

# Ruído Impulsivo Gaussiano Gatilhado por um Processo de Markov e sua Aplicação em Sistemas de Comunicação Digital

Évio da Rocha Araújo, Wamberto J. L. de Queiroz e Marcelo Sampaio de Alencar

**Resumo**— Este artigo propõe uma nova abordagem do ruído impulsivo composto pela soma de um processo gaussiano  $\eta_g(t)$ , usado para modelar o ruído permanente presente no sistema de comunicação, e de um componente impulsivo  $C(t)\eta_i(t)$ , descrito pelo produto de um sinal aleatório  $C(t)$  por um processo gaussiano  $\eta_i(t)$ . O sinal aleatório  $C(t)$  modela a ocorrência aleatória de  $\eta_i(t)$  no tempo, ou seja,  $C(t)$  apresenta pulsos que iniciam em instantes aleatórios e têm duração aleatória. Esse estado aleatório de  $C(t)$  pode ser modelado por uma cadeia de Markov de dois estados e facilita a obtenção de expressões exatas para a avaliação da probabilidade de erro de bit de esquemas de modulação como o M-QAM, sujeito a esse tipo de ruído.

**Palavras-Chave**— Ruído impulsivo gatilhado, Processo de Poisson, Processo de Markov, Processo Gaussiano.

**Abstract**— This article proposes a new mathematical approach to characterize the impulsive noise, which is written as the sum of a Gaussian process  $\eta_g(t)$ , used to model the permanent noise present in the communication system, and an impulsive component  $C(t)\eta_i(t)$ , described by the product of a random signal  $C(t)$  by a Gaussian process  $\eta_i(t)$ . The random signal  $C(t)$  models the random occurrence of  $\eta_i(t)$  in time, this is,  $C(t)$  has pulses that start at random instants and have random duration. This random behavior of  $C(t)$  can be modeled by a Markov chain of two states and permits to write exact expressions to evaluate the probability of bit error for modulation schemes, such as M-QAM, subject to this type of noise.

**Keywords**— Gated impulsive noise, Poisson process, Markov Process, Gaussian process.

## I. INTRODUÇÃO

O ruído de natureza impulsiva é comum em sistemas de comunicações digitais [1] e tem motivado o estudo de novos modelos que auxiliam o desenvolvimento de técnicas de mitigação de seus efeitos [2], [3], [4]. Quando se fala em ruído impulsivo, é razoável considerar que tanto os intervalos de tempo entre suas ocorrências quanto os intervalos de tempo de sua atuação, denominados pulsos ruidosos, sejam aleatórios. Parece razoável também supor que a quantidade de pulsos em um determinado instante  $t$  seja caracterizada por uma distribuição de Poisson de taxa  $\lambda$  e, conseqüentemente, os intervalos entre ocorrências de pulsos sejam modelados por uma distribuição exponencial, que é a distribuição que

caracteriza intervalos entre ocorrências de eventos do processo de Poisson. Em [5], por exemplo, é apresentada uma discussão, a partir de medições obtidas em redes de telefonia alemãs e britânicas, que permitem consolidar essa tese.

Fernández [6] verificou em um estudo voltado para sistemas de TV digital, a partir de sinais gerados por diferentes fontes ruidosas, que nos intervalos em que os pulsos ruidosos ocorrem sua variação de intensidade pode ser caracterizada por um processo gaussiano. Considerando também que haja no sistema de comunicação um componente ruidoso que atua ininterruptamente e que possa ser modelado por um processo gaussiano, chega-se à conclusão que o ruído total que atua no sistema é uma soma de um componente ininterrupto e de um componente que atua em intervalos aleatórios, como se estivesse chaveado.

É na modelagem desse componente ruidoso impulsivo que está o diferencial deste trabalho. Nessa abordagem é proposto um processo aleatório discreto e definido em tempo contínuo,  $C(t)$ , para caracterizar tanto os intervalos entre pulsos ruidosos quanto a variação da intensidade desses pulsos. Os pulsos ruidosos podem ser escritos como o produto de  $C(t)$  por um processo gaussiano. Por meio da caracterização do processo aleatório  $C(t)$  pode-se modelar os intervalos em que os pulsos ruidosos atuam e os intervalos em que somente o ruído permanente atua.

De acordo com o conhecimento dos autores, esse método não havia sido proposto ainda e o estudo de ruído impulsivo composto tem sido feito por meio de funções densidade de probabilidade (fdps) denominadas misturas gaussianas, obtidas a partir de ajustes de dados de medições empíricas. As misturas gaussianas não representam, entretanto, os intervalos de tempo nos quais o ruído atua de forma impulsiva.

A principal vantagem desse método é sua generalidade, pois o sinal aleatório modulante  $C(t)$  pode ser caracterizado por diferentes processos discretos, de acordo com o comportamento do componente impulsivo que se deseja modelar. A principal ideia por trás dessa abordagem é reescrever a função massa de probabilidade (fmp) do processo discreto  $C(t)$  como uma função densidade de probabilidade (fdp) por meio do impulso de área unitária. É esse procedimento que permite que se obtenha uma fdp simétrica para o ruído total e que se possa avaliar, por meio de expressões exatas, sua influência no desempenho de um receptor ótimo com modulação digital M-QAM.

Évio R. Araújo, Departamento de Engenharia Elétrica da Escola Politécnica da Universidade de Pernambuco - UPE, Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Pernambuco, Recife-PE, Brasil, Wamberto J. L. de Queiroz e Marcelo S. de Alencar, Departamento de Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Campina Grande, Campina Grande-POB, Brasil. E-mails: evio.araujo@ee.ufcg.edu.br, wamberto@dee.ufcg.edu.br, malencar@dee.ufcg.edu.br. Este trabalho foi parcialmente financiado pelo CNPq.

## II. MODELO DO RUÍDO IMPULSIVO GATILHADO

A partir da análise de dados provenientes de medições, como os resultados apresentados em [7], [8], pode-se propor que o ruído impulsivo gatilhado seja modelado por um componente ruidoso permanente, representado por  $\eta_g(t)$ , do tipo AGWN (*Additive White Gaussian Noise*) de média nula e variância  $\sigma_g^2$ , adicionado a um componente ruidoso modelado pelo processo aleatório  $C(t)\eta_i(t)$  que atua em instantes de ocorrência, duração e amplitude aleatórias. As variações de intensidade desse componente impulsivo são caracterizadas pelo processo AWGN  $\eta_i(t)$  de média nula e variância  $\sigma_i^2$ . A ocorrência aleatória do componente impulsivo é caracterizada pela modulação em amplitude de  $\eta_i(t)$  pelo processo aleatório definido em tempo contínuo  $C(t)$ .

O comportamento do ruído de natureza impulsiva, observado em [6], [8], também sugere que tanto os instantes de sua ocorrência quanto a sua duração sejam aleatórios e que possam ser modelados como um sistema de fila simples, caracterizado por uma cadeia de Markov de tempo contínuo de dois estados que representam, respectivamente, a presença e a ausência de ruído impulsivo. A vantagem de fazer essa analogia com a fila é que como a ocorrência do ruído impulsivo é modelada pelo processo homogêneo de Poisson, pode-se usar resultados da teoria de filas para descrever o comportamento do processo  $C(t)$ , que modula o componente gaussiano  $\eta_i(t)$  e caracteriza sua sobreposição, de forma aleatória, ao componente permanente  $\eta_g(t)$ .

A expressão matemática do processo aleatório que descreve o ruído proposto  $\eta(t)$  pode ser escrita como

$$\eta(t) = \eta_g(t) + C(t)\eta_i(t) \quad (1)$$

e sua função densidade de probabilidade,  $f_{\eta(t)}(\eta)$ , pode ser obtida primeiro reescrevendo a fmp do processo discreto  $C(t)$  como uma fdp por meio do impulso de área unitária e em seguida calculando-se a fdp do produto das variáveis  $C(t)$  e  $\eta_i(t)$  [9].

Após calcular a fdp da variável soma  $\eta_g(t) + C(t)\eta_i(t)$ , pode-se escrever  $f_{\eta(t)}(\eta)$  como

$$f_{\eta(t)}(\eta) = \sum_k \frac{p_{C(t)}(c_k)}{\sqrt{2\pi(\sigma_g^2 + \sigma_i^2 c_k^2)}} \exp\left(-\frac{\eta^2}{2(\sigma_g^2 + \sigma_i^2 c_k^2)}\right), \quad (2)$$

em que a distribuição de probabilidade das amplitudes de  $C(t)$  é dada por [9]

$$f_{C(t)}(c) = \sum_k p_{C(t)}(c_k) \delta(c - c_k), \quad (3)$$

com  $p_{C(t)}(c_k) = P\{C(t) = c_k\}$ . A Figura 1 apresenta uma realização do processo  $\eta(t)$  em um intervalo de 0,5 segundos. Nota-se na Figura 1 a natureza aleatória do componente  $\eta_i(t)$ , principalmente os instantes aleatórios nos quais esse componente se sobrepõe ao componente permanente.

O principal benefício de verificar que tanto  $\eta_i(t)$  quanto  $\eta_g(t)$  podem ser modelados por processos gaussianos de média nula é a simetria obtida para a fdp de  $\eta(t)$ . Embora  $f_{\eta(t)}(\eta)$  não seja uma fdp gaussiana, ela é composta por uma soma ponderada de fdp gaussianas e essa característica

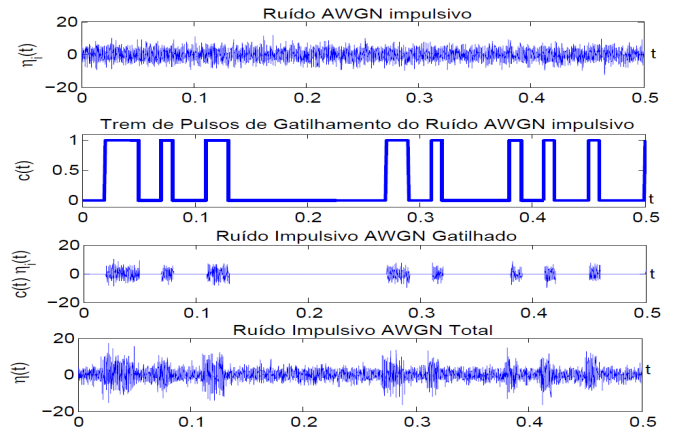


Fig. 1. Função amostra do ruído aditivo composto  $\eta(t)$  obtido usando Simulink<sup>®</sup>.

facilita a avaliação da probabilidade de erro de bit - BEP (*Bit Error Probability*) de sistemas digitais com receptores ótimos de máxima probabilidade *a posteriori* - MAP (*Maximum a Posteriori Probability*).

## III. CARACTERIZAÇÃO DO PROCESSO MODULANTE

Considere que o sinal modulante  $C(t)$  apresentado na Seção II seja formado por pulsos que ocorrem em instantes aleatórios  $t_n$  e têm duração aleatória  $\tau_n$ . Nesse modelo, o pulso ocorre no instante  $t_n$  e permanece com amplitude unitária por um intervalo de tempo de  $t_n$  a  $t_n + \tau_n$ . Tanto as variáveis  $t_n$  quanto  $\tau_n$  são consideradas independentes e identicamente distribuídas. Considere ainda que as variáveis  $t_n$  correspondem aos instantes de ocorrência de eventos de um processo de Poisson de taxa  $\lambda$ . Nesse caso,  $C(t)$  pode ser escrito como

$$C(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} p_n(t - t_n), \quad (4)$$

em que  $p_n(t)$  representa o  $n$ -ésimo pulso retangular de amplitude unitária e duração aleatória  $\tau_n$  e o pulso  $p_n(t)$  pode ser escrito na forma

$$p_n(t) = \begin{cases} 1, & 0 \leq t \leq \tau_n \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases} \quad (5)$$

Para obter a distribuição de probabilidade das amplitudes de  $C(t)$ , note que  $C(t)$  pode ser visto como um processo de Markov com dois estados. Desse modo  $C(t)$  fica no estado "0" com probabilidade  $p_0(t)$  e no estado "1" com probabilidade  $p_1(t)$ . Se  $t_1, t_2, \dots, t_n$  são os instantes em que  $C(t)$  muda do estado "0" para o estado "1" e  $\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n$  são os intervalos de tempo em que  $C(t)$  permanece no estado "1", então o tempo que todo o sinal  $C(t)$  permanece no estado "0" pode ser escrito como

$$T_0 = \sum_n (t_n - t_{n-1} - \tau_{n-1}). \quad (6)$$

Dado que os instantes de início  $t_n$  de cada pulso correspondem aos instantes de ocorrência de um processo de Poisson de taxa  $\lambda$ , então os intervalos entre ocorrências têm distribuição

exponencial com média  $1/\lambda$ . Adicionaremos, dado que as variáveis  $X_n = t_n - t_{n-1} - \tau_{n-1}$  são independentes e identicamente distribuídas com média  $m_X$ , então o tempo médio de duração do estado "0" pode ser escrito como  $m_X = E[t_n - t_{n-1}] - E[\tau_{n-1}] = \frac{1}{\lambda} - \mu$ , em que  $\mu$  é o valor médio das variáveis i.i.d  $\tau_n$ .

As probabilidades de estado  $p_i(t)$  ( $i \in \{0, 1\}$ ) para um processo de dois estados) podem ser calculadas a partir da equação de Chapman-Kolmogorov [9]

$$\frac{dp_j(t)}{dt} = \sum_i \gamma_{ij} p_i(t). \quad (7)$$

Nesta equação,  $\gamma_{ij}$  representa a taxa na qual um processo aleatório  $X(t)$  entra no estado  $j$  a partir do estado  $i$ . As taxas nas quais o processo permanece no mesmo estado são consideradas negativas. Além do mais, de acordo com a Teoria de Cadeias de Markov, a proporção de tempo no estado  $i$  é o recíproco do tempo médio no estado  $i$ . Assim, para um processo aleatório com apenas dois estados, como é o caso do processo  $C(t)$  proposto neste artigo, as taxas  $\gamma_{ij}$  são dadas por

$$\begin{aligned} \gamma_{00} &= -\frac{1}{m_X} = \frac{-\lambda}{1-\lambda\mu} & \gamma_{01} &= \frac{1}{m_X} = \frac{\lambda}{1-\lambda\mu} \\ \gamma_{10} &= \frac{1}{\mu} & \gamma_{11} &= -\frac{1}{\mu}. \end{aligned} \quad (8)$$

Desse modo as equações de Chapman-Kolmogorov do processo  $C(t)$  podem ser escritas como [9]

$$\begin{aligned} \frac{dp_0(t)}{dt} &= \frac{-\lambda}{1-\lambda\mu} p_0(t) + \frac{1}{\mu} p_1(t) \\ \frac{dp_1(t)}{dt} &= \frac{\lambda}{1-\lambda\mu} p_0(t) - \frac{1}{\mu} p_1(t). \end{aligned} \quad (9)$$

Usando o fato que  $p_0(t) + p_1(t) = 1$  e considerando as probabilidades no instante inicial,  $p_0(0)$  e  $p_1(0)$ , pode-se escrever, após a resolução das Equações diferenciais lineares de primeira ordem descritas na Eq. 9, que

$$p_0(t) = (1 - \lambda\mu) + (p_0(0) - (1 - \lambda\mu)) \exp\left(-\frac{t}{\mu(1 - \lambda\mu)}\right)$$

e

$$p_1(t) = \lambda\mu + (p_1(0) - \lambda\mu) \exp\left(-\frac{t}{\mu(1 - \lambda\mu)}\right). \quad (10)$$

Note ainda que

$$\lim_{t \rightarrow \infty} p_0(t) = 1 - \lambda\mu \quad \text{e} \quad \lim_{t \rightarrow \infty} p_1(t) = \lambda\mu. \quad (11)$$

Finalmente pode-se calcular a fdp do ruído  $\eta(t)$  a partir da Equação 2. Substituindo as probabilidades  $p_{C(t)}(c_k)$  por  $p_0(t)$  e  $p_1(t)$ , obtém-se

$$f_{\eta(t)}(\eta) = p_0(t) \frac{\exp\left(-\frac{\eta^2}{2\sigma_g^2}\right)}{\sqrt{2\pi\sigma_g^2}} + p_1(t) \frac{\exp\left(-\frac{\eta^2}{2(\sigma_g^2 + \sigma_i^2)}\right)}{\sqrt{2\pi(\sigma_g^2 + \sigma_i^2)}}. \quad (12)$$

#### A. Cálculo da Probabilidade de Erro de Bit para o Esquema M-QAM

Para avaliar a influência desse modelo de ruído considere um receptor ótimo baseado no critério da máxima

verossimilhança. Esse receptor ótimo toma suas decisões baseado na minimização da distância euclidiana entre o vetor de sinal transmitido e o vetor de sinal recebido [10].

Com base nesse critério, considere que o sinal recebido em um instante  $t$  qualquer é escrito como

$$r = s_m + \eta \quad (13)$$

em que  $\eta$  é uma amostra de ruído descrito pela Equação 1 e  $s_m$  é a representação, no espaço de sinais, do  $m$ -ésimo sinal de um esquema de modulação M-PAM (*M-ary Phase Amplitude Modulation*). Esses sinais podem ser representados no espaço de sinais como vetores cujos elementos são  $s_m = \sqrt{\frac{1}{2}E_g}A_m$ ,  $m = 1, 2, \dots, M$ , em que  $E_g$  representa a energia do pulso básico associado a cada sinal  $s_m$ . As amplitudes  $A_m$  podem ser escritas como  $A_m = (2m - 1 - M)d$ ,  $m = 1, 2, \dots, M$  e  $d$  é a distância euclidiana entre dois símbolos vizinhos da constelação M-PAM. Nesse esquema de modulação, um erro de detecção é cometido quando o receptor ótimo calcula a distância euclidiana entre o sinal recebido  $r$  e um dos  $M$  sinais  $s_m$  do esquema M-PAM e essa distância, em módulo, é maior que metade da distância entre dois sinais, ou seja quando  $|r - s_m| > d\sqrt{\frac{1}{2}E_g}$ . Como a constelação M-PAM é unidimensional, se seus  $M$  símbolos (que representam os  $M$  sinais  $s_m$ ) forem dispostos igualmente espaçados por uma distância  $d$  ao longo de uma reta, então haverá  $M-1$  intervalos de decisão entre os símbolos. A probabilidade média de erro de decisão é então obtida somando os erros cometidos ao longo dos  $M-1$  intervalos entre os símbolos  $s_m$  e tomando a média pelo número de símbolos  $M$ . Desse modo, essa probabilidade de erro de símbolo  $P_s$  pode ser escrita como [10]

$$P_s = \frac{1}{M}(M-1)P\left[|r - s_m| > d\sqrt{\frac{1}{2}E_g}\right]. \quad (14)$$

Como o ruído  $\eta(t)$  é caracterizado por uma distribuição de probabilidade simétrica com média nula, então  $P_s$  pode ser escrita, com base na Equação 2, como

$$\begin{aligned} P_s &= \frac{M-1}{M} \sum_k \frac{2p_{C(t)}(c_k)}{\sqrt{2\pi(\sigma_g^2 + \sigma_i^2 c_k^2)}} \\ &\times \int_{d\sqrt{E_g/2}}^{\infty} \exp\left(-\frac{z^2}{2(\sigma_g^2 + \sigma_i^2 c_k^2)}\right) dz. \end{aligned} \quad (15)$$

Fazendo a substituição  $z = \sqrt{\sigma_g^2 + \sigma_i^2 c_k^2}v$ , pode-se reescrever  $P_s$  como

$$P_s = \frac{2(M-1)}{M} \sum_k p_{C(t)}(c_k) Q\left(\sqrt{\frac{d^2 E_g}{2(\sigma_g^2 + \sigma_i^2 c_k^2)}}\right). \quad (16)$$

Usando o fato que a relação entre a energia do pulso  $g(t)$ ,  $E_g$ , e a energia média do sinal  $s_m$ ,  $E_{av}$ , pode ser escrita como [10]

$$d^2 E_g = \frac{6}{M^2 - 1} E_{av}, \quad (17)$$

a probabilidade  $P_s$  sob o ruído proposto  $\eta(t)$  pode ser reescrita

como

$$P_s = \frac{2(M-1)}{M} \sum_k p_{C(t)}(c_k) Q \left( \sqrt{\frac{6E_{av}}{(M^2-1)2(\sigma_g^2 + \sigma_i^2 c_k^2)}} \right) \\ = \frac{2(M-1)}{M} \sum_k p_{C(t)}(c_k) Q \left( \sqrt{\frac{6\log_2(M)\gamma_i\gamma_g}{(M^2-1)(\gamma_i + \gamma_g c_k^2)}} \right), \quad (18)$$

em que  $\gamma_i = \frac{E_b}{N_i}$  e  $\gamma_g = \frac{E_b}{N_g}$  são as relações sinal ruído por bit.

Para o esquema de modulação M-QAM a probabilidade de erro de símbolo  $P_s$  pode ser escrita, de acordo com [10], como

$$P_s = 1 - (1 - P_s|\sqrt{M})^2, \quad (19)$$

em que  $P_s|\sqrt{M}$  pode ser calculada, a partir da Equação 18, como

$$P_s|\sqrt{M} = 2 \left( 1 - \frac{1}{\sqrt{M}} \right) \sum_k p_{C(t)}(c_k) \\ \times Q \left( \sqrt{\frac{3\log_2(M)\gamma_i\gamma_g}{(M-1)(\gamma_i + \gamma_g c_k^2)}} \right), \quad (20)$$

em que  $\gamma_i = \frac{E_b}{N_i}$  e  $\gamma_g = \frac{E_b}{N_g}$  são as relações sinal ruído por símbolo. A principal desvantagem da Expressão 19 é que ela dificulta o cálculo da BEP sob efeito do desvanecimento por conta do termo ao quadrado. Como o cálculo da BEP, neste caso, teria que ser realizado avaliando a média da expressão de  $P_s$  pela fdp da SER para o desvanecimento verificado no canal, o cálculo da integral

$$P_e = \int_0^\infty p_{\gamma_g}(\gamma_g) P_b(e|\gamma_g) d\gamma_g \quad (21)$$

seria mais complexo porque envolveria o quadrado da função  $Q(x)$  ou  $\text{erfc}(x)$ .

Essa dificuldade pode ser contornada expressando a BEP do esquema M-QAM sob ruído branco,  $P_b(e|\gamma_g)$ , por meio das expressões apresentadas no artigo de Cho-Yon em 2002 [11], como

$$P_b(e|\gamma_g) = \frac{1}{\log_2 \sqrt{M}} \sum_{k=1}^{\log_2 \sqrt{M}} P_b(k), \quad (22)$$

em que  $P_b(k)$  pode ser escrita como

$$P_b(k) = \frac{1}{\sqrt{M}} \sum_{i=0}^{(1-2^{-k})\sqrt{M}-1} \left\{ w(i, k, M) \right. \\ \left. \times \text{erfc} \left( (2i+1) \sqrt{\frac{3\log_2 M \gamma_g}{2(M-1)}} \right) \right\}, \quad (23)$$

em que os coeficientes  $w(i, k, M)$  são dados por

$$w(i, k, M) = (-1)^{\lfloor \frac{i2^{k-1}}{\sqrt{M}} \rfloor} \cdot \left( 2^{k-1} - \left\lfloor \frac{i \cdot 2^{k-1}}{\sqrt{M}} + \frac{1}{2} \right\rfloor \right), \quad (24)$$

$\gamma_g = E_b/N_0$  denota a SER por bit e  $\lfloor x \rfloor$  denota o maior número inteiro menor igual a  $x$ .

O termo  $\text{erfc} \left( (2i+1) \sqrt{\frac{3\log_2 M E_b}{2(M-1)}} \right)$  na Expressão 23 corresponde a duas vezes a probabilidade de que o ruído exceda

$(2i+1) \sqrt{\frac{3\log_2 M E_b}{2(M-1)}}$ . Assim, escrevendo em termos da função  $Q(x)$ , tem-se

$$P \left\{ z \geq (2i+1) \sqrt{\frac{3\log_2 M E_b}{2(M-1)}} \right\} \\ = 2 \sum_l p_{C(t)}(c_l) Q \left( \sqrt{\frac{3(2i+1)^2 \log_2 M}{(M-1)} \frac{\gamma_g \gamma_i}{(\gamma_i + \gamma_g c_l^2)}} \right), \quad (25)$$

em que  $\gamma_i = \frac{E_b}{N_i}$  e  $\gamma_g = \frac{E_b}{N_g}$ .

Substituindo o último somatório da Equação 25 na Equação 23, pode-se reescrever  $P_b(k)$  como

$$P_b(k) = \frac{2}{\sqrt{M}} \sum_{i=0}^{(1-2^{-k})\sqrt{M}-1} \left\{ w(i, k, M) \sum_l p_{C(t)}(c_l) \right. \\ \left. \times Q \left( \sqrt{\frac{3(2i+1)^2 \log_2 M}{(M-1)} \frac{\gamma_g \gamma_i}{(\gamma_g + \gamma_i c_l^2)}} \right) \right\}. \quad (26)$$

O cálculo da probabilidade de erro de bit do receptor ótimo, para o modelo de ruído modulado apresentado na Equação 1, pode ser realizado com a Equação 26, apenas substituindo a distribuição de probabilidade  $p_{C(t)}(c)$  pela distribuição de probabilidades obtida na Equação 10 ou na Equação 11. Assim, para o esquema M-QAM a probabilidade  $P_b(k)$  pode ser escrita como

$$P_b(k) = \frac{2}{\sqrt{M}} \sum_{i=0}^{(1-2^{-k})\sqrt{M}-1} \left\{ w(i, k, M) \times \right. \\ \left[ p_1(t) Q \left( \sqrt{\frac{3(2i+1)^2 \log_2 M}{(M-1)} \frac{\gamma_g \gamma_i}{(\gamma_i + \gamma_g)}} \right) \right. \\ \left. \left. + p_0(t) Q \left( \sqrt{\frac{3(2i+1)^2 \log_2 M}{(M-1)} \gamma_g} \right) \right] \right\}. \quad (27)$$

#### IV. AVALIAÇÃO NUMÉRICA DA BEP

A Figura 2 apresenta as curvas da BEP do esquema 256-QAM para o receptor ótimo sob o efeito do ruído composto  $\eta(t)$ . As curvas são traçadas em função da relação sinal ruído permanente,  $\gamma_g$ , para diferentes valores do produto  $\lambda\mu$  (taxa de ocorrência dos pulsos  $\times$  duração dos pulsos) e relação sinal ruído impulsivo  $\gamma_i = 20$  dB. Nota-se pela Figura 2 que a BEP aumenta à medida que a probabilidade  $p_1(t)$  de  $C(t)$  estar no estado 1 ( $P\{C(t) = 1\}$ ) aumenta. Quanto mais tempo  $C(t)$  permanecer em estado 1 maior será o tempo de atuação do componente ruidoso  $\eta_i(t)$  adicionado ao ruído permanente. Na Figura 3 as curvas da BEP foram traçadas em função da relação sinal ruído permanente  $\gamma_g$  para diferentes valores da ordem  $M$  da constelação M-QAM, para  $\gamma_i$  fixo em 20 dB e probabilidade  $p_1(t)$  igual a 0,5. Neste segundo grupo de curvas, a probabilidade de  $C(t)$  estar no estado 1 é igual à probabilidade de  $C(t)$  estar no estado 0. Como as constelações maiores, como as 256-QAM e 1024-QAM, são mais densas e têm símbolos mais próximos, o ruído composto impõe mais erro a essas constelações. Note também que quando  $\gamma_g > \gamma_i$  então a potência do ruído impulsivo é maior que a potência

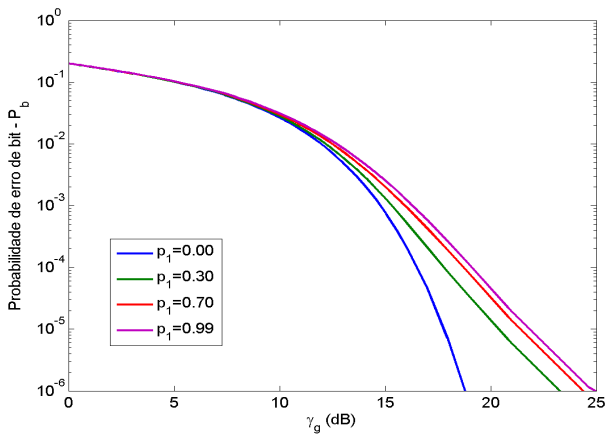


Fig. 2. Probabilidade de erro de *bit* do esquema 256-QAM sob efeito do ruído impulsivo composto  $\eta(t)$  para  $\gamma_i$  fixo e diferentes valores da probabilidade  $p_1(t)$  de  $C(t)$  estar no estado 1.

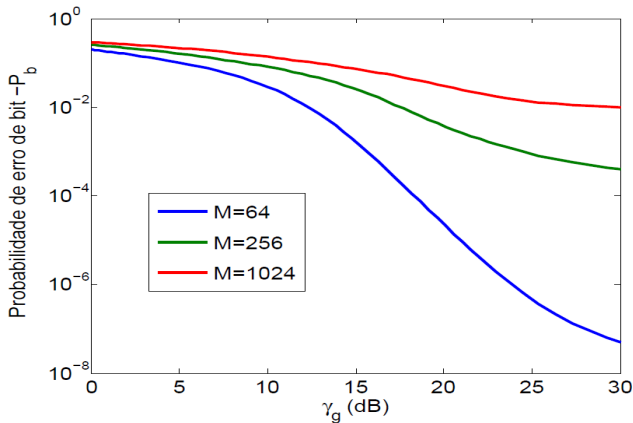


Fig. 3. Probabilidade de erro de *bit* do esquema M-QAM sob efeito do ruído impulsivo composto  $\eta(t)$  para  $\gamma_i = 20$  dB,  $p_1(t) = 0.5$  e diferentes valores da ordem da constelação  $M$ .

do ruído permanente. Entretanto, como o tempo de atuação do ruído impulsivo é menor, os erros de detecção do receptor ótimo são causados com mais frequência pelo componente ruidoso permanente e nesse caso o receptor volta aos seus níveis convencionais de erros de detecção.

O terceiro grupo de curvas da Figura 4 apresenta a BEP do esquema 64-QAM em função da probabilidade  $p_1(t)$  de  $C(t)$  estar no estado 1 para diferentes valores da relação  $\gamma_i$  e para  $\gamma_g$  fixo em 20 dB. Na Figura 4, quanto mais próximo de 1 for  $p_1(t)$ , mais atuante será o componente do ruído impulsivo e consequentemente maior será a probabilidade de erro de *bit*. Do mesmo modo, quanto menor for a relação  $\gamma_i$ , maior será a potência do ruído impulsivo  $\eta_i(t)$  e maior será a probabilidade de erro.

## V. CONCLUSÕES

Neste artigo foi apresentado um novo modelo para o ruído impulsivo composto por um componente permanente  $\eta_g(t)$  e um componente impulsivo  $C(t)\eta_i(t)$ . O termo  $C(t)\eta_i(t)$  caracteriza um componente ruidoso que se sobrepõe ao ruído

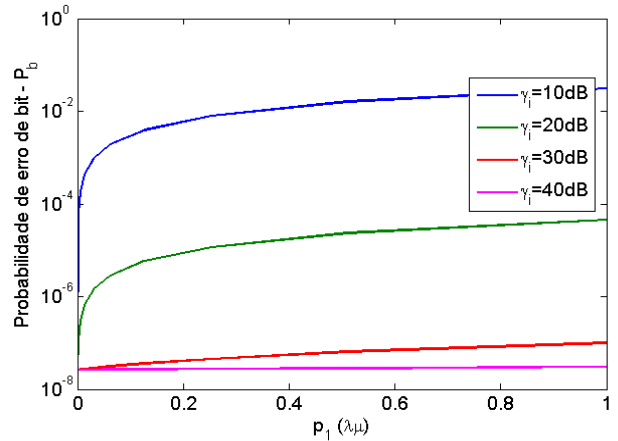


Fig. 4. Probabilidade de erro de *bit* do esquema 64-QAM sob efeito do ruído impulsivo composto  $\eta(t)$  para  $\gamma_g = 20$  dB e diferentes valores de  $\gamma_i$ .

$\eta_g(t)$  em instantes aleatórios caracterizados por um processo de Poisson de taxa  $\lambda$  e tem duração aleatória com valor médio  $\mu$ . A expressão da BEP obtida para o esquema M-QAM, para o receptor ótimo sob critério de máxima probabilidade *a posteriori*, foi escrita em termos da probabilidade de  $C(t)$  estar no estado 1. Quanto maior for  $p_1(t)$  maior é o tempo de atuação do ruído impulsivo e pior é o desempenho do receptor.

## AGRADECIMENTOS

Os autores gostariam de agradecer ao CNPq pelo apoio parcial ao trabalho, à UFCG, à POLI - UPE, ao IFPE e ao IECOM.

## REFERÊNCIAS

- [1] M. Sliskovic. "Signal Processing Algorithm for OFDM Channel with Impulse Noise". In *Electronics, Circuits and Systems, 2000. ICECS 2000. The 7th IEEE International Conference on*, volume 1, pages 222–225.
- [2] G. Ndo, P. Siohan, and M.H. Hamon. "Adaptive Noise Mitigation in Impulsive Environment: Application to Power-line Communications". *Power Delivery, IEEE Transactions on*, 25(2):647–656, 2010.
- [3] S. Matejka and P. Hladik. Initial tests of dvb-t receivers on tolerance to impulsive interference. In *Radioelektronika (RADIOELEKTRONIKA), 2011 21st International Conference*, pages 1–4. IEEE, 2011.
- [4] Chi-Hsiao Yih. Iterative Interference Cancellation for OFDM Signals With Blanking Nonlinearity in Impulsive Noise Channels. *Signal Processing Letters, IEEE*, 19(3):147–150, 2012.
- [5] N.H. Nedeve, S. McLaughlin, and D.I. Laurenson. "Estimating Errors in xDSL Due to Impulse Noise". In *Communications, 2004 International Zurich Seminar on*, pages 148–151, 2004.
- [6] J. Lago-Fernández and J. Salter. Modelling Impulsive Interference in DVB-T: statistical analysis, test waveform & receiver performance. *BBC R & D White Paper WHP 080*, 2004.
- [7] D. B. Levey and S. McLaughlin. "The Statistical Nature of Impulse Noise Interarrival Times in Digital Subscriber Loop Systems". *Signal Processing*, 82:329–351, 2002.
- [8] S. Matejka and P. Hladik. Initial tests of DVB-T receivers on tolerance to impulsive interference. In *Radioelektronika, 2011- 21st International Conference*, pages 1–4, 2011.
- [9] Alberto Leon-Garcia. *Probability, Statistics and Random Processes for Electrical Engineering*. Pearson Prentice Hall, 2008.
- [10] J.G. Proakis. *Digital Communications*. McGraw-Hill, 2000.
- [11] K. Cho and D. Yoon. On the General BER Expression of One and Two Dimensional Amplitude Modulations. *IEEE Transactions on Communications*, 50(7):1074–1080, 2002.