

Alocação de Recursos para Sistemas SC-FDMA baseado em Relaxamento e Programação Linear

Anderson B. Rodrigues, F. Rafael M. Lima, Tarcísio F. Maciel e F. Rodrigo P. Cavalcanti

Resumo—Neste trabalho, estudamos o problema de maximização do somatório das taxas de dados ponderadas no enlace reverso de um sistema sem fio que emprega *Single Carrier - Frequency Division Multiple Access* (SC-FDMA). Motivado pela alta complexidade da solução ótima deste problema, que é obtida através de programação inteira, propomos uma solução alternativa baseada no relaxamento do problema inteiro e aplicação de programação linear (contínua). Através de simulações computacionais, demonstramos que o esquema proposto é capaz de encontrar a solução ótima em pelo menos 55% das simulações realizadas com uma complexidade computacional muito menor. Para os casos em que a solução obtida não é binária, o estudo propõe um algoritmo que obtém uma solução inteira através de técnicas de arredondamento.

Palavras-Chave—Alocação de Recursos de Rádio, Otimização, SC-FDMA, LTE.

Abstract—In this work we study the weighted data rate maximization problem in the uplink of SC-FDMA systems. Motivated by the high computational complexity to obtain the optimal solution of this problem, that is achieved through integer programming solvers, we propose an alternative solution based on variable relaxation and use of continuous linear programming. The simulation results show that our proposed scheme is able to achieve the optimal solution in 55% (at least) of the simulations with a much lower computational complexity. For the cases in which the solution obtained from the relaxed problem is not binary, this work proposes a solution to round the fractional solution to integer ones.

Keywords—Radio Resource Allocation, Optimization, SC-FDMA, LTE.

I. INTRODUÇÃO

As comunicações móveis têm experimentado um grande desenvolvimento desde a primeira geração de sistemas celulares, que era analógica, até os sistemas atuais mais modernos. Segundo previsões do *Wireless World Research Forum* (WWRF), em 2017, teremos 7 trilhões de dispositivos sem fio conectados a rede servindo 7 bilhões de usuários; isto é, o número de dispositivos conectados a rede será 1.000 vezes maior que a população do mundo. Este cenário induz a necessidade de otimização da eficiência espectral e energética, assim como o aumento da capacidade do sistema [1].

Alocação de Recursos de Rádio ou do inglês, *Radio Resource Allocation* (RRA) é uma funcionalidade eficiente para otimizar o desempenho das redes modernas. Os algoritmos

de RRA são responsáveis pelo gerenciamento dos escassos recursos de rádio tais como potência, *slots* de tempo, canais espaciais e faixas de frequência [2].

Neste trabalho, estudamos o problema de maximização da soma das taxas dos usuários ponderadas por pesos (ou prioridades) para o enlace reverso de sistemas empregando o esquema de múltiplo acesso SC-FDMA. Diferentemente do enlace direto, em que o esquema *Orthogonal Frequency Division Multiple Access* (OFDMA) foi adotado para sistemas *Long Term Evolution* (LTE), para o enlace reverso adotou-se o esquema SC-FDMA. A motivação para tal é diminuir a razão entre a potência de transmissão de pico e a média, facilitando assim o projeto de amplificadores de potência para os terminais móveis. Apesar desse benefício, SC-FDMA torna a solução de problemas de RRA mais difíceis de serem obtidas devido ao requisito que os blocos de recursos alocados a cada usuário devem ser contíguos na frequência. Definimos esse requisito como contiguidade ou adjacência de recursos. Esse requisito não é necessário com OFDMA.

Diferentemente de trabalhos que estudam RRA no enlace direto com OFDMA, a análise de problemas de RRA no enlace reverso com SC-FDMA é recente. Em [3] os autores realizam um estudo considerando o problema de maximização de taxa no cenário SC-FDMA. Entretanto, em [3] os autores ignoram a existência da restrição de contiguidade de recursos comentada anteriormente. Em [4] os autores consideram o mesmo problema de [3] e assumem a existência da restrição de adjacência de recursos. Contudo, eles assumem que os terminais móveis devem receber o mesmo número de recursos na frequência, o que na prática não ocorre. Em [5], os autores formulam o problema de maximização da soma das taxas ponderadas dos usuários através de um problema binário-inteiro. Reconhecendo a complexidade deste problema, os autores de [5] propõem um algoritmo subótimo de menor complexidade computacional. Outros artigos tais como [6], [7] e [8] exploraram o problema de maximização da taxa total em sistemas SC-FDMA e fizeram propostas subótimas todas baseadas em heurísticas a fim de obter soluções com melhor compromisso entre desempenho e complexidade computacional. Contudo, todos estes trabalhos falham em modelar aspectos de camada física de sistemas sem fio reais tal como a existência de níveis discretos de taxa de transmissão: *Modulation and Coding Schemes* (MCSs). Em sistemas reais, as possíveis taxas de transmissão são limitadas a um conjunto discreto e são definidas pelos níveis de modulação e taxas de codificação de canal.

Além de uma modelagem mais precisa de sistemas SC-FDMA, neste trabalho, nós abordamos o problema de

Anderson B. Rodrigues e F. Rafael M. Lima - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica e Computação, Universidade Federal do Ceará (UFC), Sobral-CE, Brasil. F. Rafael M. Lima, Tarcísio F. Maciel e F. Rodrigo P. Cavalcanti - Grupo de Pesquisa em Telecomunicações sem fio (GTEL), Universidade Federal do Ceará, *Campus* do Pici, Fortaleza-CE, Brasil. E-mails: andersonbarbosa@alu.ufc.br, rafaelm@gtel.ufc.br, maciel@gtel.ufc.br e rodrigo@gtel.ufc.br.

maximização da soma das taxas dos usuários ponderadas em sistemas SC-FDMA sob uma ótica ainda não apresentada na literatura até onde sabemos: exploramos a versão relaxada do problema de otimização inteiro. Mostramos, através de simulações computacionais, que o problema linear contínuo obtido do relaxamento fornece a solução ótima do problema original (inteiro) em um grande número de realizações. Para as realizações em que a solução do problema relaxado não é binária, propomos uma solução alternativa.

Em resumo, este artigo está organizado conforme explicado a seguir. Na seção II, apresentamos a modelagem do sistema, enquanto que na seção III, discutimos a formulação do problema e a solução ótima inteira. Na seção IV, apresentamos nossa proposta alternativa para o problema estudado. Finalmente, na seção V, apresentamos os resultados das simulações, enquanto que na seção VI, elencamos as conclusões do estudo.

II. MODELAGEM DO SISTEMA

Definimos como Bloco de Recurso (BR), um conjunto de subportadoras que compõe o mínimo recurso de rádio a ser alocado. O esquema SC-FDMA impõe ao sistema duas restrições relacionadas a alocação de BRs: **Exclusividade**, em que os BRs não podem ser compartilhados entre terminais móveis associados a mesma estação rádio base; e a **Adjacência**, em que os BRs assinalados a cada terminal móvel devem ser adjacentes no domínio da frequência.

Definimos um padrão de assinalamento SC-FDMA como um conjunto de BRs contíguos que podem ser alocados a um dado usuário. O número de possíveis padrões de assinalamento, P , depende de N e é dado por [5] $P = \frac{1}{2}N^2 + \frac{1}{2}N + 1$, em que N é o número de BRs disponíveis no sistema. Assumimos que $\mathcal{P} = \{1, \dots, P\}$ é o conjunto com os índices de todos os possíveis padrões de assinalamento. Definimos $\mathcal{J} = \{1, \dots, J\}$ como o conjunto de terminais móveis servidos por uma dada estação rádio base. Assumimos que $\mathcal{N} = \{1, \dots, N\}$ representa o conjunto de BRs disponíveis. A restrição de adjacência pode ser modelada utilizando uma matriz binária $N \times P$, \mathbf{A} , composta pelos elementos $a_{n,p}$ com $n \in \mathcal{N}$ e $p \in \mathcal{P}$, assumindo valor 1 se o BR n pertencer ao padrão de assinalamento p , e 0 caso contrário. Uma possível instância da matriz \mathbf{A} quando $N = 4$ (e consequentemente $P = 11$) é ilustrada a seguir

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}. \quad (1)$$

Definimos \mathbf{X} como a matriz de assinalamento entre os terminais móveis e os padrões de assinalamento, cuja dimensão é $J \times P$. Os elementos $x_{j,p}$ assumem o valor 1 se o padrão de assinalamento $p \in \mathcal{P}$ é assinalado ao terminal $j \in \mathcal{J}$, e 0 caso contrário. Algumas condições devem ser impostas à matriz \mathbf{X} a fim de garantir a exclusividade e adjacência de BRs conforme veremos na seção III a seguir.

Consideramos o modelo de canal no domínio da frequência. Definimos a variável $h_{j,z,n}$ como a função de transferência do canal relativo ao enlace entre o terminal j e a estação rádio base servidora, para a z -ésima subportadora do BR

n . A razão sinal-ruído ou do inglês, *Signal-to-Noise Ratio* (SNR) experimentada pelo terminal j usando a subportadora z do BR n é dada por $\gamma_{j,z,n} = \frac{((P/(c \cdot N)) \cdot \alpha_j \cdot |h_{j,z,n}|^2)}{(\sigma^{sub})^2}$, em que α_j representa a junção dos efeitos de perda de percurso e sombreamento no enlace entre o terminal j e a estação rádio base servidora, $(\sigma^{sub})^2$ representa a potência do ruído no receptor na largura de banda ocupada por uma subportadora e c é o número de subportadoras que compõe o BR. Assumimos que a potência total disponível no terminal móvel, P , é igualmente distribuída entre as subportadoras.

Um equalizador no domínio da frequência deve ser utilizado na estação rádio base quando SC-FDMA é utilizado no enlace reverso a fim de mitigar a interferência intersimbólica. Neste trabalho, assumimos um equalizador do tipo Mínimo Erro Quadrático Médio (MEQM). Então, utilizando as definições de [9], a SNR dos dados recebidos por um conjunto de BRs utilizando este tipo de equalizador pode ser escrita como:

$$\gamma_{j,p}^{MEQM} = \left(\frac{1}{\frac{1}{c \cdot |\mathcal{N}_p|} \sum_{n \in \mathcal{N}_p} \sum_{z=1}^c \frac{\gamma_{j,z,n}}{\gamma_{j,z,n} + 1}} \right)^{-1}, \quad (2)$$

em que $\gamma_{j,p}^{MEQM}$ é a SNR efetivamente experimentada pelos dados transmitidos do terminal j com os BRs contidos no padrão de assinalamento p e \mathcal{N}_p é o conjunto de BRs que compõe o padrão assinalado p .

Através do uso de adaptação de enlace, um terminal pode transmitir em diferentes taxas de dados de acordo com a qualidade do canal, potência alocada e ruído/interferência percebida. Assumimos que a função $f(\cdot)$ mapeia a SNR a uma determinada taxa de transmissão. Então, modelamos a taxa de transmissão do terminal j usando o padrão de assinalamento p como $r_{j,p} = f(\gamma_{j,p}^{MEQM})$.

III. FORMULAÇÃO DO PROBLEMA E SOLUÇÃO ÓTIMA

Apresentamos nesta seção o problema a ser estudado assim como sua solução ótima.

A. Formulação do Problema

O problema de maximização da soma das taxas ponderadas dos usuários que deve ser resolvido em cada intervalo de tempo de transmissão ou *Transmission Time Interval* (TTI) é formulado como:

$$\max_{\mathbf{X}} \left(\sum_{j \in \mathcal{J}} \sum_{p \in \mathcal{P}} w_j \cdot r_{j,p} \cdot x_{j,p} \right), \quad (3)$$

sujeito às restrições

$$\sum_{j \in \mathcal{J}} \sum_{p \in \mathcal{P}} a_{n,p} \cdot x_{j,p} = 1, \forall n \in \mathcal{N}, \quad (4)$$

$$\sum_{p \in \mathcal{P}} x_{j,p} = 1, \forall j \in \mathcal{J}, \quad (5)$$

$$x_{j,p} \in \{0, 1\}, \forall j \in \mathcal{J} \text{ e } \forall p \in \mathcal{P}. \quad (6)$$

A função objetivo (3) é a soma das taxas dos usuários ponderadas por pesos ou prioridades no enlace reverso em que w_j representa a prioridade ou peso do terminal móvel j . As restrições (4) e (6) asseguram que os BRs não serão reutilizados dentro da mesma célula. A restrição (5) garante que apenas um padrão de assinalamento será atribuído a cada terminal.

Os pesos w_j podem ser ajustados para projetar diferentes regras de escalonamento tais como [10]:

- Justiça proporcional ou do inglês, *proportional fairness*, que consiste na maximização do somatório do logaritmo das taxas de dados individuais dos usuários. Em geral essa regra é aplicada considerando $w_j = 1/\bar{r}_j$, em que \bar{r}_j é a taxa média efetivamente alocada ao usuário j ao longo do tempo.
- Maximização da soma das taxas dos usuários que pode ser implementada com $w_j = 1 \quad \forall j \in \mathcal{J}$.

B. Caracterização da Solução Ótima

O problema formulado pelas equações (3) a (6) é um problema de programação linear inteiro ou do inglês, *Integer Linear Program* (ILP). De acordo com [11], a restrição de adjacência de recursos é suficiente para tornar o problema NP-Difícil. A solução ótima para esse tipo de problema pode ser obtida por métodos numéricos tal como o algoritmo *Branch-and-Bound* (BB) [12]. Este método é capaz de diminuir o espaço de procura de soluções, reduzindo assim, o tempo para obtenção da solução ótima. Contudo, a complexidade computacional de pior caso do método BB cresce exponencialmente com o número de restrições e variáveis que são $J + N$ e $J \cdot P$, respectivamente, em nosso problema.

IV. SOLUÇÃO PROPOSTA: RELAXAMENTO DO PROBLEMA INTEIRO

Em sistemas de comunicações móveis, as decisões sobre alocação de recursos devem ser tomadas na ordem de milissegundos. Portanto, a resolução direta do problema ILP através dos métodos supracitados é inviável em cenários práticos.

Do ponto de vista matemático, o espaço de procura do problema (3) a (6) é formado por uma série de pontos discretos em um espaço com dimensão $J \cdot P$. Devido ao caráter discreto do espaço de procura, temos que este não é um espaço convexo. Contudo, quando permitimos que as variáveis de otimização de problemas ILP sejam reais, o espaço de procura torna-se convexo. Mais especificamente, caso façamos a substituição da restrição (6) pela restrição a seguir

$$0 \leq x_{j,p} \leq 1, \forall j \in \mathcal{J} \text{ e } \forall p \in \mathcal{P}, \quad (7)$$

temos uma nova classe de problemas de otimização chamada de programação linear ou do inglês, *Linear Programming* (LP). A esse procedimento de trocar o caráter inteiro das variáveis de otimização dos problemas ILP para números reais com limites inferiores e superiores chamamos de relaxação do problema ILP [13].

Problemas LP têm sido amplamente utilizado para aproximar problemas ILP que muitas vezes são NP-Difíceis. A

principal razão consiste no fato de que LPs podem ser resolvidos de forma eficiente. Em especial, o método dos pontos interiores possui uma complexidade de pior caso polinomial para resolução de LPs [13].

O espaço de soluções ou conjunto viável de problemas LP consiste em polítopos. Como a função objetivo de problemas LP são lineares e portanto convexas, temos que em problemas LP com espaço de soluções limitados, cada mínimo/máximo local corresponde a um mínimo/máximo global. Além disso, a solução ótima de problemas LP está sempre na fronteira do espaço de procura representado pelo polítopo, ou seja, nos vértices dos polítopos. Na literatura é comum denotar as soluções presentes nos vértices dos polítopos como soluções básicas viáveis.

Note que caso os vértices do polítopo sejam soluções inteiras, temos que a solução ótima do problema LP corresponde a solução ótima do problema ILP. Do ponto de vista computacional, temos que esse tipo de cenário é muito atrativo visto que as soluções dos problemas ILP podem ser obtidas por algoritmos com complexidade polinomiais (método dos pontos interiores, por exemplo) aos invés de algoritmos com complexidade exponencial (BB, por exemplo).

Matematicamente, sabemos que as soluções do problema relaxado corresponde a solução do problema inteiro sempre que a matriz de restrição do problema relaxado é totalmente unimodular ou do inglês, *Totally Unimodular Matrix* (TUM). Uma matriz é TUM quando todas submatrizes dessa matriz é unimodular. Uma matriz é unimodular quando seu determinante é 1 ou -1. Infelizmente, as restrições do problema apresentado nas equações (3), (4), (5) e (7) não são TUM. Contudo, pode ser mostrado que certas soluções básicas viáveis (ou vértices do polítopo) do problema aqui estudado são soluções inteiras. Isso deve-se ao fato de que algumas submatrizes da matriz que representa as restrições do problema relaxado são unimodulares. Assim, esperamos que em algumas instâncias do problema estudado, consigamos resolver o problema original ILP de forma ótima através da solução do problema LP.

Para os casos em que a solução do problema relaxado não é inteira, propomos, na seção a seguir, algoritmos de arredondamento que recebem como entrada a solução do problema LP fracionada e retorna uma solução inteira viável para o problema estudado.

A. Proposta de arredondamento

O fluxograma do algoritmo de arredondamento é apresentado na Figura 1. No passo (1) o algoritmo recebe como entrada a matriz \mathbf{X} , que representa a solução do problema ILP relaxado, ou LP. Caso essa matriz seja binária, o algoritmo ILP relaxado resolveu o problema de forma ótima (passos (2) e (3)). Entretanto, se a matriz solução não for binária, o algoritmo realiza, no passo (4), os assinalamentos de padrões a usuários em que as entradas são 1. No passo (5), o algoritmo seleciona a linha j^* e coluna p^* da matriz \mathbf{X} correspondente ao maior valor diferente de 1. O passo (6) associa o assinalamento p^* ao usuário j^* atribuindo 1 na matriz \mathbf{X} e 0 para as demais colunas da linha j^* . As entradas da matriz \mathbf{X} que estejam violando as restrições de exclusividade também devem

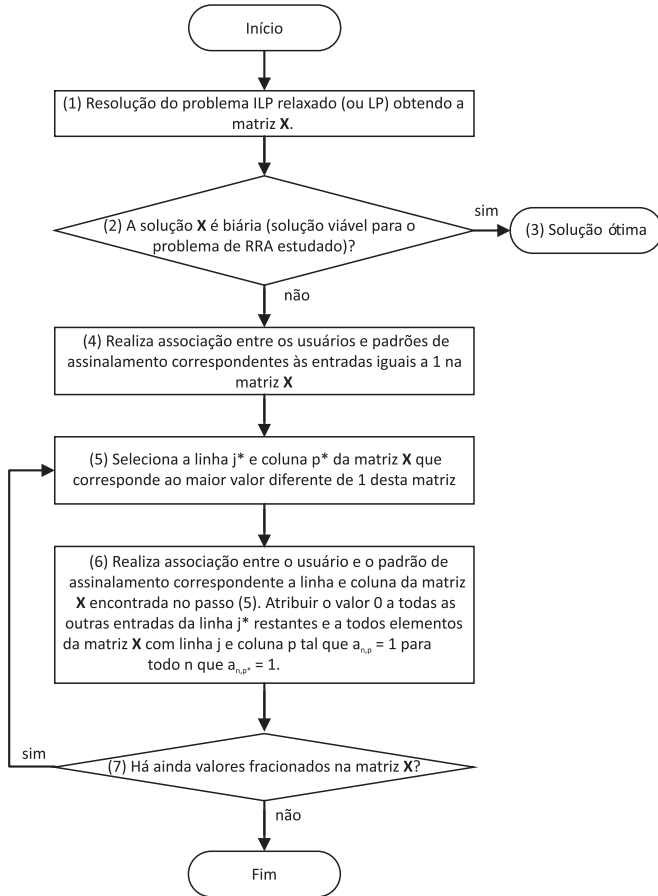


Fig. 1. Fluxograma da proposta de arredondamento.

receber o valor 0. O passo (7) verifica se há valores de assinalamentos diferentes de 1 e 0. Caso ainda existam, o processo de arredondamento continua no passo (5).

V. AVALIAÇÃO DE DESEMPENHO

Nesta seção, apresentamos a avaliação de desempenho da solução proposta neste artigo e comparamos com outras propostas presentes na literatura.

A. Parâmetros de Simulação

A modelagem do sistema descrita na seção II foi implementada em um simulador computacional. Avaliamos a alocação de recursos no enlace reverso em um sistema celular setorizado empregando SC-FDMA. Um BR é composto por um grupo de 12 subportadoras no domínio da frequência e uma duração temporal de 1 ms (duração de um TTI). Além disso, assumimos que adaptação de enlace baseia-se na informação de canal reportada pelo terminal móvel quantizada em 15 níveis de qualidade ou do inglês, Channel Quality Indicators (CQIs) utilizados pelo sistema LTE [14]. Os limiares de chaveamento ou troca de MCSs foram obtidos através de simulações de nível de enlace realizados em [15].

Analisamos os resultados para diferentes quantidades de terminais e fixamos o número de BRs em 12. A potência transmitida por BR foi de 20 dBm. Os resultados foram obtidos através da realização da simulação de várias amostras

TABELA I
PARÂMETROS DE SIMULAÇÃO.

Parâmetro	Valor	Unidade
Raio da célula	334	m
Potência transmitida por BR	20	dBm
Número de subportadoras por BR	12	-
Número de BRs	12	-
Desvio padrão do sombreamento	8	dB
Perda de percurso	$35.3 + 37.6 \cdot \log_{10}(d)$	dB
Densidade espectral do ruído	$3.16 \cdot 10^{-20}$	W/Hz
Número de snapshots	3000	-
Número de terminais	6, 7, 8, 9, 10, 11, 12	-
Desvanecimento rápido	Typical Urban	-

independentes a fim de validarmos os dados estatisticamente. O modelo de propagação inclui perda de percurso dependente da distância, sombreamento log-normal e uma componente de desvanecimento rápido baseado no modelo *Typical Urban* do 3GPP. Consideramos que os pesos w_j definidos no problema estudado foram ajustados de forma que metade dos usuários tivessem peso 2 enquanto que a outra metade tivesse peso 1. Os parâmetros de simulação estão detalhados na TABELA I.

A fim de resolver os problemas de otimização inteiro (ILP) e sua versão relaxada (LP) utilizamos a biblioteca de otimização numérica IBM ILOG CPLEX [16]. A escolha da quantidade de terminais móveis e BRs é limitada pela complexidade computacional para obter a solução ótima do problema ILP. Um dos resultados analisados na próxima seção está relacionado com o percentual de vezes em que a solução do problema relaxado corresponde a solução ótima do problema ILP original. Denominaremos essa métrica como percentual de acerto.

Os algoritmos analisados são: solução proposta na seção IV (SUBOPT PROP); solução ótima apresentada na seção III (OPT); solução subótima baseada em um algoritmo guloso proposta por Ian Wong em [5] (SUBOPT IAN WONG); e solução heurística proposta pelo artigo [8] que leva em conta a banda de coerência do canal (SUBOPT ZHANG).

B. Resultados

Na Figura 2 apresentamos o percentual de acerto versus o número de terminais móveis. Podemos verificar que para 6 terminais móveis o percentual de acerto é acima de 70%. Ou seja, em mais de 70% das realizações foi possível resolver um problema ILP reconhecidamente complexo de forma ótima através de sua forma relaxada aplicando técnicas de programação linear que possui métodos bastante eficientes do ponto de vista computacional. Esse percentual diminui a uma taxa reduzida à medida que incrementamos o número de terminais. Contudo, podemos verificar que mesmo para 12 terminais, o percentual de acerto ainda é satisfatório (em torno de 55%).

Na Figura 3 apresentamos o somatório das taxas dos usuários ponderadas versus o número de usuários no sistema para os algoritmos SUBOPT PROP, OPT, SUBOPT IAN WONG e SUBOPT ZHANG. Podemos verificar que o algoritmo SUBOPT ZHANG fornece o pior desempenho, seguido pelo SUBOPT IAN WONG. Ambos algoritmos são propostas heurísticas que não são capazes de fazer uma busca eficiente

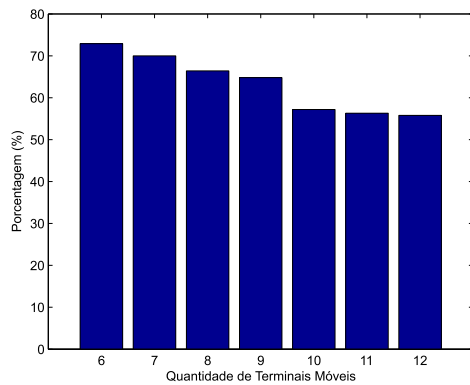


Fig. 2. Percentual de acerto versus o número de terminais móveis.

pelas melhores soluções em casos mais gerais. Por outro lado, o algoritmo proposto neste trabalho fornece resultados muito próximos ao do ótimo. Este bom desempenho deve-se ao fato de que a solução do problema relaxado já fornece a solução ótima em um grande percentual de realizações conforme mostrado anteriormente. Nos casos em que a solução do problema relaxado não fornece a solução ótima inteira, o algoritmo de arredondamento é capaz de atingir bons resultados. Nota-se porém, que outros algoritmos de arredondamento podem ser testados de forma a obter melhores resultados. Esta é uma das perspectivas deste estudo.

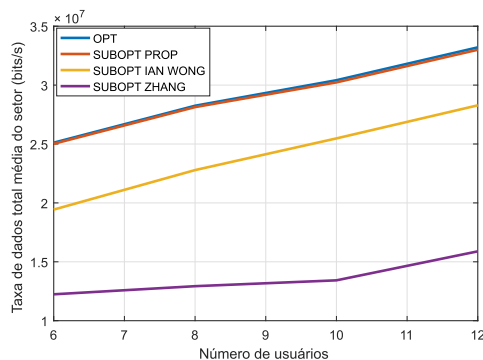


Fig. 3. Somatório das taxas dos usuários ponderadas versus o número de usuários no sistema para os algoritmos estudados.

VI. CONCLUSÕES

Neste trabalho, abordamos o problema de maximização do somatório das taxas ponderadas dos usuários para o enlace reverso de sistemas que empregam *Single Carrier - Frequency Division Multiple Access* (SC-FDMA), tal como o *Long Term Evolution* (LTE). Neste tipo de problema, a restrição de adjacência de recursos na frequência torna a obtenção de soluções ótimas muito onerosa computacionalmente.

Primeiramente, formulamos o problema supracitado como um problema linear inteiro ou do inglês, *Integer Linear Program* (ILP). Motivado pela alta complexidade de resolução desta classe de problemas, propomos o relaxamento do problema ILP assumindo que a variável de otimização pode agora

assumir qualquer valor real entre 0 e 1. O novo problema obtido é um problema de otimização linear ou do inglês, *Linear Programming* (LP). Essa classe de problemas de otimização admite soluções bastante eficientes com complexidade computacional polinomial.

Através de simulações computacionais, mostramos que em um grande percentual das realizações simuladas, a solução do problema relaxado corresponde com exatidão a do problema ILP original. Para os cenários simulados, pudemos verificar que esse percentual não foi menor que 55%. Para os casos em que a solução do problema relaxado não corresponde a uma solução inteira, propomos um algoritmo de arredondamento. Os resultados das simulações também mostram que a proposta deste artigo não somente é superior a algumas outras selecionadas na literatura, como também possui um desempenho quase ótimo no cenário apresentado.

REFERÊNCIAS

- [1] Wang, C.-X., Haider, F., Gao, X., You, X.-H., Yang, Y., Yuan, D., Aggoune, H., Haas, H., Fletcher, S., and Hepsaydir, E. (2014). Cellular architecture and key technologies for 5g wireless communication networks. *Communications Magazine, IEEE*, 52(2):122–130.
- [2] Sadr, S., Anpalagan, A., and Raahemifar, K. (2009). Radio resource allocation algorithms for the downlink of multiuser ofdm communication systems. *Communications Surveys Tutorials, IEEE*, 11(3):92–106.
- [3] Lim, J., Myung, H., Oh, K., and Goodman, D. Channel-dependent scheduling of uplink single carrier fdma systems. In *Vehicular Technology Conference, 2006. VTC-2006 Fall. 2006 IEEE 64th*, pages 1–5.
- [4] Nwamadi, O., Zhu, X., and Nandi, A. Dynamic subcarrier allocation for single carrier-fdma systems. In *Signal Processing Conference, 2008. 16th European*, pages 1–5. IEEE, 2008.
- [5] Wong, I., Oteri, O., and McCoy, W. Optimal resource allocation in uplink sc-fdma systems. *Wireless Communications, IEEE Transactions on*, 8(5):2161–2165. 2009.
- [6] Pao, W.-C. and Chen, Y.-F. Chunk allocation schemes for sc-fdma systems. In *Vehicular Technology Conference (VTC 2010-Spring), 2010 IEEE 71st*, pages 1–5.
- [7] Calabrese, F., Rosa, C., Anas, M., Michaelsen, P., Pedersen, K., and Mogensen, P. Adaptive transmission bandwidth based packet scheduling for lte uplink. In *Vehicular Technology Conference, 2008. VTC 2008-Fall. IEEE 68th*, pages 1–5.
- [8] M. Zhang and Y. Zhu, An Enhanced Greedy Resource Allocation Algorithm for Localized SC-FDMA Systems. in *IEEE Communications Letters*, vol. 17, no. 7, pp. 1479-1482, 2013.
- [9] Shi, T., Zhou, S., and Yao, Y. (2004). Capacity of single carrier systems with frequency-domain equalization. In *Emerging Technologies: Frontiers of Mobile and Wireless Communication, 2004. Proceedings of the IEEE 6th Circuits and Systems Symposium on*, volume 2, pages 429–432 Vol.2.
- [10] Femenias, G., Danobeitia, B., and Riera-Palou, F. Unified approach to cross-layer scheduling and resource allocation in ofdma wireless networks. *EURASIP Journal on Wireless Communications and Networking*, 2012.
- [11] Lee, S.-B., Pefkianakis, I., Meyerson, A., Xu, S., and Lu, S. Proportional fair frequency-domain packet scheduling for 3gpp lte uplink. In *INFOCOM 2009, IEEE*, pages 2611–2615. 2009.
- [12] Nemhauser, G. and Wolsey, L. *Integer and Combinatorial Optimization*. John Wiley Sons. 2009.
- [13] Mokhtar S. Bazaraa, J. J. J. and Sherali, H. D. *A Multicarrier Primer*. Amati Communication Corporation and Stanford University. 1991.
- [14] 3GPP. Evolved universal terrestrial radio access (e-utra); physical layer procedures. Technical Report 36.213 V8.6.0, Third Generation Partnership Project. 2009.
- [15] Mehlhruher, C., Wrulich, M., Ikuno, J., Bosanska, D., and Rupp, M. Simulating the long term evolution physical layer. In *Signal Processing Conference, 2009 17th European*, pages 1471–1478.
- [16] IBM. IBM ILOG CPLEX Optimizer. <http://www-01.ibm.com/software/integration/optimization/cplex-optimizer/>. Acessado em 14 de dezembro de 2015.