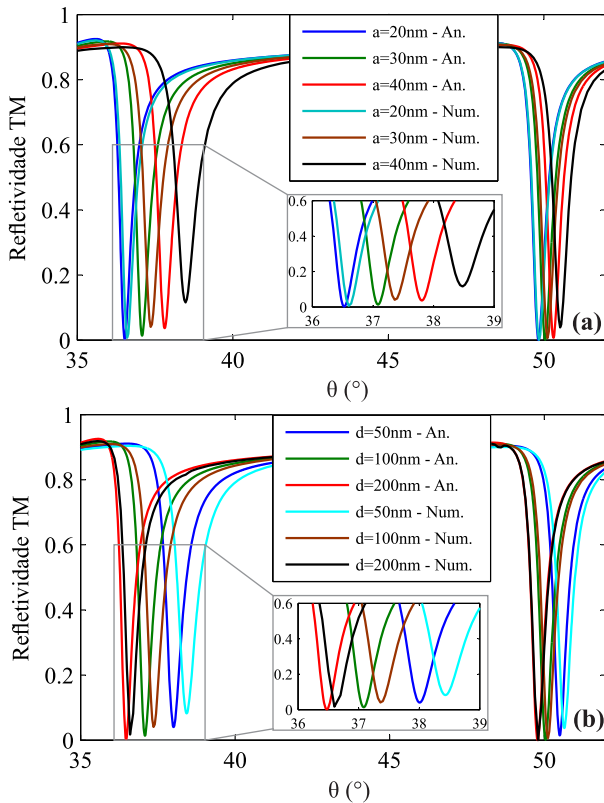


Fig. 7. Curvas de refletividade TM analítica (An.) e numérica (Num.) para: (a) variação de a e mantendo fixo $d = 100\text{nm}$ e $b = 10\text{nm}$; e (b) variação de d mantendo fixo $a = 30\text{nm}$ e $b = 10\text{nm}$.

Os valores de $\Delta\theta$ entre as curvas An. e Num., nos pontos θ_{TM1} e θ_{TM2} nas curvas de Fig. 7(a), aumentam para valores maiores de a (para o modo TM2: $\Delta\theta_{a_1} = 0,17^\circ$, $\Delta\theta_{a_2} = 0,28^\circ$ e $\Delta\theta_{a_3} = 0,67^\circ$), o que é esperado devido ao aumento das perdas por espalhamento que tendem a aumentar os erros de precisão do modelo analítico. Já em relação às curvas TM de Fig. 7(b), os valores de $\Delta\theta$ entre as curvas An. e Num. tendem a diminuir com o aumento de d (para o modo TM2: $\Delta\theta_{d_1} = 0,42^\circ$, $\Delta\theta_{d_2} = 0,28^\circ$ e $\Delta\theta_{d_3} = 0,13^\circ$), já que isso reduz a interação entre os campos das CSNps, melhorando assim a precisão do modelo.

V. CONCLUSÕES

Neste artigo foi apresentada a análise teórica de um sensor SPR acoplado a um arranjo periódico de nanopartículas metá-

licas tipo *core-shell* (CSNps). Dois modelos foram utilizados para comparação, sendo um numérico simulado no *software* COMSOL[®] e outro analítico aproximado. A comparação da resposta do sensor com e sem as nanopartículas revelou que com excitação polarizada em TM obtêm-se maior sensibilidade na detecção das CSNps, em comparação com a polarização TE. Dentre os modos de onda TM observados, os modos guiados TM1 e TM2 apresentaram maior sensibilidade às variações no arranjo de CSNps que o modo SPP, sendo o modo TM2 o mais sensível. A variação da espessura da casca dielétrica revelou que a presença da mesma sobre as nanopartículas não pode ser desprezada para uma correta análise de arranjo periódico. Com a variação do raio do núcleo das CSNps e da distância entre elas no arranjo, foi possível observar melhora na precisão do modelo analítico, em relação ao numérico, quando: os valores de espessura da casca dielétrica são pequenos; o raio a atende à aproximação quase estática de espalhamento; e a distância d é grande o suficiente para que se despreze a interação entre as nanopartículas.

REFERÊNCIAS

- [1] S. Maier, *Plasmonics: Fundamentals and Applications*. Springer US, 2007.
- [2] J. Homola, *Surface Plasmon Resonance Based Sensors*, ser. Springer Series on Chemical Sensors and Biosensors. New York: Springer Berlin Heidelberg, 2006.
- [3] J. Homola, "Surface plasmon resonance sensors for detection of chemical and biological species," *Chemical Reviews*, vol. 108, no. 2, pp. 462–493, 2008, pMID: 18229953.
- [4] S. Roh, T. Chung, and B. Lee, "Overview of the characteristics of micro- and nano-structured surface plasmon resonance sensors," *Sensors*, vol. 11, no. 2, p. 1565, 2011.
- [5] S. Cabrini and S. Kawata, *Nanofabrication Handbook*. CRC Press, 2012.
- [6] L. Novotny and B. Hecht, *Principles of Nano-Optics*, 2nd ed. Cambridge University Press, 2012, Cambridge Books Online.
- [7] H. H. Nguyen, J. Park, S. Kang, and M. Kim, "Surface plasmon resonance: A versatile technique for biosensor applications," *Sensors*, vol. 15, no. 5, p. 10481, 2015.
- [8] I. P. Kaminow, W. L. Mammel, and H. P. Weber, "Metal-clad optical waveguides: Analytical and experimental study," *Appl. Opt.*, vol. 13, no. 2, pp. 396–405, Feb 1974.
- [9] T. Choy, *Effective Medium Theory: Principles and Applications*, ser. International series of monographs on physics. Clarendon Press, 1999.
- [10] J. Kong, *Electromagnetic Wave Theory*, ser. A Wiley-Interscience publication. Wiley, 1986.
- [11] W. Chew, *Waves and Fields in Inhomogeneous Media*, ser. Electromagnetic waves. IEEE Press, 1996.
- [12] "Comsol multiphysics modeling software," acessado em 05/04/2016. [Online]. Available: <https://www.comsol.com>
- [13] L. P. Mirabet, "Synthesis, characterization and functionalization of metal and metal oxide nanoparticles. TEM microscopy study," Ph.D. dissertation, Universitat Autònoma de Barcelona, 2013.
- [14] K. Q. da Costa, J. S. Costa, V. Dmitriev, T. D. Rosso, O. Pandoli, and R. Q. Aucelio, "Analysis of surface plasmon resonance sensor coupled to periodic array of gold nanoparticles," in *Microwave and Optoelectronics Conference (IMOC), 2015 SBMO/IEEE MTT-S International*, Nov 2015, pp. 1–5.
- [15] J. E. H. Sánchez, "Assembly of a surface plasmon resonance (spr) spectrometer for the characterization of thin organic films," Master's thesis, Pontifícia Universidade Católica, Rio de Janeiro, 2013.
- [16] T. D. Rosso, J. E. H. Sánchez, R. D. S. Carvalho, O. Pandoli, and M. Cremona, "Accurate and simultaneous measurement of thickness and refractive index of thermally evaporated thin organic films by surface plasmon resonance spectroscopy," *Opt. Express*, vol. 22, no. 16, pp. 18914–18923, Aug 2014.