Desempenho da Diversidade de Modulação em Canais κ - μ Seletivos em Frequência com Receptores MRC

Rafael F. Lopes e Marcelo S. Alencar

Resumo— Diversas avaliações do desempenho da técnica de diversidade de modulação (DM) têm sido realizadas considerando diferentes modelos de desvanecimento. No entanto, a maior parte dessas avaliações considera que o sistema está sujeito ao desvanecimento plano. Este artigo apresenta uma avaliação de desempenho da técnica de DM em canais seletivos em frequência, cujos efeitos são mitigados pelo uso de um receptor de combinação por razão máxima (Maximal-Ratio Combining – MRC) com L ramos. A combinação da técnica de DM e do receptor MRC permite ao sistema compensar os efeitos do canal e prover ganhos adicionais relativos ao aumento da ordem de diversidade do sistema. A probabilidade de erro de *bit* do sistema é obtida utilizando simulação de Monte Carlo e é aproximada pelo uso do limitante da união. Uma expressão da probabilidade de erro par a par, para uso nesse limitante, também é deduzida.

Palavras-Chave—Diversidade de modulação, MRC, Desvanecimento κ - μ .

Abstract—Several performance evaluations of the modulation diversity (MD) technique have been performed considering different fading models. However, most of them usually assume that the system is subject to flat fading. This paper presents a performance evaluation of the MD technique for frequency selective channels, whose effects are mitigated by the use of a Maximal-Ratio Combining (MRC) receiver with L branches. The combination of the MD technique and MRC receiver allows the system to compensate the channel effects and provide an additional gain, caused by the increase in the diversity order of the system. The system bit error probability is obtained using Monte Carlo simulation and approximated by the use of the union bound. An expression for the pairwise error probability, for use in the bound, is also deduced.

Keywords—Modulation diversity, MRC, κ - μ fading.

I. INTRODUÇÃO

Recentemente, diversos métodos têm sido propostos com o intuito de combater os efeitos do desvanecimento nos sistemas de comunicação sem fio. Entre eles merecem destaque as técnicas de diversidade, que consistem em aproveitar a redundância das múltiplas cópias do sinal transmitido para o receptor.

Exemplos típicos de técnicas de diversidade são a diversidade temporal, a diversidade em frequência e a diversidade espacial. Além dessas, uma outra importante técnica de diversidade proposta na literatura consiste em introduzir redundância pela escolha criteriosa do ângulo de referência de uma constelação de sinais combinada com o entrelaçamento independente das componentes dos símbolos a serem transmitidos [1], [2]. Neste artigo essa técnica é denominada diversidade de modulação (DM) [3], porém ela também é conhecida por outras denominações, como rotação de constelações [4] e diversidade de espaço de sinais [5]. O desempenho da técnica de DM já foi avaliado considerando diversas distribuições para o desvanecimento do canal, como Rayleigh [5], Rice [6] e Nakagami-m [4]. No entanto, em algumas situações específicas, as caudas das referidas distribuições de probabilidade do desvanecimento do canal não se adequam apropriadamente aos dados experimentais medidos, como discutido em [7]. Recentemente a técnica de DM foi avaliada considerando a distribuição κ - μ [8], visto que esse modelo de canal fornece uma maior flexibilidade na caracterização do desvanecimento e uma melhor adequação a dados mensuráveis fisicamente [9].

A maioria das avaliações da técnica de DM publicadas consideram o uso de canais sujeitos ao desvanecimento plano [1]– [3], [5], ou seja, canais cujo desvanecimento afeta de modo uniforme toda a largura de banda do sinal (*i.e.*, $B \ll B_c$, em que B é a largura de banda do sinal e B_c é a largura de banda de coerência). Por outro lado, existem canais cujo desvanecimento afeta de forma desigual diversas frequências (*i.e.*, $B \gg B_c$) [10], denotados canais seletivos em frequência. A seletividade em frequência é causada pelos múltiplos percursos de propagação dos sinais eletromagnéticos. As técnicas de diversidade utilizadas para mitigar seus efeitos são chamadas de microdiversidade [10].

Dessa forma, este artigo apresenta uma análise de desempenho da técnica de DM em canais seletivos em frequência. Os efeitos deletérios da seletividade em frequência neste trabalho são mitigados com o uso de um receptor de combinação por razão máxima (*Maximal-Ratio Combining* – MRC) e um arranjo de antenas para adicionar diversidade espacial ao sistema. Uma aproximação para a probabilidade de erro de *bit* do sistema (*Bit Error Probability* – BEP) é obtida com base no limitante da união (*Union Bound* – UB) e na probabilidade de erro par-a-par (*Pairwise Error Probability* – PEP), cuja expressão é calculada neste trabalho.

Além desta seção introdutória, este artigo é composto por mais cinco seções, cujos conteúdos são sucintamente apresentados a seguir. A Seção II descreve os modelos de sistema e de canal adotados neste artigo. Na Seção III é descrito o processo de avaliação de desempenho da técnica de DM que usa o limitante da união. As técnicas utilizadas para a avaliação de desempenho do sistema de DM em canais κ - μ com um receptor MRC de *L* ramos e as expressões deduzidas para esse fim são descritas na Seção IV. Os resultados da avaliação de desempenho são apresentados na Seção V. Por fim, na Seção VI são apresentadas as conclusões do trabalho.

II. MODELO DE SISTEMA E DO CANAL

A técnica de DM é utilizada para mitigar os efeitos do desvanecimento causado pelos múltiplos percursos de propagação no sinais transmitidos. Nesse técnica, a redundância é obtida pela combinação da rotação da constelação de sinais, por um dado ângulo de referência ϕ definido apropriadamente, combinada com o entrelaçamento independente das componentes

Rafael F. Lopes, Federal Institute of Maranhão (IFMA), São Luís, Brazil. Marcelo S. de Alencar, UFCG Electrical Engineering Department, Campina Grande, Brazil, E-mails: {rafaelf, malencar}@iecom.org.br.

do símbolos transmitidos. A Figura 1 ilustra o diagrama de blocos da DM.



Fig. 1. Diagrama de blocos do sistema de diversidade de modulação.

O resultado dessa técnica é o aumento da robustez do receptor em cenários de propagação com desvanecimento acentuado. Assim, considerando a adoção da técnica de DM com constelações *M*-QAM (*M-ary Quadrature Amplitude Modulation*), o sinal transmitido pode ser reescrito como

$$s(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x_n p(t - nT_S) \cos(2\pi f_c t) + \sum_{n=-\infty}^{+\infty} y_{n-k} p(t - nT_S) \sin(2\pi f_c t), \quad (1)$$

em que k é um inteiro que representa um atraso (expresso em número de símbolos) introduzido pelo entrelaçamento entre as componentes em fase (I) e em quadratura (Q), também denotado por profundidade do entrelaçamento (*interleaving depth*), p(t) denota a forma de pulso do sinal digital, T_S é o período do símbolo, f_c é a frequência da portadora e

$$x_n = a_n \cos \phi - b_n \sin \phi \tag{2a}$$

e

$$y_n = a_n \sin \phi + b_n \cos \phi \tag{2b}$$

representam os novos símbolos QAM gerados a partir da rotação da constelação para a transmissão. Além disso,

$$a_n, b_n = \pm d, \pm 3d, \dots, \pm (\sqrt{M} - 1)d,$$
 (3)

em que d é a distância mínima entre os símbolos da constelação e M é a ordem da modulação.

Para a avaliação do sistema foi admitido um modelo de canal similar ao apresentado em [5]. O desvanecimento causado pelos canais seletivos em frequência foi modelado por um filtro linear, caracterizado pela seguinte resposta ao impulso equivalente em banda básica [5], [11]

$$h(t) = \sum_{l=1}^{L} \alpha_l e^{-j\varphi_l} \delta(t - \tau_l), \qquad (4)$$

em que L é o número de percursos (equivalente ao número de ramos do receptor), $\delta(\cdot)$ é a função delta de Dirac, α_l , $\varphi_l \in \tau_l$, l = 1, ..., L, são as amplitudes, fases e atrasos aleatórios do *l*-ésimo percurso, respectivamente, todos independentes entre si. Assume-se ainda que os parâmetros dos múltiplos percursos de propagação são independentes entre si, e seus valores são considerados constantes durante o intervalo de um símbolo. Além do desvanecimento, o canal também é afetado pelo ruído aditivo gaussiano branco (*Additive White Gaussian Noise –* AWGN), modelado como uma variável gaussiana com média nula e variância $N_0/2$ por dimensão.

Considera-se ainda que não há interferência co-canal e que o sinal é transmitido por L percursos independentes e identicamente distribuídos com desvanecimento κ - μ . Cada percurso individual é afetado por um desvanecimento lento e plano. Por fim, é admitido, sem perda de generalidade, que o primeiro atraso $\tau_1 = 0$ diz respeito ao canal de referência e $\tau_1 < \tau_2 < ... < \tau_L$ [11]. O diagrama simplificado que ilustra a resposta ao impulso equivalente do canal é apresentado na Figura 2.



Fig. 2. Diagrama de blocos simplificado do sistema de DM sujeito ao canal seletivo em frequência.

A amplitude do desvanecimento de cada percurso, α_l , é modelada como um processo aleatório κ - μ . A κ - μ é uma distribuição generalizada que pode ser utilizada para representar a variação em pequena escala do desvanecimento do sinal em condições de linha de visada. Ela é modelada pelos parâmetros $\kappa e \mu$, que definem o formato da distribuição. A distribuição κ - μ inclui as distribuições Rice ($\kappa = K, \mu = 1$), Nakagamim ($\kappa \to 0, \mu = m$), Rayleigh ($\kappa \to 0, \mu = 1$) e gaussiana unilateral ($\kappa \to 0, \mu = 1/2$) como casos especiais [9].

O modelo de desvanecimento κ - μ considera que os sinais são compostos de *clusters* de ondas de multipercurso, propagando em um ambiente não homogêneo. As fases das ondas espalhadas dentro de cada *cluster* são aleatórias e apresentam atrasos similares. Além disso, é assumido nos *clusters* que as componentes espalhadas apresentam potências idênticas e que uma componente dominante de potência arbitrária é encontrada em cada *cluster* [9].

A função densidade de probabilidade (fdp) normalizada da

distribuição κ - μ é expressa como [9]

$$p(\alpha) = \frac{2\mu(1+\kappa)^{\frac{\mu+1}{2}}}{\kappa^{\frac{\mu-1}{2}} \exp\left[\mu\kappa\right]} \alpha^{\mu} \exp\left[-\mu(1+\kappa)\alpha^{2}\right]$$
$$I_{\mu-1}\left[2\mu\sqrt{\kappa(1+\kappa)}\alpha\right], \ \alpha \ge 0, \tag{5}$$

em que $E[\alpha^2] = 1$, $I_{\nu}(\cdot)$ denota a função de Bessel modificada de primeiro tipo de ordem ν [12, 8.431], $\kappa \ge 0$ é a razão entre a potência total da componente dominante e a potência total das componentes espalhadas e $\mu > 0$ é dada por $\mu = \frac{1}{\operatorname{Var}[\alpha^2]} \frac{1+2\kappa}{(1+\kappa)^2}$. No sistema foi admitida a estimação perfeita da amplitude, da fase e dos atrasos do canal, ou seja, $\hat{\alpha}_l = \alpha_l$, $\hat{\varphi}_l = \varphi_l$ e $\hat{\tau}_l = \tau_l$, que compensados pelo receptor.

 $\hat{\varphi}_l = \varphi_l \ e \ \hat{\tau}_l = \tau_l$, que compensados pelo receptor. Dado que os símbolos transmitidos não compartilham componentes em comum, as componentes I e Q são independentemente afetadas pelo desvanecimento. Assim, após o desentrelaçamento, cada símbolo recebido pode ser expresso pelo vetor r a seguir

$$\boldsymbol{r} = [r_I(t), \ r_Q(t)], \tag{6}$$

$$\boldsymbol{r} = [\alpha_I(t)s_I(t) + n_I(t), \quad \alpha_Q(t+k)s_Q(t) + n_Q(t+k)], \quad (7)$$

em que $s_I(t)$, $s_Q(t)$ são as componentes I e Q do símbolo s(t), $\alpha_I(t)$, $\alpha_Q(t)$ representam os desvanecimentos que afetam as componentes I e Q dos símbolos e $n_I(t)$, $n_Q(t)$ são as componentes I e Q do ruído. Finalmente, o receptor aplica a métrica de máxima verossimilhança (*Maximum Likelihood* – ML) nos símbolos desentrelaçados para detectar o símbolo transmitido, como a seguir

$$\hat{s} = \underset{s \in S}{\operatorname{argmin}} (|\boldsymbol{r} - \boldsymbol{\alpha} \odot \boldsymbol{s}|^2), \tag{8}$$

$$\hat{s} = \operatorname*{argmin}_{s \in \mathcal{S}} (|r_I(t) - \alpha_I(t)s_I|^2 + |r_Q(t) - \alpha_Q(t+k)s_Q|^2), \quad (9)$$

em que $|\cdot|$ denota a norma euclidiana, \odot representa o produto por componente dos símbolos e $\mathcal S$ é a constelação com M sinais.

III. Avaliação de Desempenho da Técnica de Diversidade de Modulação com o Limitante da União

A avaliação de desempenho da técnica de DM é tipicamente baseada no uso de aproximações e limitantes, visto que a independência entre as componentes em fase e em quadratura (criada pelo processo de entrelaçamento), combinada com a rotação da constelação, dificultam a obtenção de expressões analíticas exatas para o cálculo das probabilidades de erro de símbolo e de *bit* do sistema. Dessa forma, é comum a utilização da expressão do limitante da união (*Union Bound* – UB). Logo, considerando símbolos equiprováveis, a BEP do sistema é limitada por [11]

$$P_B \le P_B^{\text{UB}} = \frac{1}{N_B 2^{N_B}} \sum_{\substack{s \in \mathcal{S} \\ s \neq \hat{s}}} \sum_{\hat{s} \in \mathcal{S}} a(s, \hat{s}) P(s \to \hat{s}), \quad (10)$$

em que S representa uma constelação de M sinais, N_B é o número de *bits* por símbolo da constelação, $P(s \rightarrow \hat{s})$ é a probabilidade de erro par-a-par (*Pairwise Error Probability* – PEP) que o símbolo \hat{s} seja estimado pelo receptor quando s foi transmitido e $a(s, \hat{s})$ a distância de Hamming entre as sequências binárias associadas aos símbolos s e \hat{s} .

Para o cálculo dos limitantes é necessário primeiramente obter uma expressão para a PEP do sistema com rotação que pode ser calculada a partir de [11]

$$P(s \to \hat{s}) = E\left[Q\left(\sqrt{\sum_{i=1}^{N} \gamma_i d_i^2 \frac{\bar{\gamma}_i}{2}}\right)\right], \quad (11)$$

em que N representa o número de componentes (ou funções base) da constelação de sinais utilizada para a representação dos símbolos em banda básica, d_i denota a distância euclidiana entre s e \hat{s} em relação à *i*-ésima componente, $\bar{\gamma}_i$ é a relação sinal-ruído (*Signal-to-Noise Ratio* – SNR) média associada a cada componente dos símbolos e γ_i representa a SNR instantânea do canal que afeta a *i*-ésima componente dos sinais, cujo comportamento é modelado por uma distribuição de probabilidade $p(\gamma)$ (distribuição da SNR instantânea do canal sem fio).

IV. AVALIAÇÃO DE DESEMPENHO DA TÉCNICA DE DIVERSIDADE DE MODULAÇÃO EM CANAIS κ - μ com um Receptor MRC

Esta seção apresenta a avaliação de desempenho da técnica de DM em canais κ - μ seletivos em frequência. O uso desse modelo de desvanecimento na avaliação é interessante pois permite representar diversos cenários físicos não cobertos por outros modelos, além de incluir os modelos clássicos de desvanecimento (*e.g.*, Rayleigh, Rice, Nakagami-*m*) como casos especiais. Para compensar os efeitos destrutivos dos canais seletivos em frequência, um receptor com *L* ramos e um detector MRC são utilizados.

Em [13] o limitante de Chernoff foi utilizado para o cálculo específico da PEP de sistemas de DM em canais Rayleigh seletivos em frequência, e também foi desenvolvido um equalizador para o canal. Por outro lado, o esquema MRC foi utilizado para a recepção de sinais em canais Rayleigh seletivos em frequência em [5]. Em [14], um receptor MRC foi combinado com a técnica de diversidade de modulação e avaliada em um canal Rayleigh. A análise do sistema de DM combinado com um receptor MRC em canais Nakagami-*m* é realizada em [4].

Conforme mostrado em [11], na ausência de interferência, o MRC é o esquema de combinação ótimo, independente das estatísticas do desvanecimento. Um requisito do MRC é ter o conhecimento de todos os parâmetros do desvanecimento do canal (amplitudes, fases e atrasos), o que é admitido neste artigo. Dessa forma, após a recepção dos sinais provenientes dos múltiplos percursos de propagação pelas L antenas, o sistema realiza a compensação da fase do desvanecimento e o desentrelaçamento dos sinais recebidos para que o sistema MRC possa combinar apropriadamente estes sinais.

No esquema MRC, os sinais recebidos pelos diferentes ramos (com as fases do desvanecimento já compensadas) são combinados como uma soma ponderada, de forma a maximizar a SNR do sinal resultante. Assim, para símbolos equiprováveis, a SNR total na saída do combinador MRC γ_{Σ} é dada por [10]

$$\gamma_{\Sigma} = \sum_{l=1}^{L} \gamma_l, \tag{12}$$

em que γ_l é a SNR instantânea no *l*-ésimo ramo do receptor MRC com *L* ramos. As variáveis aleatórias γ_l são modeladas de acordo com a distribuição da SNR de canais κ - μ , cuja fdp é dada por [9]

$$p(\gamma_l) = \frac{\mu(1+\kappa)^{\frac{\mu+1}{2}}\gamma_l^{\frac{\mu-1}{2}}}{\kappa^{\frac{\mu-1}{2}}\exp(\kappa\mu)\bar{\gamma_l}^{\frac{\mu+1}{2}}}\exp\left[-\frac{\mu(1+\kappa)\gamma_l}{\bar{\gamma_l}}\right]$$
$$I_{\mu-1}\left[2\mu\sqrt{\frac{\kappa(1+\kappa)\gamma_l}{\bar{\gamma_l}}}\right], \gamma_l \ge 0.$$
(13)

No entanto, para a análise de desempenho do sistema de DM baseado no esquema de combinação MRC em canais κ - μ , torna-se necessário obter a fdp resultante da SNR total na saída do detector. A fdp de γ_{Σ} para L ramos identicamente distribuídos com distribuição κ - μ é deduzida em [15] e é apresentada a seguir

$$p(\gamma_{\Sigma}) = \frac{L\mu(1+\kappa)^{\frac{L\mu+1}{2}}\gamma_{\Sigma}^{\frac{L\mu-1}{2}}}{\kappa^{\frac{L\mu-1}{2}}\exp(L\mu\kappa)(L\bar{\gamma})^{\frac{L\mu+1}{2}}}\exp\left[-\frac{\mu(1+\kappa)\gamma_{\Sigma}}{\bar{\gamma}}\right]$$
$$I_{\mu-1}\left[2\mu\sqrt{L\frac{\kappa(1+\kappa)\gamma_{\Sigma}}{\bar{\gamma}}}\right], \gamma_{\Sigma} \ge 0.$$
(14)

Por fim, a partir da Fórmula 14 é possível verificar que a soma de L variáveis aleatórias da SNR do desvanecimento κ - μ resulta em uma variável aleatória do mesmo tipo (portanto, com a mesma distribuição apresentada na Fórmula 13), porém com os seguintes parâmetros [15]

$$\mu_L = L \cdot \mu, \qquad \kappa_L = \kappa, \qquad \bar{\gamma}_L = L \cdot \bar{\gamma}.$$
 (15)

Para a avaliação de desempenho é necessário obter uma expressão para o cálculo da PEP do sistema de DM em canais κ - μ com um receptor MRC.

A expressão da PEP pode ser obtida a partir da Fórmula 11 para duas componentes (I e Q), utilizando a fdp apresentada na Fórmula 13 com $\gamma_l = 1$ para normalizar a distribuição e modificando os demais parâmetros de acordo com a Fórmula 15. Assim,

$$P(s \to \hat{s}) = \int_{0}^{\infty} \int_{0}^{\infty} Q\left(\sqrt{\frac{\bar{\gamma}_{L} d_{I}^{2} \gamma_{I}}{2} + \frac{\bar{\gamma}_{L} d_{Q}^{2} \gamma_{Q}}{2}}\right) p(\gamma_{I}) p(\gamma_{Q}) d\gamma_{I} d\gamma_{Q},$$

$$= \frac{\mu_{L}^{2} (1 + \kappa_{L})^{\mu_{L}+1}}{\kappa_{L}^{\mu_{L}-1} \exp\left[2\mu_{L}\kappa_{L}\right]} \int_{0}^{\infty} \int_{0}^{\infty} Q\left(\sqrt{\frac{\bar{\gamma}_{L} d_{I}^{2} \gamma_{I}}{2} + \frac{\bar{\gamma}_{L} d_{Q}^{2} \gamma_{Q}}{2}}\right)$$

$$\gamma_{I}^{\frac{\mu_{L}-1}{2}} \gamma_{Q}^{\frac{\mu_{L}-1}{2}} \exp\left[-\mu_{L} (1 + \kappa_{L}) \left(\gamma_{I} + \gamma_{Q}\right)\right]$$

$$I_{\mu_{L}-1} \left[2\mu_{L} \sqrt{\kappa_{L} (1 + \kappa_{L}) \gamma_{Q}}\right] d\gamma_{I} d\gamma_{Q}.$$
(16)

Aplicando a fórmula de Craig para a função $Q(\cdot)$ [16]

$$Q(x) = \frac{1}{\pi} \int_{0}^{\pi/2} \exp\left(-\frac{x^2}{2 \operatorname{sen}^2 \xi}\right) d\xi,$$
 (17)

na Fórmula 16, a expressão da PEP pode ser reescrita como

$$P(s \to \hat{s}) = \frac{\mu_L^2 (1 + \kappa_L)^{\mu_L + 1}}{\pi \kappa_L^{\mu_L - 1} \exp\left[2\mu_L \kappa_L\right]} \int_0^{\pi/2} \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \exp\left[-\frac{\bar{\gamma}_L d_I^2 \gamma_I}{4 \sin^2 \xi}\right] \\ \exp\left[-\frac{\bar{\gamma}_L d_Q^2 \gamma_Q}{4 \sin^2 \xi}\right] \gamma_I^{\frac{\mu_L - 1}{2}} \gamma_Q^{\frac{\mu_L - 1}{2}} \exp\left[-\mu_L (1 + \kappa_L) \gamma_I\right] \\ \exp\left[-\mu_L (1 + \kappa_L) \gamma_Q\right] I_{\mu_L - 1} \left[2\mu_L \sqrt{\kappa_L (1 + \kappa_L) \gamma_I}\right] \\ I_{\mu_L - 1} \left[2\mu_L \sqrt{\kappa_L (1 + \kappa_L) \gamma_Q}\right] d\gamma_I d\gamma_Q d\xi.$$
(18)

Após realizar a integração da Fórmula 18 em $\gamma_I e \gamma_Q$, utilizar a mudança de variável $x = \cos^2 \xi$ e realizar algumas manipulações algébricas, a expressão da PEP se torna

$$P(s \to \hat{s}) = \frac{1}{2\pi \left[(1 + c_I)(1 + c_Q) \right]^{\mu_L}} \cdot \Upsilon \left(\kappa_L, \mu_L, c_I, c_Q \right), \quad (19)$$

em que $c_I = \frac{\gamma_L d_I^2}{4\mu_L(1+\kappa_L)}, c_Q = \frac{\gamma_L d_Q^2}{4\mu_L(1+\kappa_L)}$ e $\Upsilon(\cdot)$ é uma função especial definida neste trabalho que deve ser numericamente avaliada. Essa função é definida como

$$\Upsilon(a, b, c, d) \triangleq \int_{0}^{1} x^{-1/2} (1-x)^{2b-1/2} \cdot \left[\left(1 - \frac{x}{1+c} \right) \left(1 - \frac{x}{1+d} \right) \right]^{-b} \cdot \exp \left[-ab \left(\frac{c}{1+c-x} + \frac{d}{1+d-x} \right) \right] dx. \quad (20)$$

Para verificar a ordem de diversidade provida pela combinação das técnicas de DM e o receptor MRC é necessário avaliar a expressão assintótica da PEP. Essa análise é realizada substituindo a função $Q(\cdot)$ presente na Fórmula 16 pelo limitante de Chernoff [11], fazendo com que a expressão possa ser reescrita conforme a seguir

$$P(s \to \hat{s}) \leq \frac{\mu_L^{2\mu_L} (1+\kappa_L)^{2\mu_L}}{2} \cdot \left[\left(\frac{\bar{\gamma}_L d_I^2}{4} + \mu_L (1+\kappa_L) \right) \left(\frac{\bar{\gamma}_L d_Q^2}{4} + \mu_L (1+\kappa_L) \right) \right]^{-\mu_L} \exp \left[-\frac{\bar{\gamma}_L \kappa_L \mu_L d_I^2}{d_I^2 \bar{\gamma}_L + 4(1+\kappa_L) \mu_L} - \frac{\bar{\gamma}_L \kappa_L \mu_L d_Q^2}{d_Q^2 \bar{\gamma}_L + 4(1+\kappa_L) \mu_L} \right].$$
(21)

Da mesma forma como realizado em [17], para quaisquer pares de símbolos $s e \hat{s}$ distintos, existem dois outros símbolos da constelação expandida com as mesmas componentes em quadratura que herdam as componentes em fase dos símbolos originais. Assim, a distância mínima da constelação expandida pode ser limitada como a seguir

$$d_{\min}^2 \le (\Re(s) - \Re(\hat{s}))^2, \tag{22}$$

$$d_{\min}^2 \le (\Im(s) - \Im(\hat{s}))^2.$$
⁽²³⁾

Logo, a expressão apresentada na Inequação 21 pode ser reescrita conforme a seguir

$$P(s \to \hat{s}) \leq \frac{\mu_L^{2\mu_L} (1+\kappa_L)^{2\mu_L}}{2} \left(\frac{\bar{\gamma}_L d_{\min}^2 + 4\mu_L (1+\kappa_L)}{4} \right)^{-2\mu_L} \exp\left[-2\bar{\gamma}_L \kappa_L \mu_L \left(\frac{d_{\min}^2}{d_{\min}^2 \bar{\gamma}_L + 4(1+\kappa_L)\mu_L} \right) \right].$$
(24)

Em elevados valores de SNR, a função exponencial presente na Inequação 24 tende a $\exp \left[-2\kappa_L \mu_L\right]$. Assim,

$$P(s \to \hat{s}) \leq \frac{\mu_L^{2\mu_L} (1+\kappa_L)^{2\mu_L}}{2 \ e^{2\kappa_L \mu_L}} \left(\frac{\bar{\gamma}_L d_{\min}^2 + 4\mu_L (1+\kappa_L)}{4}\right)^{-2\mu_L} \\ = \frac{\mu^{2\mu \cdot L} L^{2\mu \cdot L} (1+\kappa)^{2\mu \cdot L}}{2 \ e^{2\kappa \cdot \mu \cdot L}} \left(\frac{\bar{\gamma} \cdot L \cdot d_{\min}^2 + 4\mu \cdot L (1+\kappa)}{4}\right)^{-2\mu \cdot L}$$
(25)

A partir da Inequação 25 pode ser observado que a PEP do esquema de DM decai em função de $(\bar{\gamma})^{-2\mu L}$. Essa característica indica que o sistema alcança uma ordem de diversidade $2\mu L$: a ordem de diversidade 2μ é obtida pela DM e a ordem de diversidade L é alcançada pelo uso do receptor MRC.

V. RESULTADOS

Alguns experimentos foram conduzidos com o intuito de verificar os ganhos de diversidade proporcionados pelo receptor MRC ao ser combinado com o esquema de DM. Os experimentos realizados foram baseados no uso de simulação de Monte Carlo e no limitante da união.

A Figura 3 apresenta as curvas de BEP em função da SNR média do canal, para o sistema de DM com um receptor MRC baseado em constelações 16-QAM, em dois cenários de desvanecimento e com diferentes valores para o número de ramos do receptor (L). As curvas teóricas foram geradas com o limitante da união (UB), apresentado na Fórmula 10, e com a expressão da PEP calculada de acordo com a Fórmula 19.



Fig. 3. Curvas para a BEP em função da SNR do canal, do sistema de DM que utiliza um receptor MRC com constelações 16-QAM e diferentes valores de L (número de ramos no receptor) em dois cenários de desvanecimento.

É possível verificar que o aumento da ordem de diversidade reduz de forma considerável a BEP do sistema. No entanto, essa redução é menor à medida que a ordem de diversidade aumenta. O ganho obtido com o aumento de L é maior em sistemas com desvanecimento mais severo (Figura 3(a)).

Para uma BEP de $3,9 \times 10^{-5}$, um ganho de aproximadamente 20 dB é alcançado quando o valor de L aumenta de 1 para 2 na Figura 3(a) ($\kappa = 0, 1, \mu = 0, 5$), enquanto um ganho de apenas 6,7 dB foi obtido pelo aumento do valor de L de 2 para 3 (para o mesmo valor de BEP). Por outro lado, em um cenário de desvanecimento menos severo que o anterior, como o apresentado na Figura 3(b) ($\kappa = 1, 5, \mu = 0, 5$), para uma BEP de 10^{-6} , o aumento de L de 1 para 2 foi responsável por um ganho de aproximadamente 7,9 dB, que foi reduzido para 2,9 dB com o aumento de L de 2 para 3.

VI. CONCLUSÃO

O desempenho de sistemas de DM têm sido largamente avaliado considerando diferentes modelos de desvanecimento. No entanto, a maior parte dessas avaliações considera que o sistema está sujeito ao desvanecimento plano. Este artigo apresenta uma avaliação de desempenho da técnica de DM em canais seletivos em frequência.

Para mitigar os efeitos da seletividade em frequência, um receptor MRC com L ramos foi combinado com a técnica de DM de forma a compensar os efeitos do canal e prover ganhos adicionais relativos à ordem de diversidade do sistema. A BEP do sistema foi obtida com o uso de simulação de Monte Carlo e foi aproximada pelo uso do limitante da união. Uma expressão da PEP para uso nesse limitante foi calculada. Por fim, foi realizada uma análise da ordem de diversidade alcançada pelo sistema.

AGRADECIMENTOS

Os autores gostariam de agradecer ao IFMA, à COPELE, à UFCG, ao Iecom, à Fapema e à Capes por apoiar esta pesquisa.

REFERÊNCIAS

- [1] S. Slimane, "An improved PSK scheme for fading channels," IEEE Transactions on Vehicular Technology, vol. 47, no. 2, pp. 703 -710, May 1998.
- [2] W. T. A. Lopes, J. F. Galdino, and M. S. Alencar, "Diversidade em modulação aplicada a canais de comunicações móveis," Revista da Sociedade Brasileira de Telecomunicações, vol. 17, no. 2, pp. 112-123, Dezembro 2002
- [3] G. Taricco and E. Viterbo, "Performance of component interleaved signal sets for fading channels," *IEE Electronics Letters*, vol. 32, no. 13, pp. 1170–1172, June 1996.
- A. Yilmaz and O. Kucur, "Performance of rotated PSK modulation in Nakagami-*m* fading channels," *Elsevier Digital Signal Processing*, vol. 21, no. 2, pp. 296–306, 2011.
 [5] N. F. Kiyani and J. H. Weber, "Performance analysis of a system using
- K. Kiyahi and J. H. Weber, Performance analysis of a system using coordinate interleaving and constellation rotation in frequency-selective fading channels," in *14th Asia-Pacific Conference on Communications* (APCC 2008), 2008, pp. 1–5.
 J. Kim, W. Lee, J.-K. Kim, and I. Lee, "On the symbol error rates
- [6] for signal space diversity schemes over a Rician fading channel," IEEE Transactions on Communications, vol. 57, no. 8, pp. 2204-2209, August 2009
- [7] S. Stein, "Fading channel issues in system engineering," IEEE Journal on Selected Areas in Communications, vol. 5, no. 2, pp. 68-89, February 1987
- [8] R. F. Lopes, W. J. L. Queiroz, W. A. Lopes, and M. S. Alencar, "Performance of the modulation diversity technique for κ - μ fading channels *EURASIP Journal on Wireless Communications and Networking*, vol. 2013, no. 1, p. 17, 2013.
 M. D. Yacoub, "The κ-μ distribution and the η-μ distribution," *IEEE Antennas and Propagation Magazine*, vol. 49, no. 1, pp. 68–81, February
- 2007
- [10] A. Goldsmith, Wireless communications. New York, USA: Cambridge University Press, 2005.
- [11] M. K. Simon and M. S. Alouini, Digital communication over fading
- [11] M. K. Simon and M. S. Alouin, Digital communication over fading channels, 2nd ed. John Wiley & Sons, 2005.
 [12] I. S. Gradshteyn and I. M. Ryzhik, Table of integrals, series, and products, 6th ed. New York, USA: Academic, 2000.
 [13] R. Schober, L. H.-J. Lampe, W. H. Gerstacker, and S. Pasupathy, "Modulation diversity for frequency-selective fading channels," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 49, no. 9, pp. 2268–2276, September 2002. September 2003.
- [14] S. Jeon, I. Kyung, and M.-S. Kim, "Component-interleaved receive MRC with rotated constellation for signal space diversity," in *IEEE 70th* Vehicular Technology Conference (VTC 2009-Fall), September 2009, pp. 1–6.
- [15] M. Milisic, M. Hamza, and M. Hadzialic, "BEP/SEP and outage performance analysis of L-branch maximal-ratio combiner for κ - μ fading, Int J Digital Multimedia Broadcasting, vol. 2009, no. 573404, pp. 1-8, January 2009.
- [16] J. Craig, "A new, simple and exact result for calculating the probability of error for two-dimensional signal constellations," in *IEEE Military Communications Conference (MILCOM '91)*, vol. 2, November 1991,
- pp. 571–575. S. Ahmadzadeh, S. Motahari, and A. Khandani, "Signal space coopera-tive communication," *IEEE Transactions on Wireless Communications*, [17] vol. 9, no. 4, pp. 1266-1271, April 2010.