

Algoritmo NLMS Modificado para Operação em Ambientes Esparsos

Fábio Luis Perez, Luiz Alberto Koehler, José Gil Fausto Zipf e Rui Seara

Resumo—Este artigo apresenta um novo algoritmo para operação em plantas com resposta ao impulso esparsa. O algoritmo proposto usa duas distribuições de ganho uniformes, isto é, uma para coeficientes ativos e outra para coeficientes inativos. A nova abordagem é baseada na razão entre o ganho médio atribuído a coeficientes ativos e inativos. Tal abordagem visa aumentar a velocidade de convergência de coeficientes ativos, melhorando o desempenho do filtro adaptativo. Como resultado, o novo algoritmo exibe baixa complexidade computacional e rápida velocidade de convergência para casos em que a planta é esparsa. Simulações numéricas mostram a eficácia do novo algoritmo.

Palavras-Chave—Algoritmo NLMS, algoritmos NLMS proporcionais, filtragem adaptativa, identificação de sistemas.

Abstract—This paper introduces a new algorithm aiming to operate with sparse impulse response plants. The proposed algorithm uses two uniform gain distributions, i.e., one of them to active coefficients and other to inactive coefficients. The new approach is based on the ratio between the mean gain assigned to active and inactive coefficients. Such an approach aims to increase the convergence speed of active coefficients, improving the adaptive filter performance. As a result, the new algorithm exhibits low computational complexity and fast convergence for cases in which the plant is sparse. Numerical simulation results show the effectiveness of the new algorithm.

Keywords—NLMS algorithm, PNLMS-type algorithms, adaptive filtering, system identification.

I. INTRODUÇÃO

Em aplicações de filtragem adaptativa, os tradicionais algoritmos LMS (*least-mean-square*) e NLMS (*normalized LMS*) são bastante populares, visto que apresentam baixa complexidade e muito boa característica de estabilidade [1], [2]. Contudo, para casos em que a resposta ao impulso é esparsa¹ (respostas comumente encontradas em aplicações de cancelamento de eco, equalização de canais, processos sísmicos, dentre outras) [3]-[5], algoritmos que utilizam o mesmo valor de passo de adaptação para todos os coeficientes do filtro, tais como o LMS e o NLMS, têm suas características de convergência prejudicadas [6]-[8]. Visando melhorar as características de convergência para ambientes esparsos, o

Fábio Luis Perez, Luiz Alberto Koehler e José Gil Fausto Zipf, ASL – Laboratório de Sistemas de Controle e Filtragem Adaptativa, Departamento de Engenharia Elétrica e de Telecomunicações, Universidade Regional de Blumenau (FURB), Blumenau, SC, e-mails: fabiotek@furb.br; luiz@furb.br; gilzipf@furb.br.

Rui Seara, LINSE - Laboratório de Circuitos e Processamento de Sinais, Departamento de Engenharia Elétrica e Eletrônica, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, SC, Brasil, e-mail: seara@linse.ufsc.br.

Este trabalho foi parcialmente financiado pelo Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq).

¹ Respostas cuja maioria dos coeficientes possui magnitude zero ou próxima de zero.

algoritmo PNLMS (*proportionate NLMS*), proposto em [9], utiliza um ganho individual para atualizar cada coeficiente do filtro proporcionalmente à sua magnitude, resultando em um algoritmo com maior velocidade de convergência. Entretanto, sua rápida convergência inicial não é mantida durante todo o processo adaptativo [8], [10]. Além disso, o algoritmo PNLMS apresenta baixa velocidade de convergência para plantas com média e baixa esparsidades [6], [7]. Para contornar tais problemas, diferentes versões do algoritmo PNLMS vêm sendo propostas na literatura aberta [6]-[8], [11]-[13]. Por exemplo, o PNLMS++ alterna entre os algoritmos NLMS e PNLMS nas iterações pares e ímpares [6]. Da mesma forma, o IPNLMS (*improved PNLMS*) também emprega uma mistura de adaptação proporcional e não proporcional. Entretanto, essa mistura é realizada a cada iteração, o que proporciona uma melhor característica de convergência (do que aquela do algoritmo PNLMS) para uma maior faixa de valores de esparsidade [7]. Os algoritmos IAF-PNLMS (*individual-activation-factor PNLMS*) e EIAF-PNLMS (*enhanced IAF-PNLMS*), discutidos em [12] e [13], respectivamente, utilizam fatores de ativação individuais e, com isso, exibem maior velocidade de convergência para plantas com resposta ao impulso de alta esparsidade. Visando prover rápida velocidade de convergência durante todo o processo de adaptação, o algoritmo PNLMS com lei μ (MPNLMS) é discutido em [10]; contudo, apesar de seu bom desempenho, tal algoritmo apresenta elevada carga computacional. Baseado na minimização do erro quadrático médio em relação ao ganho para sinal de entrada branco, o algoritmo *water-filling* é discutido em [14]. Também em [14], buscando reduzir a complexidade computacional do *water-filling*, o algoritmo proporcional ao desvio quadrático médio dos coeficientes (*z²-proportionate*) é introduzido. Tais algoritmos determinam os ganhos de adaptação considerando uma estimativa do desvio quadrático médio dos coeficientes combinado com um ganho unitário.

Visando melhorar o desempenho dos algoritmos LMS e NLMS quando a planta é esparsa, os algoritmos ℓ_0 -LMS e ℓ_0 -NLMS propostos em [15] introduzem uma penalidade baseada na norma ℓ_0 na função custo, o que impõe uma atração para zero a pequenos coeficientes. Considerando outras normas, alguns algoritmos têm sido propostos, tais como o ZA-LMS (*zero-attracting LMS*) e o RZA-LMS (*reweighted zero-attracting LMS*) [16]. Esses algoritmos superam tanto o LMS quanto o NLMS em termos de velocidade de convergência para casos em que a planta é esparsa; entretanto, seus desempenhos são muito sensíveis à correta definição de seus parâmetros, assim como ao nível do ruído de medição presente no sistema [17].

Neste trabalho, um novo algoritmo para aplicações em ambientes com resposta ao impulso da planta esparsa é introduzido. Em contraste com o algoritmo NLMS, que usa uma política de distribuição de ganho uniforme, isto é, atribui o

mesmo ganho a todos os coeficientes do filtro adaptativo, a abordagem aqui proposta usa duas distribuições de ganho uniforme, uma para coeficientes ativos (coeficientes com magnitudes significativas) e outra para inativos. A determinação das distribuições é baseada na razão entre o ganho médio atribuído a coeficientes ativos e inativos.

Este artigo está organizado como segue. A Seção II revisita o algoritmo PNLMS. A Seção III apresenta uma análise da distribuição de ganho para coeficientes ativos e inativos nos algoritmos NLMS e PNLMS. Na Seção IV, o algoritmo proposto para operação em ambientes esparsos é discutido. Na Seção V, resultados de simulação numérica ratificam o desempenho do algoritmo proposto. Finalmente, a Seção VI apresenta os comentários e conclusões finais deste trabalho de pesquisa.

II. REVISITANDO O ALGORITMO PNLMS

O algoritmo PNLMS padrão é formulado pelo seguinte conjunto de equações [12]:

Atualização dos coeficientes

$$\mathbf{w}(k+1) = \mathbf{w}(k) + \frac{\mu \mathbf{G}(k) \mathbf{x}(k) e(k)}{\mathbf{x}^T(k) \mathbf{G}(k) \mathbf{x}(k) + \xi} \quad (1)$$

Sinal de erro

$$e(k) = d(k) - \mathbf{w}^T(k) \mathbf{x}(k) + v(k) \quad (2)$$

Matriz de distribuição de ganho

$$\mathbf{G}(k) = \text{diag}[g_1(k) \ g_2(k) \ \cdots \ g_N(k)] \quad (3)$$

Ganho individual

$$g_i(k) = \frac{\lambda_i(k)}{\frac{1}{N} \sum_{l=1}^N \lambda_l(k)}, \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (4)$$

Função de proporcionalidade

$$\lambda_i(k) = \max[f(k), |w_i(k)|] \quad (5)$$

Fator de ativação

$$f(k) = \rho \max[\delta, \|\mathbf{w}(k)\|_\infty] \quad (6)$$

onde $\|\cdot\|_\infty$ é a norma infinita, $\mathbf{w}(k)$ denota o vetor de pesos de dimensão N , $\mathbf{x}(k) = [x(k) \ x(k-1) \ \cdots \ x(k-N+1)]^T$ representa o vetor do sinal de entrada, μ é o parâmetro de passo e $\xi > 0$, um parâmetro de regularização que previne a divisão por zero em (1) e estabiliza a solução. A variável $d(k)$ denota o sinal desejado e $v(k)$, um sinal de ruído independente e identicamente distribuído (i.i.d.) com média zero e variância σ_v^2 . A matriz $\mathbf{G}(k)$ distribui os ganhos dentre os coeficientes de acordo com a função de proporcionalidade $\lambda_i(k)$. O fator de ativação $f(k)$ depende do parâmetro δ (que permite inicializar o processo adaptativo quando $k=0$) e de ρ (parâmetro que previne qualquer coeficiente de sofrer “congelamento” quando sua magnitude é muito menor do que a magnitude do maior coeficiente). Note que fazendo $\mathbf{G}(k) = \mathbf{I}$, isto é, ganho unitário para todos os coeficientes do filtro adaptativo, obtém-se o algoritmo NLMS.

III. DISTRIBUIÇÃO DE GANHOS ATRIBUÍDOS A COEFICIENTES ATIVOS E INATIVOS

Nesta seção, uma breve discussão sobre distribuição de ganhos atribuídos a coeficientes ativos e inativos nos algoritmos NLMS e PNLMS é apresentada. Para isso, a mesma definição de coeficientes ativos e inativos apresentada em [12] é aqui adotada, isto é, coeficientes inativos são aqueles cuja magnitude é inferior ao fator de ativação $f(k)$. Os demais coeficientes são considerados ativos.

A distribuição de ganho para coeficientes ativos e inativos no algoritmo NLMS é a mesma, ou seja, todos os coeficientes do filtro adaptativo recebem o mesmo valor de ganho (ganho unitário). Por outro lado, o algoritmo PNLMS atribui uma distribuição de ganho uniforme aos coeficientes inativos e, aos ativos, proporcional à magnitude [veja (4) e (5)]. Contudo, tal distribuição é dependente de seus parâmetros, principalmente em relação ao parâmetro ρ , que, baseado na magnitude do maior coeficiente, estabelece o limiar de magnitude entre coeficientes ativos e inativos [12].

Para verificar o impacto da distribuição de ganhos atribuídos a coeficientes ativos e inativos no desempenho dos algoritmos NLMS e PNLMS para casos em que a planta é esparsa, simulações de Monte Carlo (média de 100 realizações independentes) são realizadas considerando um problema de identificação de sistemas. Aqui, a medida do grau de esparsidade da planta \mathbf{w}^o é dada por [12]

$$S(\mathbf{w}^o) \triangleq \frac{N}{N - \sqrt{N}} \left(1 - \frac{\|\mathbf{w}^o\|_1}{\sqrt{N} \|\mathbf{w}^o\|_2} \right) \quad (7)$$

A resposta ao impulso da planta utilizada, com comprimento $N=128$ e $S(\mathbf{w}^o)=0,78$, aqui denominada \mathbf{w}_A^o , é obtida a partir do Modelo 1 da Recomendação G.168 da ITU-T para testes em canceladores de eco de fala [18]. O sinal de entrada é branco com variância σ_x^2 unitária e a variância do ruído de medição aditivo é $\sigma_v^2=0,001$ (SNR = 30 dB). Os valores dos parâmetros dos algoritmos são passo de adaptação $\mu=0,1$, $\delta=0,01$ e três valores de ρ , isto é, 0,5, 0,05 e 0,01. Para avaliação de desempenho dos algoritmos, é utilizado o desalinhamento normalizado dado por [4]

$$\kappa(k) = 10 \log_{10} \frac{\|\mathbf{w}^o - \mathbf{w}(k)\|_2^2}{\|\mathbf{w}^o\|_2^2} \quad (8)$$

A Fig. 1 ilustra o desalinhamento normalizado para o algoritmo NLMS e PNLMS. Pode-se observar que o desempenho do algoritmo PNLMS é fortemente afetado pelo fator de ativação e, conseqüentemente, pela diferente distribuição de ganho entre coeficientes ativos e inativos do filtro adaptativo. Isso se deve ao fato de que quanto maior o valor do parâmetro ρ , maior o número de coeficientes adaptativos considerados inativos que recebem ganho uniforme.

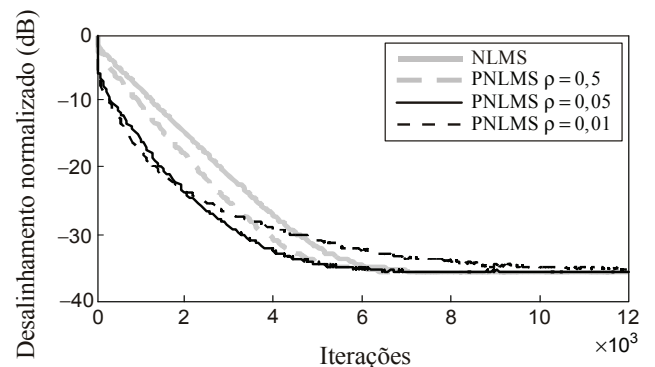


Fig. 1. Curvas de desalinhamento normalizado dos algoritmos NLMS e PNLMS para sinal de entrada branco e SNR = 30 dB.

Para analisar as diferenças entre as distribuições de ganho dos algoritmos mostrados na Fig. 1, são estabelecidas as seguintes medidas:

Ganho total distribuído sobre L iterações

$$\theta_i = \sum_{k=0}^{L-1} g_i(k) \quad (9)$$

Ganho médio atribuído a coeficientes ativos por iteração

$$\bar{\theta}_{\text{ativos}} = \frac{1}{(N_{\text{ativos}} \times L)} \sum_{i \in A} \theta_i \quad (10)$$

Ganho médio atribuído a coeficientes inativos por iteração

$$\bar{\theta}_{\text{inativos}} = \frac{1}{[(N - N_{\text{ativos}}) \times L]} \sum_{i \notin A} \theta_i \quad (11)$$

Razão entre os ganhos médios atribuídos a coeficientes ativos e inativos

$$R = \frac{\bar{\theta}_{\text{ativos}}}{\bar{\theta}_{\text{inativos}}} \quad (12)$$

onde N_{ativos} representa o número de coeficientes ativos da resposta ao impulso da planta e A , o conjunto de índices desses coeficientes.

A Tabela I apresenta os valores numéricos obtidos das expressões (10) a (12) para os casos mostrados na Fig. 1. Note que, para o caso em que o valor médio de ganho atribuído a coeficientes ativos é um pouco maior do que o valor médio de ganho atribuído a coeficientes inativos, isto é, $R=1,71$ ($\rho=0,5$), o algoritmo PNLMS tem velocidade de convergência um pouco maior do que a do NLMS. Por outro lado, para o caso $R=8,58$ ($\rho=0,01$), o PNLMS apresenta alta velocidade de convergência inicial; porém, mais baixa convergência no decorrer da adaptação. Tal comportamento é devido ao elevado valor de ganho alocado a coeficientes ativos (acelerando a convergência inicial), mas após a convergência desses coeficientes, o algoritmo sofre com a baixa velocidade de convergência dos coeficientes inativos (em função do baixo ganho destes últimos). Dentre os casos aqui avaliados, a relação R com melhor desempenho é $R=4,57$ ($\rho=0,05$), para a qual o algoritmo PNLMS apresenta uma rápida convergência durante todo o processo adaptativo, quando comparado ao algoritmo NLMS. Dessa forma, pode-se inferir que a razão entre o valor médio dos ganhos atribuídos a coeficientes ativos e inativos estabelece uma importante influência no desempenho do algoritmo adaptativo para os casos em que a planta é esparsa.

TABELA I
MÉDIA E RAZÃO DO GANHO ATRIBUÍDO A COEFICIENTES
ATIVOS E INATIVOS SOBRE 12000 ITERAÇÕES

Algoritmo	$\bar{\theta}_{\text{ativos}}$	$\bar{\theta}_{\text{inativos}}$	R
NLMS	1	1	1
PNLMS $\rho=0,5$	1,69	0,99	1,71
PNLMS $\rho=0,05$	3,15	0,69	4,57
PNLMS $\rho=0,01$	2,23	0,26	8,58

IV. ALGORITMO PROPOSTO

Nesta seção, um novo algoritmo baseado na razão entre o ganho médio atribuído a coeficientes ativos e inativos é proposto. Além disso, uma breve discussão sobre a complexidade computacional do novo algoritmo é apresentada.

A. Algoritmo Proposto

Para formulação do algoritmo proposto, as seguintes premissas são estabelecidas:

- 1) Todos os coeficientes ativos receberão o mesmo valor de ganho g_{ativos} .
- 2) Todos os coeficientes inativos receberão o mesmo valor de ganho g_{inativos} .
- 3) Os ganhos atribuídos a coeficientes ativos e inativos devem ser positivos, isto é, $g_{\text{ativos}} > 0$ e $g_{\text{inativos}} > 0$.
- 4) A soma dos ganhos a cada iteração deve ser constante e igual a N , ou seja, $\text{tr}[\mathbf{G}(k)] = N$ [veja (4)].

Dessa forma, para atender a premissa 4, tem-se que

$$\sum_{i=1}^N g_i(k) = N. \quad (13)$$

Separando os coeficientes ativos e inativos, (13) pode ser reescrita como

$$\sum_{i \in A}^{N_{\text{ativos}}} g_i(k) + \sum_{i \notin A}^{N_{\text{inativos}}} g_i(k) = N. \quad (14)$$

Com isso, levando em conta as premissas 1 e 2, obtém-se a seguinte relação:

$$N_{\text{ativos}} \times g_{\text{ativos}} + N_{\text{inativos}} \times g_{\text{inativos}} = N. \quad (15)$$

Entretanto, em geral, as magnitudes dos coeficientes da resposta ao impulso da planta são desconhecidas *a priori* e, como consequência, desconhecido o número de coeficientes ativos e inativos. Para contornar tal problema, uma estimativa de N_{ativos} e N_{inativos} considerando as magnitudes dos coeficientes do filtro adaptativo (dada por \hat{N}_{ativos} e $\hat{N}_{\text{inativos}}$) é utilizada. Dessa forma, (15) é alterada para

$$\hat{N}_{\text{ativos}} \times g_{\text{ativos}} + \hat{N}_{\text{inativos}} \times g_{\text{inativos}} = N. \quad (16)$$

Além disso, de (12) pode-se verificar que a razão entre os ganhos médios distribuídos a coeficientes ativos e inativos da abordagem proposta é dada por

$$R = \frac{g_{\text{ativos}}}{g_{\text{inativos}}}. \quad (17)$$

Isolando g_{ativos} de (17) e substituindo em (16), tem-se

$$\hat{N}_{\text{ativos}} \times R \times g_{\text{inativos}} + \hat{N}_{\text{inativos}} \times g_{\text{inativos}} = N. \quad (18)$$

Assim, a partir de (18), a distribuição de ganho do algoritmo proposto é dada por

$$g_{\text{inativos}} = \frac{N}{R \times \hat{N}_{\text{ativos}} + \hat{N}_{\text{inativos}}} \quad (19)$$

$$g_{\text{ativos}} = R \times g_{\text{inativos}} \quad (20)$$

considerando $2 \leq R \leq 6$ para operação em plantas esparsas. Note que a nova política de distribuição de ganho é constituída por duas distribuições de ganho uniformes obtidas, basicamente, pela definição do valor de R e pelo número de coeficientes ativos do filtro adaptativo. Além disso, a implementação do novo algoritmo pode ser realizada através de uma pequena modificação no algoritmo NLMS, isto é, caso o coeficiente seja ativo, multiplicar o passo de adaptação por g_{ativos} e, caso contrário, multiplicá-lo por g_{inativos} .

B. Complexidade Computacional

As complexidades computacionais dos algoritmos NLMS, RZA-NLMS, PNLMS e proposto são apresentadas na Tabela II. Note que o algoritmo proposto exibe a menor complexidade computacional dentre os algoritmos concebidos para operar em ambientes cuja resposta ao impulso é esparsa, isto é, o RZA-NLMS [16] e o PNLMS [9].

TABELA II
COMPARAÇÃO DA CARGA COMPUTACIONAL

Algoritmo	Multiplicações	Adições	Divisões	Comparações
NLMS	$3N+1$	$3N$	1	0
RZA-NLMS	$4N+1$	$5N$	$N+1$	0
PNLMS	$5N+3$	$4N-1$	2	$2N-1$
Proposto	$3N+6$	$4N+2$	2	$3N-1$

V. RESULTADOS DE SIMULAÇÃO

Nesta seção, o desempenho do algoritmo proposto é avaliado. Para tal, simulações de Monte Carlo (média de 100 realizações independentes) são realizadas considerando um problema de identificação de sistema. Aqui, além da resposta ao impulso da planta \mathbf{w}_A^o definida na Seção III, mais duas respostas ao impulso de planta são utilizadas. Tais respostas também são obtidas a partir dos modelos de caminho de eco definidas pela Recomendação G.168 do ITU-T [18, Modelos 1 e 4], denominadas aqui \mathbf{w}_B^o e \mathbf{w}_C^o , apresentando graus de esparsidade e comprimento $S(\mathbf{w}_B^o)=0,90$ e $N=512$ e $S(\mathbf{w}_C^o)=0,43$ e $N=128$, respectivamente. Para todos os exemplos, é considerado um sinal de entrada com média zero e variância σ_x^2 unitária, parâmetro de regularização $\xi=10^{-4}$ e $\mathbf{w}(0)=\mathbf{0}$. Para a estimativa do número de coeficientes ativos do filtro adaptativo, é aplicado o mesmo critério considerado na Seção III, isto é, número de coeficientes cuja magnitude é maior ou igual a $\rho \max(|\mathbf{w}(k)|)$.

A. Exemplo 1

Este exemplo compara o desempenho dos algoritmos NLMS e ℓ_0 -NLMS com o algoritmo proposto considerando uma perturbação na planta. Para tal, é usado um sinal de entrada branco e o vetor de coeficientes da planta \mathbf{w}_A^o [$S(\mathbf{w}_A^o)=0,78$] é deslocado de 12 amostras para a direita na iteração $k=8000$. A variância do ruído de medição utilizada aqui é $\sigma_v^2=0,001$ (SNR = 30 dB). Para o algoritmo proposto, $\rho=0,01$ e o valor da razão entre o ganho médio atribuído a coeficientes ativos e inativos é $R=4$. Para o algoritmo ℓ_0 -NLMS, é usado $\beta=5$ e $\varepsilon=1 \times 10^{-7}$ (parâmetros desse algoritmo [15]). Além disso, visando atingir o mesmo desalinhamento em regime permanente, foi utilizado o valor do passo de adaptação $\mu=0,1$ para os algoritmos NLMS e proposto e, $\mu=0,11$ para o ℓ_0 -NLMS.

A Fig. 2 mostra as curvas de desalinhamento normalizado dos algoritmos avaliados. Pode-se observar que o algoritmo proposto supera os algoritmos NLMS e ℓ_0 -NLMS mesmo na presença de perturbação na planta.

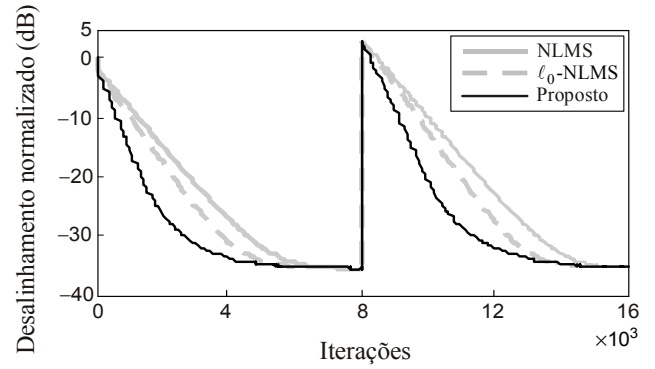


Fig. 2. Exemplo 1. Curvas de desalinhamento normalizado dos algoritmos NLMS, ℓ_0 -NLMS e proposto para sinal de entrada branco e SNR = 30 dB. A resposta ao impulso da planta \mathbf{w}_A^o é deslocada de 12 amostras para a direita na iteração $k=8000$.

B. Exemplo 2

Este exemplo ilustra a velocidade de convergência do algoritmo proposto para uma resposta ao impulso da planta exibindo alta esparsidade, considerando dois níveis de SNR distintos. Aqui, o desempenho do algoritmo proposto é comparado com o dos algoritmos NLMS e RZA-NLMS. Para tal, a resposta ao impulso da planta \mathbf{w}_B^o [$S(\mathbf{w}_B^o)=0,90$] é utilizada. O sinal de entrada é correlacionado e obtido de um processo AR(2) dado por

$$x(k) = 0,73x(k-1) - 0,73x(k-2) + \eta(k) \quad (21)$$

onde $\eta(k)$ é um sinal branco com variância $\sigma_\eta^2=0,38$, resultando em uma dispersão dos autovalores da matriz de autocorrelação do vetor de entrada $\chi=100$. Para o algoritmo proposto, é definido $\rho=0,05$ e $R=6$ e, para o RZA-NLMS, $\varepsilon=10$ e $\rho_{RZA}=1 \times 10^{-7}$ para SNR = 20 dB e $\rho_{RZA}=1 \times 10^{-8}$ para SNR = 40 dB [16]. Além disso, para se obter o mesmo desalinhamento em regime permanente, os valores dos passos de adaptação foram definidos como $\mu=0,1$ para os algoritmos NLMS e proposto e $\mu=0,15$ para o RZA-NLMS.

A Fig. 3 mostra as curvas de desalinhamento normalizado dos algoritmos NLMS, RZA-NLMS e proposto. Note que, para ambos os níveis de SNR considerados, o algoritmo proposto apresenta maior velocidade de convergência quando comparado aos outros algoritmos avaliados.

C. Exemplo 3

Neste exemplo, o comportamento do algoritmo proposto é comparado com o do algoritmo PNLMS considerando uma mudança na esparsidade da planta. Para isso, no início do processo adaptativo, utiliza-se a resposta ao impulso \mathbf{w}_A^o [$S(\mathbf{w}_A^o)=0,78$] e, na iteração $k=50000$, ela é mudada para \mathbf{w}_C^o [$S(\mathbf{w}_C^o)=0,43$]. O passo de adaptação é $\mu=0,1$ para ambos algoritmos, a variância do ruído de medição é $\sigma_v^2=0,001$ (SNR = 30 dB) e utiliza-se o mesmo sinal de entrada do Exemplo 2. Para o algoritmo proposto, foi utilizado $R=4$ e $\rho=0,05$ e, para o PNLMS, $\rho=0,05$ e $\delta=0,01$. A Fig. 4 ilustra as curvas de desalinhamento normalizado dos algoritmos PNLMS e proposto. Pode-se observar que o algoritmo proposto apresenta uma melhor característica de convergência do que a do PNLMS, independente da esparsidade da planta considerada.

REFERÊNCIAS

- [1] B. Widrow and S. D. Stearns, *Adaptive Signal Processing*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1985.
- [2] S. Haykin, *Adaptive Filter Theory*, 4th ed. Upper Saddle River, NJ: Prentice-Hall, 2002.
- [3] R. K. Martin, W. A. Sethares, R. C. Williamson, and C. R. Johnson, Jr., "Exploiting sparsity in adaptive filters," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 50, no. 8, pp. 1883-1894, Aug. 2002.
- [4] Y. Huang, J. Benesty, and J. Chen, *Acoustic MIMO Signal Processing*. Secaucus, NJ: Springer-Verlag, 2006.
- [5] C. Paleologu, J. Benesty, and S. Ciochina, *Sparse Adaptive Filters for Echo Cancellation*. San Rafael, CA: Morgan and Claypool, 2010.
- [6] S. L. Gay, "An efficient, fast converging adaptive filter for network echo cancellation," in *Proc. 32nd Asilomar Conf. Signals, Syst. Comput.*, Pacific Grove, CA, Nov. 1998, vol. 1, pp. 394-398.
- [7] J. Benesty and S. L. Gay, "An improved PNLMS algorithm," in *Proc. IEEE Int. Conf. Acoust., Speech, Signal Process. (ICASSP)*, Orlando, FL, May 2002, vol. 2, pp. 1881-1884.
- [8] P. A. Naylor, J. Cui, and M. Brookes, "Adaptive algorithms for sparse echo cancellation," *Signal Process.*, vol. 86, no. 6, pp. 1182-1192, Jun. 2006.
- [9] D. L. Duttweiler, "Proportionate normalized least-mean-squares adaptation in echo cancelers," *IEEE Trans. Speech Audio Process.*, vol. 8, no. 5, pp. 508-518, Sept. 2000.
- [10] H. Deng and M. Doroslovacki, "Proportionate adaptive algorithms for network echo cancellation," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 54, no. 5, pp. 1794-1803, May 2006.
- [11] H. Deng and M. Doroslovacki, "Improving convergence of the PNLMS algorithm for sparse impulse response identification," *IEEE Signal Process. Lett.*, vol. 12, no. 3, pp. 181-184, Mar. 2005.
- [12] F. das C. de Souza, O. J. Tobias, R. Seara, and D. R. Morgan, "A PNLMS algorithm with individual activation factors," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 58, no. 4, pp. 2036-2047, Apr. 2010.
- [13] F. das C. de Souza, R. Seara, and D. R. Morgan, "An enhanced IAF-PNLMS adaptive algorithm for sparse impulse response identification," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 60, no. 6, pp. 3301-3307, Jun. 2012.
- [14] K. Wagner and M. Doroslovacki, "Proportionate-type normalized least mean square algorithms with gain allocation motivated by mean-square-error minimization for white input," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 59, no. 5, pp. 2410-2415, May 2011.
- [15] Y. Gu, J. Jin, and S. Mei, " ℓ_0 norm constraint LMS algorithm for sparse system identification," *IEEE Signal Process. Lett.*, vol. 16, no. 9, pp. 774-777, Sept. 2009.
- [16] Y. Chen, Y. Gu, and A. O. Hero III, "Sparse LMS for system identification," in *Proc. IEEE Int. Conf. Acoust., Speech, Signal Process. (ICASSP)*, Honolulu, Hawaii, USA, Apr. 2009, pp. 3125-3128.
- [17] J. B. Sanson, M. R. Petraglia, and D. B. Haddad, "Parametrização automática do algoritmo ℓ_0 -LMS com relação à razão sinal-ruído," in *Simp. Bras. de Telecomun. (SBrT)*, Juiz de Fora, Brasil, Sep. 2015.
- [18] *ITU-T Recommendation G.168, Digital Network Echo Cancellers*, Geneva, Switzerland: Int. Telecomm. Union, 2007.

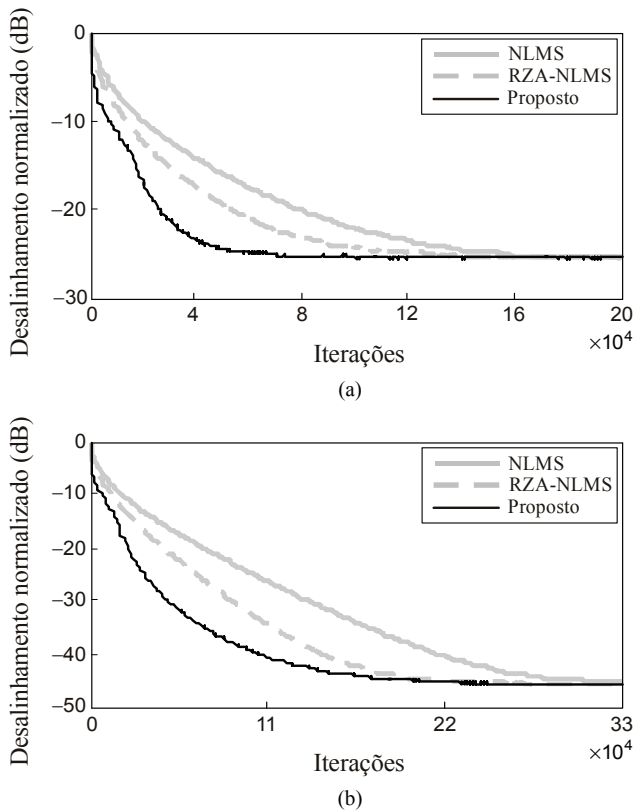


Fig. 3. Exemplo 2. Curvas de desalinamento normalizado dos algoritmos NLMS, RZA-NLMS e proposto para planta com alta esparsidade e sinal de entrada correlacionado. (a) SNR = 20 dB. (b) SNR = 40 dB.

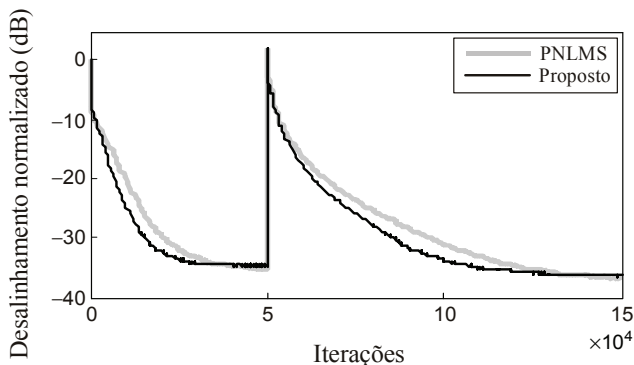


Fig. 4. Exemplo 3. Curvas de desalinamento normalizado dos algoritmos PNLMS e proposto para sinal de entrada correlacionado e considerando uma mudança brusca de esparsidade.

VI. COMENTÁRIOS E CONCLUSÕES FINAIS

Neste trabalho, um novo algoritmo adaptativo para operação com plantas esparsas foi apresentado. A abordagem proposta é baseada na razão entre o ganho médio atribuído a coeficientes ativos e inativos. Em contraste com o algoritmo NLMS, que considera uma distribuição uniforme, o algoritmo proposto utiliza duas distribuições uniformes, isto é, uma para os coeficientes ativos e outra para os coeficientes inativos. Como resultado, o novo algoritmo é de simples implementação, exibe maior velocidade de convergência e apresenta baixa complexidade computacional quando comparado com outros algoritmos concebidos para operar com plantas esparsas. Resultados de simulação numérica corroboraram a eficácia do algoritmo proposto.