

# Técnica de entrelaçamento unidimensional para arranjo bidimensional

M. S. M. Lins, R. F. da Silva, M. L. M. G. Alcoforado, V. C. da Rocha Jr., P. R. L. Martins

**Resumo**— Este artigo introduz uma técnica de entrelaçamento unidimensional denominada entrelaçamento bloco a bloco, que juntamente com os códigos de bloco lineares cíclicos e o uso da decodificação através do algoritmo Belief Propagation detectam e corrigem manchas de erros em arranjos bidimensionais.

**Palavras-Chave**— Códigos Corretores de Erros em Surto, Arranjos Bidimensionais, Belief Propagation.

**Abstract**— This paper introduces a one-dimensional interleaving technique called block-by-block interleaving, which together with linear cyclic codes and the use of the Belief Propagation decoding algorithm detects and corrects error patches in two-dimensional arrays.

**Keywords**— Burst Error Correcting Codes, Two-dimensional Arrays, Belief Propagation.

## I. INTRODUÇÃO

O uso de dados em duas dimensões (2-D) tem sido cada vez mais frequente em aplicações na área de tecnologia da informação, é o caso por exemplo das imagens digitais, marcas d'água e códigos de barras [1]. Nesse contexto, a correção de erros bidimensionais, isto é, manchas de erros, torna-se bastante relevante. Este artigo investiga um esquema de codificação e entrelaçamento unidimensionais que combina um código corretor de erros em surtos e um entrelaçador para proteger imagens codificadas, corrompidas por ruído na forma de manchas de erros.

A correção de manchas de erros binários tem sido objeto de estudo de muitos pesquisadores [2]-[11], podendo tais manchas aparecerem em diferentes formatos geométricos como por exemplo quadrado, retangular ou em cruz [11]. As manchas também podem ser definidas através de um determinado caminho de comprimento específico ao longo do arranjo [2], [3].

Em [3] são considerados arranjos entrelaçados com repetição, em que a operação de entrelaçamento é combinada com o código empregado, o arranjo entrelaçado com período  $r$  é usado em conjunto com um código corretor de  $r$  erros aleatórios.

Em [10] a correção de erros bidimensionais foi obtida através da aplicação de permutação das coordenadas em uma das dimensões do arranjo e uso de um código corretor de erros aleatórios ao longo da outra dimensão. Até então, era prática comum aplicar codificação ao longo das duas dimensões do

arranjo e em seguida o entrelaçamento ao longo dos bits do arranjo. A técnica proposta em [10] foi usada em [11] para oferecer uma solução simples para a correção das várias manchas de erros em um arranjo 2-D convenientemente escolhido. Vale ressaltar que Blaum et al. [2] também usou a codificação em apenas uma das dimensões da matriz.

Este artigo traz uma aplicação modificada de [10] bem como uma extensão do trabalho realizado em [12], no qual se utiliza um codificador e em sequência, um entrelaçador, para espalhar e facilitar a correção das manchas de erros. Os principais objetivos da utilização da técnica de entrelaçamento unidimensional, descrita aqui, é de reduzir a complexidade computacional e servir como alternativa para sistemas de transmissão de dados, garantindo assim que o usuário final receba a mensagem enviada idealmente sem erros ou com a menor quantidade possível de erros.

O restante do artigo está organizado da seguinte forma: A Seção II traz a caracterização de manchas de erros nos formatos retangular, quadrado e em cruz. A Seção III descreve o sistema de comunicação digital utilizado nesse artigo. A Seção IV introduz um tipo de entrelaçamento aqui denominado entrelaçador bloco a bloco. A Seção V apresenta os resultados das simulações e finalmente a Seção VI traz as conclusões e comentários finais.

## II. MANCHAS DE ERROS

As manchas de erros utilizadas nesse artigo são arranjos binários bidimensionais tendo  $a$  linhas,  $b$  colunas, referido como arranjo  $a \times b$ , e peso  $p$ , em que  $p$  denota a quantidade de 1's (erros) na mancha [9], [12].

As manchas de erros com moldura retangular  $a \times b$  com peso  $p$ ,  $0 \leq p \leq ab$ ,  $1 \leq a \leq \alpha$  e  $1 \leq b \leq \alpha$ , em que  $\alpha$  denota um número inteiro positivo, são representadas por  $M_{a \times b}$  [12]. Quando  $a = b$ , a mancha de erros é dita quadrada. O Exemplo 1 mostra a matriz  $M_{2 \times 5}$ , representando uma mancha retangular, em que  $a = 2$ ,  $b = 5$  e  $p = 6$ .

**Exemplo 1:** Mancha de erros com moldura retangular com dimensões  $a = 2$ ,  $b = 5$  e peso  $p = 6$ .

$$M = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad (1)$$

As manchas de erros com moldura em cruz também possuem dimensões  $a$  e  $b$ ,  $3 \leq a \leq \alpha$ ,  $3 \leq b \leq \alpha$ , com peso  $p$ , em que  $0 \leq p \leq ab - 4$ . Esse formato em cruz é diferente dos demais pois nele os *bits* da extremidade da matriz  $M_{a \times b}$  são zeros [12]. O Exemplo 2 mostra uma mancha em cruz,  $M_{3 \times 4}$ , em que  $a = 3$ ,  $b = 4$  e  $p = 8$ .

M. S. M. Lins, R. F. da Silva e M. L. M. G. Alcoforado, Departamento de Engenharia de Sistemas, Labtel, Gcom, Escola Politécnica de Pernambuco, Universidade de Pernambuco, Recife, 50720-001, E-mail: mlmg@poli.br. V. C. da Rocha Jr., Grupo de Pesquisa em Comunicações, Departamento de Eletrônica e Sistemas, Universidade Federal de Pernambuco, 50.740-550, Recife, PE, Email: vcr@ufpe.br. P. R. L. Martins, Instituto Brasileiro de Tecnologia, Recife, 51150-004, E-mail: paulo.martins@unibratrec.edu.br.

**Exemplo 2:** Mancha de erros com moldura em cruz com dimensões  $a = 3$ ,  $b = 4$  e peso  $p = 8$ .

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad (2)$$

### III. ESTRUTURA E ELEMENTOS PROPOSTOS PARA O SISTEMA DE TRANSMISSÃO DIGITAL

A Figura 1 ilustra, de forma simplificada, o sistema de comunicação utilizado neste artigo. Sem perda de generalidade, a fonte de informação emite imagens BMP (*Bitmap*) com resolução de  $128 \times 128$  *pixels* na escala de tons de cinza [13], retiradas do banco de dados em [14], que são transformadas em matrizes  $128 \times 128$  com elementos decimais. Cada posição da matriz é convertida em informação binária de 8 *bits*, produzindo assim um novo arranjo com dimensões  $128 \times 1024$ . A partir de então, cada linha do arranjo é dividida em blocos de comprimento  $k$ , considerados como blocos de mensagens.  $C(n, k, l)$  representa o código de bloco corretor de erros em surtos a ser utilizado, em que o comprimento da palavra-código é  $n$ ,  $k$  indica o número de símbolos de informação e  $l$  o comprimento do surto [15]. Se  $1024/k$  não fornecer valor inteiro, o último bloco de mensagem de cada linha deve ser preenchido com zeros até completar  $k$  *bits*.

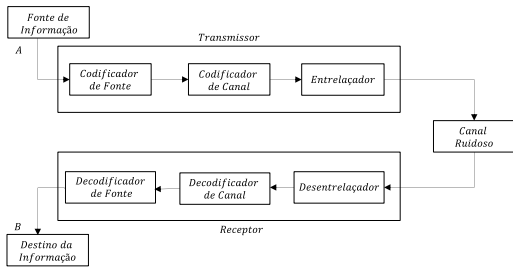


Fig. 1: Diagrama de bloco do sistema de comunicação utilizado nas simulações computacionais.

A codificação linha a linha das mensagens  $\mathbf{m}$  é feita gerando as palavras-código  $\mathbf{x}$ . Após a codificação agrupa-se  $n_1$  palavras-código consecutivas,  $n_1 \geq 1$ , formando vetores denotados  $\mathbf{y}$ . O valor  $n_1$  depende dos parâmetros do código  $C(n, k, l)$  e do entrelaçador escolhido, que neste caso é o entrelaçador bloco a bloco, conforme detalhado na seção IV. Esse vetor  $\mathbf{y}$  é então entrelaçado e resulta em  $\mathbf{y}^*$  o qual é enviado para o canal de comunicação.

O desentrelaçador recebe os vetores  $\mathbf{y}^*$ , que são as versões de  $\mathbf{y}^*$  após a passagem pelo canal, e são desentrelaçados seguindo os vetores  $\mathbf{y}$ . Os vetores  $\mathbf{y}$  são enviados ao decodificador, rearranjados em uma matriz  $128 \times 1024$  de símbolos binários, que em seguida é convertida numa matriz  $128 \times 128$  *pixels* na escala de tons de cinza. A versão da imagem originalmente enviada é então recebida no destino final.

### IV. ENTRELAÇADOR BLOCO A BLOCO

Considere a matriz  $\mathbf{X}$ , indicada em (3), em que  $n_1$  e  $n$  são números inteiros positivos não necessariamente distintos,

correspondentes ao número de linhas e de colunas da matriz, respectivamente. Em princípio, não há restrições para a escolha dos elementos de  $\mathbf{X}$ , porém aqui as linhas são palavras-código de um código corretor de erros em surtos.

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} x_{0,0} & x_{0,1} & x_{0,2} & \dots & x_{0,n-1} \\ x_{1,0} & x_{1,1} & x_{1,2} & \dots & x_{1,n-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{n_1-1,0} & x_{n_1-1,1} & x_{n_1-1,2} & \dots & x_{n_1-1,n-1} \end{bmatrix}. \quad (3)$$

Cada elemento de  $\mathbf{X}$  é representado por  $x_{i,j}$ ,  $0 \leq i \leq n_1 - 1$ ,  $0 \leq j \leq n - 1$ . Seja  $\mathbf{x}_i^{(sl)}$  um vetor extraído de  $\mathbf{X}$  de comprimento  $l$  e construído conforme (4).

$$\mathbf{x}_i^{(sl)} = (x_{i,sl} \ x_{i,sl+1} \ \dots \ x_{i,sl+(l-2)} \ x_{i,sl+(l-1)}), \quad (4)$$

em que  $s$ ,  $0 \leq s \leq S - 1$ , é um número inteiro positivo,  $S \geq 1$  e  $\frac{n}{l} = S$ . Constrói-se o arranjo  $\mathbf{X}^{(l)}$  a partir dos vetores  $\mathbf{x}_i^{(sl)}$  da forma indicada em (5).

$$\mathbf{X}^{(l)} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_0^{(0)} & \mathbf{x}_0^{(l)} & \dots & \mathbf{x}_0^{(S-1)l} \\ \mathbf{x}_1^{(0)} & \mathbf{x}_1^{(l)} & \dots & \mathbf{x}_1^{(S-1)l} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{x}_{n_1-1}^{(0)} & \mathbf{x}_{n_1-1}^{(l)} & \dots & \mathbf{x}_{n_1-1}^{(S-1)l} \end{bmatrix}. \quad (5)$$

Considere um vetor  $\mathbf{y}$  que consiste em um sequência de  $n_1$  palavras-código concatenadas de um código binário corretor de erros em surtos  $C(n, k, l)$ . Admite-se que a matriz  $\mathbf{X}$  tal como indicada em (3) é construída de modo que a primeira linha corresponde à primeira palavra-código em  $\mathbf{y}$ , a segunda linha corresponde à segunda palavra-código em  $\mathbf{y}$  e, assim sucessivamente. A matriz  $\mathbf{X}$  é uma representação equivalente de  $\mathbf{y}$ , que consiste em  $n_1$  palavras-código sobrepostas.

A matriz  $\mathbf{X}^{(l)}$  é construída como indicado em (5) tendo o elemento  $\mathbf{x}_i^{(j)}$  as coordenadas  $(i, j)$ ,  $0 \leq i \leq n_1 - 1$ ,  $0 \leq j \leq S - 1$ . A seguir faremos  $n_1 = S$ . A matriz  $\mathbf{X}^{(l)}$  é então entrelaçada, para fins de armazenamento ou de transmissão, deslocando o elemento da posição  $(i, j)$  para a posição  $(j - i, i)$ ,  $0 \leq i \leq S - 1$ ,  $0 \leq j < S - 1$ , utilizando a matriz de transformação linear  $\mathbf{T}$  indicada em (6), i.e.,

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad (6)$$

O entrelaçamento dos elementos de  $\mathbf{X}^{(l)}$  é realizado por meio da transformação linear  $(i, j)\mathbf{T} = (j - i, i) = (i', j')$ , considerando  $j - i \bmod S$ , em que os pares  $(i', j')$ ,  $0 \leq i' \leq S - 1$ ,  $0 \leq j' \leq S - 1$ , denotam as posições dos elementos na matriz entrelaçada resultante  $\mathbf{X}^{(l)*}$ . A transformação de desentrelaçamento se dá através de  $\mathbf{T}^{-1}$  indicada em (7), i.e.,

$$\mathbf{T}^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad (7)$$

resultando na troca da posição dos elementos indexados por  $(i', j')$  para  $(i, j)$  [11].

O entrelaçador bloco a bloco é definido conforme ilustrado na Figura 2, a partir do vetor  $\mathbf{y}$  na entrada do entrelaçador, seguindo os seguintes passos:

- 1) O vetor  $\mathbf{y}$  é rearrumado na forma da matriz  $\mathbf{X}$  (3).
- 2) O vetor  $\mathbf{x}_i^{(st)}$  (4) é extraído da matriz  $\mathbf{X}$  e é usado para formar a matriz  $\mathbf{X}^{(l)}$  (5).
- 3) Os elementos de  $\mathbf{X}^{(l)}$ , por meio de  $\mathbf{T}$  (6), são permutados para formar a matriz  $\mathbf{X}^{(l)*}$ .
- 4) O vetor  $\mathbf{y}^*$  que emana do entrelaçador é construído de modo que o seu primeiro grupo de  $n$  bits corresponde à sequência de elementos da primeira linha em  $\mathbf{X}^{(l)*}$ , o segundo grupo de  $n$  bits corresponde à sequência de elementos da segunda linha em  $\mathbf{X}^{(l)*}$  e assim sucessivamente. O vetor  $\mathbf{y}^*$  é uma representação equivalente de  $\mathbf{X}^{(l)*}$  consistindo das  $n_1$  linhas de  $\mathbf{X}^{(l)*}$  concatenadas.

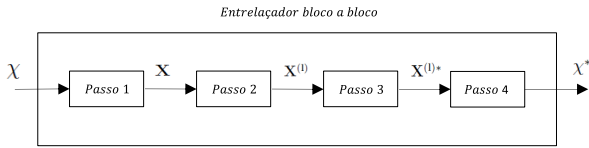


Fig. 2: Passos no esquema de entrelaçamento bloco a bloco.

**Exemplo 3:** Seja  $\mathbf{y} = (x_{0,0} \ x_{0,1} \ x_{0,2} \ x_{0,3} \ x_{0,4} \ x_{0,5} \ x_{0,6} \ x_{0,7} \ x_{0,8} \ x_{0,9} \ x_{0,10} \ x_{0,11} \ x_{0,12} \ x_{0,13} \ x_{0,14} \ x_{1,0} \ x_{1,1} \ x_{1,2} \ x_{1,3} \ x_{1,4} \ x_{1,5} \ x_{1,6} \ x_{1,7} \ x_{1,8} \ x_{1,9} \ x_{1,10} \ x_{1,11} \ x_{1,12} \ x_{1,13} \ x_{1,14} \ x_{2,0} \ x_{2,1} \ x_{2,2} \ x_{2,3} \ x_{2,4} \ x_{2,5} \ x_{2,6} \ x_{2,7} \ x_{2,8} \ x_{2,9} \ x_{2,10} \ x_{2,11} \ x_{2,12} \ x_{2,13} \ x_{2,14})$  o vetor de entrada do entrelaçador bloco a bloco. Considerando-se que  $n_1 = 3 = S$ ,  $n = 15$  e  $l = 5$ , obtém-se para  $0 \leq i \leq 2$ ,  $0 \leq s \leq 2$ , os vetores necessários para a construção da matriz  $\mathbf{X}^{(5)}$ , indicada em (8), dados por  $\mathbf{x}_0^{(0)} = (x_{0,0} \ x_{0,1} \ x_{0,2} \ x_{0,3} \ x_{0,4})$ ,  $\mathbf{x}_0^{(5)} = (x_{0,5} \ x_{0,6} \ x_{0,7} \ x_{0,8} \ x_{0,9})$ ,  $\mathbf{x}_0^{(10)} = (x_{0,10} \ x_{0,11} \ x_{0,12} \ x_{0,13} \ x_{0,14})$ ,  $\mathbf{x}_1^{(0)} = (x_{1,0} \ x_{1,1} \ x_{1,2} \ x_{1,3} \ x_{1,4})$ ,  $\mathbf{x}_1^{(5)} = (x_{1,5} \ x_{1,6} \ x_{1,7} \ x_{1,8} \ x_{1,9})$ ,  $\mathbf{x}_1^{(10)} = (x_{1,10} \ x_{1,11} \ x_{1,12} \ x_{1,13} \ x_{1,14})$ ,  $\mathbf{x}_2^{(0)} = (x_{2,0} \ x_{2,1} \ x_{2,2} \ x_{2,3} \ x_{2,4})$ ,  $\mathbf{x}_2^{(5)} = (x_{2,5} \ x_{2,6} \ x_{2,7} \ x_{2,8} \ x_{2,9})$  e  $\mathbf{x}_2^{(10)} = (x_{2,10} \ x_{2,11} \ x_{2,12} \ x_{2,13} \ x_{2,14})$ ,

$$\mathbf{X}^{(5)} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_0^{(0)} & \mathbf{x}_0^{(5)} & \mathbf{x}_0^{(10)} \\ \mathbf{x}_1^{(0)} & \mathbf{x}_1^{(5)} & \mathbf{x}_1^{(10)} \\ \mathbf{x}_2^{(0)} & \mathbf{x}_2^{(5)} & \mathbf{x}_2^{(10)} \end{bmatrix} \quad (8)$$

Aplicando a transformação  $\mathbf{T}$  indicada em (6), encontra-se a matriz entrelaçada  $\mathbf{X}^{(5)*}$  em (9), i.e.,

$$\mathbf{X}^{(5)*} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_0^{(0)} & \mathbf{x}_1^{(5)} & \mathbf{x}_2^{(10)} \\ \mathbf{x}_0^{(5)} & \mathbf{x}_1^{(10)} & \mathbf{x}_2^{(0)} \\ \mathbf{x}_0^{(10)} & \mathbf{x}_1^{(0)} & \mathbf{x}_2^{(5)} \end{bmatrix}. \quad (9)$$

Em seguida obtém-se finalmente o vetor entrelaçado  $\mathbf{y}^* = (x_{0,0} \ x_{0,1} \ x_{0,2} \ x_{0,3} \ x_{0,4} \ x_{1,5} \ x_{1,6} \ x_{1,7} \ x_{1,8} \ x_{1,9} \ x_{2,10} \ x_{2,11} \ x_{2,12} \ x_{2,13} \ x_{2,14} \ x_{0,5} \ x_{0,6} \ x_{0,7} \ x_{0,8} \ x_{0,9} \ x_{1,10} \ x_{1,11} \ x_{1,12} \ x_{1,13} \ x_{1,14} \ x_{2,0} \ x_{2,1} \ x_{2,2} \ x_{2,3} \ x_{2,4} \ x_{0,10} \ x_{0,11} \ x_{0,12} \ x_{0,13} \ x_{0,14} \ x_{1,0} \ x_{1,1} \ x_{1,2} \ x_{1,3} \ x_{1,4} \ x_{2,5} \ x_{2,6} \ x_{2,7} \ x_{2,8} \ x_{2,9})$ .

## V. SISTEMAS SIMULADOS

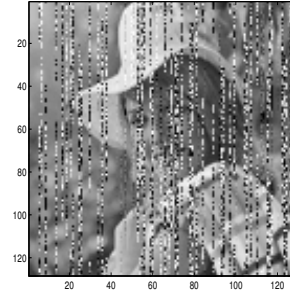
A fim de avaliar o desempenho de um sistema de comunicação (Fig. 1) utilizando o codificador bloco a bloco

proposto, foram realizadas algumas simulações computacionais. A fonte de informação produz imagens do tipo BMP de 128 X 128 obtidas em [14]. O decodificador de canal faz uso do algoritmo Belief Propagation (BP) [16], realizando um máximo de 5 iterações. Os parâmetros dos codificadores de erros em surto e do entrelaçador bloco a bloco utilizados estão detalhados nas subseções A e B a seguir.

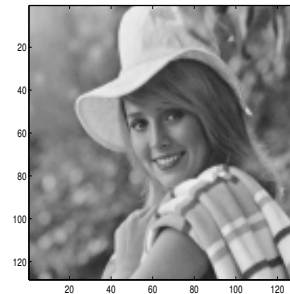
### A. Sistema utilizando o código cíclico $C(15, 5, 5)$

Neste caso, o codificador escolhido é o do código cíclico  $C(15, 5, 5)$  [17], com polinômio gerador  $g(x) = 1 + x + x^2 + x^4 + x^5 + x^8 + x^{10}$ , sendo capaz de corrigir todos os erros em surto de comprimento  $l \leq 5$ . O entrelaçador é do tipo bloco a bloco descrito na seção IV e tem parâmetros  $n_1 = 3$  e  $l = 5$ .

Inicialmente são introduzidas manchas na imagem Elaine [14] tendo formato retangular e dimensões  $a = 128$  e  $b = 15$ , inseridas em matrizes com 128 linhas e 45 colunas que compõem a imagem. A Figura 3a mostra a imagem Elaine reconstruída a partir dos bits de informação da imagem não decodificada. A Figura 3b mostra que após passagem pelo decodificador foi alcançada a correção de 100% dos erros. Foi verificado neste caso que antes da decodificação existiam 7865 pixels errados de um total de 16384 pixels da imagem.



(a) Imagem Elaine manchada,  $a = 128$  e  $b = 15$ , antes da passagem pelo decodificador BP.

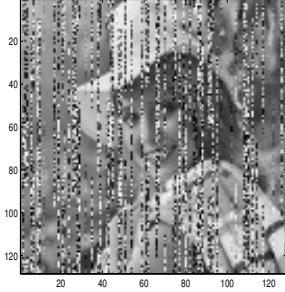


(b) Imagem Elaine após a decodificação, com 100% de correção de erros.

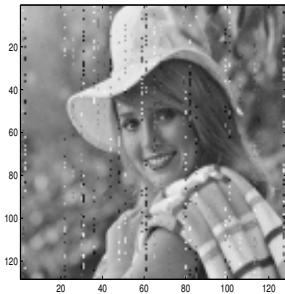
Fig. 3: Correção total das manchas de erros.

Em seguida são introduzidas manchas na imagem Elaine [14] também no formato retangular e dimensões  $a = 128$  e  $b = 16$ , também inseridas em matrizes com 128 linhas e 45 colunas que compõem a imagem. A Figura 4a mostra a imagem Elaine reconstruída a partir dos seus bits de informação ainda não

decodificados. A Figura 4b mostra que após passagem pelo decodificador foi alcançada a correção de 89,60% dos erros. É possível verificar que antes da decodificação existiam 8519 pixels errados de um total de 16384 pixels da imagem.



(a) Imagem Elaine Manchada  $a = 128$  e  $b = 16$ , antes da passagem pelo decodificador BP



(b) Imagem Elaine após a decodificação. Correção de 89,60% de erros.

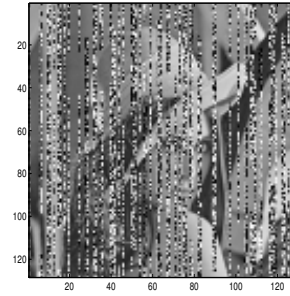
Fig. 4: Correção parcial das manchas de erros.

### B. Sistema utilizando o código cíclico $C(21, 7, 7)$

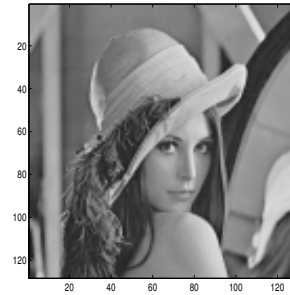
Neste caso, o codificador escolhido é o do código cíclico  $C(21, 7, 7)$  [17], com polinômio gerador  $g(x) = 1 + x^3 + x^4 + x^5 + x^7 + x^8 + x^9 + x^{13} + x^{14}$ , sendo capaz de corrigir todos os erros em surto de comprimento  $l \leq 7$ . O entrelaçador é do tipo bloco a bloco descrito na seção IV e tem parâmetros  $n_1 = 3$  e  $l = 7$ .

Inicialmente são introduzidas manchas na imagem Lenna [14] tendo formato em cruz com dimensões  $a = 128$  e  $b = 21$ , inseridas em matrizes com 128 linhas e 63 colunas que compõem a imagem. A Figura 5a mostra a imagem Lenna reconstruída a partir dos bits de informação da imagem não decodificada. A Figura 5b mostra que após passagem pelo decodificador foi realizada a correção de 100% dos erros. É possível verificar que antes da decodificação existiam 8685 pixels errados de um total de 16384 pixels da imagem.

Em seguida são introduzidas manchas na imagem Lenna [14] também no formato em cruz e dimensões  $a = 128$  e  $b = 16$ , também inseridas em matrizes com 128 linhas e 63 colunas que compõem a imagem. A Figura 6a mostra a imagem Lenna reconstruída a partir dos bits de informação da imagem não decodificada. A Figura 6b mostra que após passagem pelo decodificador foi realizada a correção de 72,56% dos erros. É possível verificar que antes da decodificação existiam 9725 pixels errados de um total de 16384 pixels da imagem.



(a) Imagem Lenna manchada,  $a = 128$  e  $b = 21$ , antes da passagem pelo decodificador BP.



(b) Imagem Lenna após a decodificação, com 100% de correção de erros.

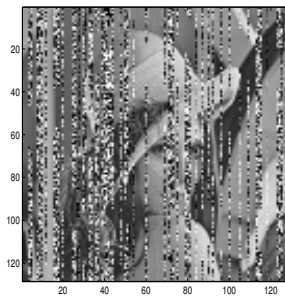
Fig. 5: Correção total das manchas de erros.

## VI. COMENTÁRIOS FINAIS

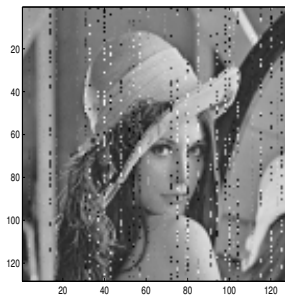
O principal objetivo desse artigo é introduzir um novo tipo de entrelaçamento, denominado bloco a bloco, e analisar o desempenho do sistema de comunicação digital que o emprega em conjunto com códigos cíclicos binários lineares corretores de erros em surto. São utilizadas técnicas de codificação e entrelaçamento unidimensionais para correção de manchas de erros em arranjos bidimensionais. Durante a pesquisa realizada para a elaboração deste trabalho, não foi encontrado na literatura nenhum sistema utilizando entrelaçadores deste tipo.

A matriz total que representa uma imagem entrelaçada e codificada é afetada pela adição módulo 2 de várias manchas de erro. Devido à capacidade de correção de erros em surtos dos códigos cíclicos, e utilizando o entrelaçamento bloco a bloco proposto, as linhas das matrizes que compõem as manchas, sendo parte das linhas da matriz total na saída do canal, são desentrelaçadas e a partir de uma análise unidimensional, as manchas passam a serem vistas como surtos com comprimento igual ou menor que o comprimento original.

As imagens ilustradas nas Figuras 3 e 5 indicam que houve correção de 100% das manchas de erros. Estes resultados são obtidos a partir de uma conjunção de fatores: As larguras das manchas introduzidas não ultrapassaram  $b = 15$  e  $b = 21$  bits, respectivamente; Os códigos escolhidos têm capacidade de correção de erros em surtos de 5 e 7 bits, respectivamente; As dimensões dos entrelaçadores são  $n_1 = 15$ ,  $l = 5$  bits e  $n_1 = 21$ ,  $l = 7$  bits, respectivamente. Para um melhor entendimento, considerando a Figura 3, por exemplo, o entrelaçador usado tem como entrada uma sequência de 3



(a) Imagem Lenna manchada,  $a = 128$  e  $b = 23$ , antes da passagem pelo decodificador BP.



(b) Imagem Lenna após a decodificação. Correção de 71,84% de erros.

Fig. 6: Correção parcial das manchas de erros.

palavras código (45 bits), cada palavra código é dividida em 3 blocos de comprimento 5. Na saída do entrelaçador cada vetor com comprimento 15, de um grupo de 3 vetores, possui em sua composição um bloco de cada uma das 3 palavras código de entrada, garantindo que se durante passagem pelo canal, houver inserção de manchas de largura no máximo 15 em cada vetor entrelaçado, após passagem pelo desentrelaçador estas serão divididas em blocos de 5 bits e cada vetor recebido no decodificador conterá um surto de erros com no máximo 5 erros. Neste caso há a correção total dos erros em surto porque o código escolhido corrige surtos de erros de comprimento até 5 bits. Análise similar pode ser feita para o caso ilustrado na Figura 5.

Considerando as imagens nas Figuras 4 e 6, as manchas inseridas têm largura  $b > 15$  e  $b > 21$ , respectivamente, assim ao chegar no decodificador, os vetores recebidos podem possuir erros em surto com comprimentos maiores que 5 e 7 bits, respectivamente. Nestes casos não há a correção total porque os códigos escolhidos corrigem erros em surtos de no máximo 5 e 7 bits, respectivamente. Ainda assim verifica-se que há um considerável percentual de correção das manchas de erros. Este modelo de entrelaçamento tem período reduzido, por operar sobre blocos. Com uso dos parâmetros adequados, permite um aumento da capacidade de correção de erros em surto de um dado sistema, para uma dada capacidade de correção de erros em surto do código empregado. Para isto é necessário que além dos códigos serem escolhidos adequadamente, os valores para o parâmetro  $l$  sejam menores ou iguais a capacidade de correção de erros em surto do código, garantindo assim que após a passagem pelo desentrelaçador não haja mais do que  $l$

bits corrompidos por palavra código.

## VII. AGRADECIMENTOS

Este trabalho recebeu apoio parcial da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES). V. C. da Rocha Jr. recebeu apoio parcial do CNPq, Projeto No. 304696/2010-2.

## REFERÊNCIAS

- [1] S. Vongpradhip and S. Rungraungsilp, "QR code using invisible watermarking in frequency domain," *ICT and Knowledge Engineering*, Bangkok, 2012, pp. 47-52.
- [2] M. Blaum, J. Bruck and A. Vardy, "Interleaving for multidimensional cluster errors", *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 44, no. 2, pp. 730-743, March 1998.
- [3] T. Etzion and A. Vardy, "Two-dimensional interleaving schemes with repetitions: constructions and bounds", *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 48, no. 2, pp. 428-457, February 2002.
- [4] Y. Q. Shi, X. M. Zhang, Z. C. Ni and N. Ansari, "Interleaving for combating bursts of errors", *IEEE Circuits and Systems Magazine*, vol. 4, no. 1, pp. 29-42, 2004.
- [5] S.W. Golomb, R. Mena and W. Q. Xu, "Optimal interleaving schemes for two-dimensional arrays", *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 52, no. 9, pp. 4223-4229, 2006.
- [6] W. Q. Xu and S.W. Golomb, "Optimal interleaving schemes for correcting two-dimensional cluster errors", *Discrete Applied Mathematics*, vol. 155, no. 10, pp. 1200-1212, May 2007.
- [7] W. Q. Xu and S.W. Golomb, "Two-dimensional array coloring with many colors," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 54, no. 9, pp. 4391 - 4394, Sept. 2008.
- [8] X. M. Zhang, W. Q. Xu, Y. Q. Shi and S. Basu, "Basis arrays and successive packing for M-D interleaving", *Multidimensional Systems and Signal Processing*, vol. 22, no. 1, pp. 237-257., March 2011.
- [9] P. Farrell, "An introduction to array error control codes", in G. Longo, M. Marchi, A. Sgarro (Eds.), *Geometries, Codes and Cryptography*, (CISM Courses and Lectures, Springer-Verlag, 1990), pp. 101-128.
- [10] V. C. Rocha Jr., "Two-dimensional interleaving", in M.Darnell, B.Honary (Eds.), *Communications and Coding*, Research Press Studies, John Wiley & Sons, pp. 82-88, 1998.
- [11] V. C. da Rocha Jr., W. P. S. Guimarães and P. Farrell, "Two-dimensional interleaving with burst error-correcting codes", *IET Electronics Letters*, vol. 38, no. 18, pp. 1042 - 1043, August 2002.
- [12] P. R. L. Martins, "Correção de manchas de erros em arranjos bidimensionais", Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Pernambuco - UFPE, Janeiro 2012.
- [13] V. S. Lima, "Avaliação de desempenho de técnicas de projeto de quantizadores vetoriais", Dissertação de mestrado, pp. 12-60, Universidade de Pernambuco - UPE, Recife-PE, Fevereiro 2015.
- [14] University of Southern California, *Signal and Image Processing Institute*, Disponível em: <http://sipi.usc.edu/database/database.php?volume=misc&image=12#top>. Acesso em: Janeiro 2016.
- [15] C. Pimentel, *Comunicação Digital*, Brasport, Rio de Janeiro-RJ, 2007.
- [16] C. Rocha, Gap filler adaptativo para sistema ISDB-tb, Tese de Doutorado, Univ. Presbiteriana Mackenzie, São Paulo-SP, 2014.
- [17] J. S. Lemos Neto, "Construção de códigos ciclicamente permutáveis", Tese de Doutorado, Universidade Federal de Pernambuco - UFPE, Recife-PE, Fevereiro 2015.