Estimação da Energia do Sinal de Múons do Calorímetro Hadrônico do Experimento ATLAS

D. O. Gonçalves, B. S. Peralva, A. S. Cerqueira e L. M. Andrade Filho

Resumo— Este trabalho apresenta o estudo, o desenvolvimento e a implementação da técnica mais eficiente para estimação de energia no contexto de um projeto relacionado com física experimental de altas energias. Técnicas de estimação encontradas na literatura foram aplicadas no contexto do projeto e comparadas. Os resultados para dados simulados e experimentais mostraram que o estimador de amplitude de pulso de máxima verossimilhança para o caso de ruído Gaussiano atinge a melhor eficiência em termos do erro de estimação, juntamente com a menor complexidade computacional, sendo o mais indicado para a aplicação.

Palavras-Chave—Estimação, Processamento Digital de Sinais, Física de Altas Energias.

Abstract— This work presents the study, the development and the implementation of the energy estimation technique in the context of a project related to experimental high energy physics. Estimation techniques found in the literature were applied to the problem and confronted against each other. The results for both simulated and experimental data shown that the pulse amplitude estimator based on the maximum likelihood for Gaussian noise achieved the best performance in terms of estimation error as well as real time implementation feasibility, and it has been the chosen technique for the application.

Keywords— Estimation, Digital Signal Processing, High Energy Physics.

I. INTRODUÇÃO

Técnicas de estimação e detecção são amplamente utilizadas em diversas áreas da engenharia, como em telecomunicações, processamento de sinais, instrumentação eletrônica, entre outras.

Em ambientes como a física experimental de altas energias, o emprego de tais técnicas é realizado para observar os fenômenos de interesse que se encontram imersos em um ruído de fundo. Tais experimentos produzem uma elevada taxa de eventos, o que requer técnicas de estimação robustas, com um alto desempenho e baixa complexidade computacional que permitam sua aplicação em tempo real.

O LHC (do inglês, *Large Hadron Collider*) [1] é o maior e mais energético colisionador de partículas já construído, estando atualmente em operação no CERN (*European Organization for Nuclear Research*). Entre 2013 e 2014, o LHC e seus principais experimentos, entre eles o ATLAS [2], passaram por diversas atualizações que tiveram como intuito prepará-los para operar com o aumento da taxa de colisões e das interações próton-próton.

D. O. Gonçalves, B. S. Peralva, A. S. Cerqueira e L. M. Andrade Filho, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora-MG, Brasil, E-mails: dayane.goncalves@engenharia.ufjf.br, bernardo@cern.ch., augusto.santiago@ufjf.edu.br, luciano.andrade@engenharia.ufjf.br.

Uma das atualizações do experimento ATLAS consiste no projeto TileMuon, que tem como objetivo melhorar a eficiência na identificação de múons, utilizando sinais da camada mais externa (em relação ao centro de colisão) do calorímetro de hadrônico do ATLAS [3], o TileCal [4].

Para que a identificação de sinais de múons seja possível, foi necessário o desenvolvimento de estudos e a implementação de um algoritmo para estimação de energia do sinal de múons proveniente do TileCal. Neste cenário, surgiu a motivação deste trabalho, que consiste em desenvolver e determinar o melhor método de estimação de energia para a implementação dentro do contexto do projeto TileMuon.

Desta forma, neste trabalho, três algoritmos de estimação foram considerados e tiveram os seus desempenhos avaliados com dados simulados e experimentais: um algoritmo utilizado pelo TileCal para estimação de energia que é baseado na minimização de variância [5], um algoritmo baseado no estimador MLE (do inglês, *Maximum Likelihood Estimator*) [6] para o caso de sinal determinístico imerso em ruído Gaussiano, e um estimador neural utilizado para aproximar a função de verosimilhança [7] o que resultaria em uma aproximação do estimador ótimo (MLE).

II. O TILECAL E O PROJETO TILEMUON

Esta seção aborda o ambiente no qual este trabalho está inserido. Primeiramente, o TileCal é apresentado e, em seguida, o projeto TileMuon é descrito resumidamente.

A. O TileCal

O TileCal utiliza o aço como material pesado para absorver as partículas, e telhas cintilantes para amostrar a energia depositada. O sinal luminoso gerado pelas telhas cintilantes é transmitido por fibras ópticas WLS (do inglês, *Wavelenght Shifting Fiber*) até células fotomultiplicadoras (PMT) que convertem o sinal luminoso em elétrico.

O Tilecal possui aproximadamente 5.000 células, com dupla leitura, distribuídas em 3 partições cilíndricas (um barril central e dois barris estendidos) em torno do feixe de colisão (*beam axis*). Cada partição é dividida radialmente em 64 módulos em que, os módulos do barril central possuem 24 células, enquanto os módulos dos barris estendidos possuem 16. Além disso, o calorímetro é também segmentado transversalmente em 3 camadas principais (A, BC e D). A Figura 1 ilustra a segmentação em células do TileCal para metade de um módulo do barril central e um módulo do barril estendido.

O sinal analógico de cada canal de leitura do TileCal é condicionado por um circuito (chamado de 3in1) o qual



Fig. 1. Segmentação do TileCal para metade de um módulo do barril central e um módulo do barril estendido.

fornece em sua saída um pulso de forma fixa e amplitude proporcional à energia [8]. Desta forma, a energia depositada em cada célula do calorímetro é diretamente proporcional a amplitude do pulso. Este sinal é digitalizado numa taxa de 40 MHz e uma janela de 7 amostras é adquirida para o processamento digital, o qual estima a amplitude e fase do sinal recebido.

Em calorímetros modernos, como o TileCal, o sinal de interesse é, principalmente, corrompido por ruído eletrônico o qual pode ser modelado por uma distribuição Gaussiana. Assim, nestes ambientes, as técnicas de estimação da amplitude são tipicamente baseadas em minimização da variância [9], [10].

B. O Projeto TileMuon

O projeto TileMuon tem como principal objetivo a melhora da eficiência na identificação de múons pelo sistema de validação de eventos em tempo real do ATLAS [11].

A análise dos dados de 2010, 2011 e 2012 do experimento ATLAS, mostrou que prótons de baixo momento gerados na blindagem do feixe do LHC estavam interagindo fortemente com o sistema dedicado a detectar a passagem de múons, o Espectrômetro de Múons, resultando na identificação de falsos sinais de múons o que reduziu a eficiência do sistema de validação em tempo real de eventos do ATLAS. Desta forma, em meados de 2013, teve início o projeto TileMuon, visando a melhora da eficiência na identificação de múons através da utilização do sinal da camada mais externa do TileCal (camada D, Figura 1), na região dos barris estendidos, em coincidência com o sinal do Espectrômetro de Múons, já que o TileCal não está exposto aos prótons de baixo momento gerados na blindagem do LHC.

Neste contexto, foi desenvolvido um módulo eletrônico chamado de TMDB (do inglês *TileMuon Digitizer Board*) responsável pela recepção, digitalização e processamento do sinal da camada D do TileCal, além de prover comunicação com o Espectrômetro de Múons para que a coincidência seja realizada. Desta forma, a TMDB deve ser capaz de estimar a energia depositada do sinal de múons, através da amplitude do pulso digitalizado, de forma semelhante à realizada no TileCal.

Entretanto, diferentemente da cadeia eletrônica do sinal do TileCal, que está instalada no interior dos módulos próximo as PMTs, a TMDB está localizada entre 50-70 metros de distância do TileCal. Desta forma, os sinais analógicos da terceira camada do TileCal são amplificados e transmitidos por longos cabos até a TMDB, o que modifica a cadeia eletrônica do sinal, motivando novos estudos sobre algoritmos de estimação de energia.

Cada TMDB processa o sinal de 8 módulos do TileCal (32 sinais analógicos de entrada), sendo necessários 16 módulos da TMDB para instrumentalizar todos os 128 módulos dos barris estendidos do TileCal.

Deve-se ressaltar que o algoritmo de estimação de energia da TMDB será implementado em uma FGPA¹, deve operar em tempo real e introduzir um atraso máximo de 200 ns. Portanto, a baixa complexidade computacional para algoritmo de estimação a ser utilizado é um dos requisitos importantes para sua implementação na TMDB.

III. TÉCNICAS DE ESTIMAÇÃO DE ENERGIA PARA A TMDB

O TileCal vem utilizando, desde o início da operação do LHC, uma técnica de estimação de energia baseada na minimização da variância. Desta forma, esta é uma das técnicas consideradas neste trabalho para aplicação na TMDB. A segunda técnica considerada é o estimador de máxima verossimilhança (MLE) quando consideramos o sinal determinístico e o ruído Gaussiano. Consideramos também uma técnica de estimação baseada em redes neurais artificiais que visa a aproximação da função de máxima verossimilhança (aproximação do MLE).

A. Estimação da Energia no TileCal

O TileCal utiliza uma técnica denominada Filtro Ótimo (OF) [5] para estimar a amplitude do pulso \hat{A}_{OF} , e consequentemente a energia, do sinal recebido. A técnica é baseada na combinação linear das amostras recebidas s_k :

$$\hat{A}_{OF} = \sum_{k=0}^{N-1} s_k w_k = \mathbf{s}^T \mathbf{w}$$
(1)

em que N corresponde ao número de amostras disponíveis na janela de leitura (N = 7 para o caso do TileCal), e w_k correspondem aos coeficientes do estimador.

Os coeficientes w_k são obtidos a partir da forma do pulso na saída do circuito 3in1 e da matriz de covariância do ruído de fundo. O processo de otimização visa minimizar o efeito do ruído de fundo na estimação da amplitude do sinal.

Para calcular os coeficientes w_k , o sinal recebido do TileCal é modelado como uma aproximação de primeira ordem:

$$s_k = Ag_k - A\tau g'_k + n_k + ped$$
 $k = 0, 1, 2, ..., N - 1$ (2)

em que A representa a amplitude (parâmetro a ser estimado) e n_k o ruído de fundo. Os parâmetros g_k and g'_k correspondem ao pulso de referência (saída do circuito 3in1) e sua derivada (aproximação linear para a fase do pulso), respectivamente, enquanto τ representa a fase do sinal. A variável *ped* corresponde ao pedestal (linha de base) do sinal, e é um valor constante somado ao sinal analógico antes da digitalização.

Para um estimador linear e não-tendencioso, é necessário que o valor esperado de \hat{A}_{OF} seja A. Assim, a Equação (3) pode ser deduzida para um estimador ótimo.

¹Spartan 6 da Xilink

$$E[\hat{A}_{OF}] = \sum_{k=0}^{N-1} (Aw_k g_k - A\tau w_k g'_k + w_k ped) \quad (3)$$

Considerando o ruído de fundo como um processo aleatório de média zero ($E[n_k] = 0$), as restrições seguintes podem ser deduzidas para se obter $\hat{A}_{OF} = A$:

$$\sum_{k=0}^{N-1} w_k g_k = 1 \tag{4}$$

$$\sum_{k=0}^{N-1} w_k g'_k = 0 \tag{5}$$

$$\sum_{k=0}^{N-1} w_k = 0. (6)$$

Estas restrições são adicionadas no processo de otimização tornando o estimador robusto a flutuações da linha de base e desvios de fase. A variância do estimador OF é dada por:

$$var(\hat{A}_{OF}) = \sum_{k=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{N-1} w_k w_j C_{kj} = \mathbf{w}^T \mathbf{C} \mathbf{w} \quad (7)$$

onde C corresponde a matriz de covariância do ruído de fundo e w é o vetor de coeficientes do estimador.

Por fim, para encontrar o conjunto ótimo de coeficientes do estimador, a Equação (7) é minimizada sujeita às restrições impostas pelas equações (4), (5) e (6) utilizado os multiplicadores de Lagrange [10].

B. Estimador de Máxima Verossimilhança Gaussiano

Diferentemente da técnica utilizada pelo TileCal (ver Seção III-A), que busca um filtro FIR que minimiza a variância da estimação dadas algumas restrições, o MLE formula o problema de estimação a partir das funções densidade de probabilidade do processo aleatório.

O primeiro passo para obtenção do MLE é conhecer a função densidade de probabilidade do sinal recebido $p(\mathbf{s}|\hat{A}_{mle})$ dado que ele possui uma determinada amplitude a ser estimada A_{mle} . A melhor estimativa de A_{mle} é o valor que maximiza $p(\mathbf{s}|\hat{A}_{mle})$. Desta forma, a estimativa da amplitude pode ser encontrada resolvendo a seguinte equação para a variável \hat{A}_{mle} :

$$\frac{\partial p(\mathbf{s}|\hat{A}_{mle})}{\partial \hat{A}_{mle}} = 0.$$
(8)

Para a aplicação do MLE para estimação da amplitude do pulso da TMDB, o conhecimento a *priori* sobre o processo aleatório descrito pelo sinal do TileCal deve ser utilizado. Desta forma, primeiramente considera-se a fase do pulso fixa para cada canal, resultando $\tau = 0$ na Equação (2). Adicionalmente, o pedestal é subtraído de cada amostra digital recebida antes da operação de estimação. Assim, o sinal de entrada para o estimador MLE se torna:

$$s_k = Ag_k + n_k$$
 $k = 0, 1, 2, ..., N - 1.$ (9)

Para o caso particular em que as amostras do ruído podem ser modeladas por uma distribuição Gaussiana multivariável

com uma matriz de covariância C, a função de densidade de probabilidade é dada por

$$p(\mathbf{s}|\hat{A}_{mle}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi \det(\mathbf{C})}} \exp\left(\frac{-(\mathbf{s} - A\mathbf{g})^T \mathbf{C}^{-1} (\mathbf{s} - A\mathbf{g})}{2}\right).$$
(10)

Extraindo-se o logaritmo da Equação (10) e aplicando a derivada em relação a amplitude, resulta em

$$\frac{\partial p(\mathbf{s}|\hat{A}_{mle})}{\partial \hat{A}} = \frac{-1}{\sqrt{2\pi \det(\mathbf{C})}} \frac{(\mathbf{s} - A\mathbf{g})^T \mathbf{C}^{-1} (\mathbf{s} - A\mathbf{g})}{2}.$$
 (11)

O valor máximo da Equação (10) é obtido igualando a Equação (11) a zero, resultando assim na estimativa \hat{A}_{mle} descrita na Equação (12), chamada neste trabalho de estimador MLE Gaussiano (MLEG). Assim como o método OF, o estimador MLEG pode ser implementado através de um filtro FIR, de coeficientes \mathbf{w}_{mle} .

$$\hat{A}_{mle} = \frac{\mathbf{s}^T \mathbf{C}^{-1} \mathbf{g}}{\mathbf{g}^T \mathbf{C}^{-1} \mathbf{g}} = \mathbf{s}^T \mathbf{w}_{mle}$$
(12)

C. Estimador Neural

Redes Neurais Artificiais (RNA) correspondem a modelos computacionais inspirados pelo cérebro humano e que são capazes de aprender a partir dos conjuntos de dados [12]. Uma RNA diretamente conectada, quando treinada de forma correta, pode operar como um algorítmo ótimo para detecção de sinais, já que ela é capaz de aproximar a razão de máxima verosimilhança [13]. Da mesma forma, uma RNA pode ser utilizada como um estimador ótimo de parâmetros, através da aproximação da função de máxima verosimilhança do estimador MLE [7].

Desta forma, podemos avaliar se as restrições impostas para o desenvolvimento dos estimadores OF e MLEG levam à redução do desempenho na estimação da amplitude do pulso na TMDB, através da comparação com o desempenho do Estimador Neural (EN). A complexidade computacional do EN tende a ser mais elevada do que a do OF e do MLEG, sendo indicado para a aplicação em questão apenas se o desempenho apresentado for muito superior aos demais métodos considerados e se a FPGA utilizada na TMDB tiver capacidade para sua implementação e operação em tempo real.

Neste trabalho, uma RNA do tipo MLP (do inglês, *Multilayer Perceptron*) com uma camada escondida (com 7 neurônios) e uma camada de saída (com 1 neurônio) foi utilizada para implementar o EN. A função de ativação utilizada para os neurônios da camada escondida foi a tangente hiperbólica. Já para o neurônio da camada de saída, foi utilizada uma função linear. O algoritmo utilizado para o treinamento foi o Levenberg-Marquardt.

IV. RESULTADOS

Nesta seção, os métodos OF, MLEG e EN são aplicados em dados simulados e experimentais, tendo os seus desempenhos comparados visando a escolha do método mais adequado à aplicação.

A. Análise do Ruído

Para o projeto dos estimadores MLEG e OF, é necessário investigar as características do ruído do sinal da TMDB, já que para operarem em condições ótimas, ambos os estimadores assumem o modelo Gaussiano para o ruído.

Para estudar as características do ruído, 2.000 observações experimentais foram adquiridas do experimento para diversos canais de um módulo da TMDB. A Figura 2 mostra a distribuição dos dados de ruído juntamente com o *fitting* de uma distribuição Gaussiana para dois canais escolhidos aleatoriamente, chamados de Canal 1 e Canal 2. Pode-se observar que, embora as distribuições se assemelhem a uma distribuição Gaussiana para ambos os canais considerados, esta hipótese é rejeitada pelo teste Jarque-Bera (com 5% de nível de significância) [14]. Desta forma, os métodos MLEG e OF podem operar em condições sub-ótimas.



Fig. 2. Histograma das amostras do ruído de fundo para dois canais da TMDB com fitting Gaussino.

Outra característica do ruído estudada para o projeto é a matriz de covariância C (ver Figura 3), a qual foi estimada utilizando um algoritmo robusto [15]. Pode-se observar que as amostras do ruído são fortemente correlacionadas, indicando que o uso da matriz C é relevante no projeto dos estimadores MLEG e OF.

É importante ressaltar que o ruído dos 32 canais da TMDB analisada possuem características semelhantes.

B. O Sinal de Múons na TMDB

Os métodos descritos na SeçãoIII-A e III-B se apóiam na estabilidade do pulso recebido para estimar a amplitude. Ou seja, a eletrônica de leitura da TMDB deve fornecer um pulso que não apresente distorções significativas que possam comprometer a estimação da amplitude. Idealmente, apenas a amplitude se altera linearmente de acordo com a carga depositada.

A Figura 4(a) mostra pulsos experimentais adquiridos na TMDB e interpolados com suas respectivas amostras digitais



Fig. 3. Matriz de covariância do ruído de fundo.

espaçadas 25 ns umas das outras, para 4 valores diferentes de carga. Na Figura 4(b), pode-se observar que os pulsos interpolados normalizados para cada carga se sobrepõem, demonstrando que a forma do pulso não se altera ao longo de toda a faixa dinâmica de operação do sinal.



Fig. 4. Pulsos processados (a) e normalizados (b) para diferentes cargas, cobrindo toda a faixa dinâmica.

C. Estimação da Energia

Para avaliar a eficiência dos algoritmos de estimação de amplitude, um conjunto de dados simulados foi gerado. Para gerar este conjunto foi utilizado o pulso médio de um canal da TMDB, adquirido experimentalmente, onde a amplitude foi variada seguindo uma distribuição uniforme ao longo de toda a faixa dinâmica do sinal. A este banco de sinais, foram somadas aquisições experimentais do ruído de um determinado canal da TMDB. Um total de 7.362 eventos foi simulado, número limitado pelas aquisições experimentais de ruído da TMDB que tínhamos disponível.

A eficiência dos estimadores pode ser avaliada de acordo com a distribuição do erro de estimação. O erro foi calculado como sendo a diferença absoluta entre o valor reconstruído da amplitude e o valor de referência (conhecido pois o dado foi simulado). A Tabela I mostra a média e o RMS das distribuições para os métodos testados, em dois canais diferentes da TMDB, mostrando o comportamento semelhante nos dois canais.

TABELA I

PARÂMETROS DAS DISTRIBUIÇÕES DO ERRO DE ESTIMAÇÃO PARA DIFERENTES CANAIS DA TMDB (EM CONTAGENS DE ADC).

	Canal 1		Canal 2	
	Média	RMS	Média	RMS
EN	0,04	2,4	-0,01	2,5
MLEG	0,04	2,4	-0,05	2,5
OF	0,08	2,9	-0,01	2,9

EN = Estimador Neural

MLEG = Estimador de Máxima Verossimilhança Gaussiano OF = Filtro Ótimo

Pode-se notar que os três métodos não apresentam tendências relevantes em suas medidas (média próximo de zero). Entretanto, no que tange a dispersão do erro de estimação, o estimador MLEG tem eficiência semelhante ao EN, enquanto o OF apresenta um desempenho inferior (erro de estimação maior), o que pode ser atribuído ao fato deste método adicionar restrições ao processo de minimização da variância do estimador. Este resultado, justifica a escolha do método MLEG para estimação da amplitude do sinal da TMDB, já que o desempenho do método é equivalente ao método EN, possuindo uma complexidade computacional menor.

D. Avaliação do MLEG para Dados Reais

Uma vez que o método MLEG foi identificado como a melhor solução para estimação da amplitude do sinal da TMDB, ele foi implementado na FPGA e testado com dados reais.

Através do sistema de injeção de carga do TileCal [8], foi possível injetar em cada canal da TMDB uma determinada carga (3, 6, 9 e 12 pC) para avaliação do estimador e da linearidade do sistema. Com isso as amostras digitais foram aplicadas ao estimador MLEG e a saída, em contagens de ADC, pôde ser calibrada para recuperar o valor em pC. Mais uma vez, pode-se notar o comportamento linear do estimador MLEG, como mostra a Figura 5.

V. CONCLUSÕES

Este trabalho apresentou um estudo sobre a técnica de estimação da amplitude (energia) dos sinais recebidos pela placa TMDB, no contexto do projeto TileMuon.

Análises mostraram que o método baseado no estimador de máxima verossimilhança considerando o ruído de Gaussiano (MLEG) obteve desempenho próximo ao ótimo e superior ao método utilizado pelo TileCal (OF), apresentando uma complexidade computacional reduzida quando comparado ao estimador neural.

Este estimador foi implementado na FPGA da TMDB, operando em tempo real e introduzindo um atraso de 175 ns



Fig. 5. Correlação entre a carga de referência e a carga estimada pelo método MLEG. As barras de erro correspondem ao valor RMS do erro de estimação.

(< 200 ns), já que utiliza 7 amostras do pulso, estando de acordo com os requerimentos do projeto TileMuon. Resultados obtidos com dados reais confirmaram o bom desempenho da técnica proposta.

AGRADECIMENTOS

Gostaríamos de agradecer a CAPES, ao CNPq e a FAPE-MIG pelo apoio financeiro ao projeto. Também gostaríamos de agradecer a colaboração ATLAS pelo suporte ao desenvolvimento deste trabalho.

REFERÊNCIAS

- [1] L. Evans and P. Bryant (editors), LHC Machine, JINST 3 S08001, 2008.
- [2] The ATLAS Collaboration, The ATLAS Experiment at the CERN Large Hadron Collider, JINST 3 S08003, 2008.
- [3] T. Ciodaro, J. M. Seixas, et al., Muon Detection Based on a Hadronic Calorimeter, IEEE Nuclear Science Symposium and Medical Imaging Conference, pp.772-776, 2010.
- [4] The ATLAS Collaboration, *Readiness of the ATLAS Tile Calorimeter for LHC collisions*, EPJC 70, pp.1193-1236, 2010.
- [5] E. Fullana et al., Digital Signal Reconstruction in the ATLAS Hadronic Tile Calorimeter, IEEE Transaction On Nuclear Science, v. 53, number 4, 2006.
- [6] S. M. Kay, Fundamentals of Statistical Signal Processing, Estimation Theory, Prentice Hall, 1993.
- [7] A. Sarajedini, R. Hecht-Nielsen and P. Chau, Conditional Probability Density Function Estimation with Sigmoidal Neural Networks, IEEE Transactions on Neural Networks, v. 10, Issue 2, pp.231-238, 1999.
- [8] K. Anderson et al., Front-end Electronics for the ATLAS Tile Calorimeter, Proceedings of Fourth Workshop on Electronics for LHC Experiments, Rome, 1998.
- [9] WE. Cleland, E.G. Stern, Signal processing considerations for liquid ionization calorimeters in a high rate environment, Nucl. Instr. and Meth. in Phys. Res. A 338, pp.467-497, 1994.
- [10] G. Bertuccio, E. Gatti and M. Sapietro, *Sampling and optimum data processing of detector signals*, Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A, v. 322, pp.271-279, 1992.
- [11] K. Kordas, The ATLAS data acquisition and Trigger: Concept, design and status, Nuclear Physics B - Proc. Suppl., vol. 172, pp.178-182, 2007.
- [12] S. Haykin, Neural Networks: A Comprehensive Foundation, Prentice Hall, 1998.
- [13] J. W. Watterson. An Optimum Multilayer Peceptron Neural Receiver for Signal Detection. IEEE Transactions on Neural Networks, 1990.
- [14] C. Jarque and A. Bera., A Test for Normality of Observations and Regression Residuals, International Statistical Review, Vol. 55, No. 2, pp.163-172, 1987.
- [15] P. J. Rousseeuw, K. V. Driessen, A Fast Algorithm for the Minimum Covariance Determinant Estimator, v. 41, Issue 3, pp.212-223, Technometrics, 1999.