

# Modelagem e Análise de Desempenho de Sistemas de Comunicação OFDM-TDMA Baseadas em Teoria de Filas e Método de Kernel

Victor Hugo Teles Costa, Flávio Henrique Teles Vieira e Bruno Henrique Pereira Gonçalves

**Resumo**— Este trabalho apresenta um modelo baseado em Teoria de Filas e no método de kernel de estimação não-paramétrica de densidade de probabilidade com o objetivo de avaliar o desempenho do enlace de transmissão em sistemas OFDM-TDMA. A partir do modelo implementado, foram obtidas equações para estimação de parâmetros de QoS como retardo e tamanho médio da fila no *buffer*. Os resultados obtidos confirmam que o modelo proposto é bastante eficiente ao descrever os indicadores de desempenho do sistema. O uso do método de kernel para modelar o processo de chegada de pacotes aprimora os estimadores de parâmetros de QoS tornando as estimativas bem próximas dos valores obtidos com as simulações.

**Palavras-Chave**— OFDM. QoS. Método de kernel.

**Abstract**— This paper presents a model based on queuing theory where the Kernel Density Estimation Method is used in order to evaluate the performance of the transmission link in OFDM-TDMA systems. From the implemented model, it is derived multiple QoS parameter estimators. The obtained results confirm that the proposed model is efficient in describing the link performance indicators. The use of Kernel Density Estimation to model the arrival process improves the QoS parameter estimates of the queueing model making their values very close to those of the simulation results.

**Keywords**— OFDM. QoS. Kernel Density Estimation.

## I. INTRODUÇÃO

Atualmente, o OFDM (*Orthogonal Frequency Division Multiplexing* [1]) é utilizado em uma gama de redes sem fio de alta velocidade, em redes locais sem fio (WLAN) como o Wi-Fi (padrão IEEE 802.11 [2]), em redes metropolitanas sem fio (WMAN) como o WiMAX (padrão IEEE 802.16 [3]) e no LTE [4]. Todas estas tecnologias são promissoras no mundo contemporâneo das telecomunicações, tendo em vista a inovação trazida e os investimentos recentemente realizados para implantação e desenvolvimento dessas tecnologias em inúmeros países.

Este trabalho apresenta um modelo fundamentado em Teoria de Filas e no método de kernel para avaliar o desempenho do enlace de transmissão em sistemas OFDM-TDMA. Enquanto a transmissão baseada em OFDM eleva a taxa de transmissão, o acesso por múltiplos usuários é garantido através de TDMA (*Time Division Multiple Access*) [5]. Um modelo de filas para o mecanismo de OFDM-TDMA pode ser estabelecido, como em [6]. No entanto, para garantir maior fidelidade na

representação, propomos neste trabalho a utilização de um modelo baseado em Teoria de Filas onde o processo de chegada de pacotes dos usuários seja modelado pelo método de kernel de estimação não-paramétrica [7]. Do modelo desenvolvido são derivados vários indicadores de QoS, como o número médio de pacotes na fila formada para transmissão, o atraso médio na transmissão de um pacote e a probabilidade de a fila de pacotes exceder o tamanho do *buffer*.

### A. Análise de Desempenho Baseada em Teoria de Filas

A Teoria de Filas é importante na análise de desempenho de sistemas de transmissão por capturar, em sua essência, a dinâmica do canal de comunicação.

Diferentes trabalhos voltados para a análise de desempenho abordam os sistemas de comunicação sem fio baseados em OFDM em variados aspectos utilizando Teoria de Filas. Chen [8] sugere um modelo para avaliar o desempenho da alocação de subportadoras e derivam expressões para calcular indicadores de probabilidade de bloqueio de chamada e de utilização de banda. Wunder e Zhou [9] propõem limitantes para o tamanho da fila e para o atraso de pacotes no *downlink* de sistemas OFDM. O modelo desenvolvido é aplicado no dimensionamento de sistemas LTE. Bouchti, Kafhali e Haqiq [10] apresentam um modelo de análise de desempenho de sistemas OFDMA aplicado ao ambiente WiMAX.

No entanto, esses trabalhos modelam a chegada de tráfego dos usuários a partir do modelo de Poisson, devido à simplicidade de análise. Porém, é um fato que o tráfego de rede real, em muitas vezes, não segue o comportamento descrito por esse modelo, limitando a utilidade desses trabalhos em situações do mundo real [11] [12]. Neste trabalho, foi aplicado o método de kernel para estimação não-paramétrica da distribuição de probabilidade do processo de chegada de pacotes, obtendo, assim, um modelo mais preciso e aplicável a sistemas reais.

## II. TRANSMISSÃO OFDM

Considera-se que o transmissor possui informações a respeito da qualidade do canal (como a relação sinal-ruído, ou *signal-to-noise ratio*, SNR) no ato da transmissão de um *frame*, o que possibilita a utilização de modulação e codificação adaptativas. Estas informações podem ser obtidas através do sinal piloto [13].

Mediante o uso de modulação e codificação adaptativas, o número máximo de bits de informação por símbolo amostrado (Hz) que uma subportadora  $m$  pode transmitir para um usuário

$n$  durante um símbolo OFDM no tempo  $t$  pode ser escrito em função da SNR e da probabilidade de erro de bit (*Bit Error Rate*, BER). Apesar de haver várias aproximações desta função, todas elas são limitadas superiormente pela seguinte expressão do nível de modulação [14]:

$$c_{m,n}(t) = \left\lfloor \log_2 \left( 1 + \frac{-1,5}{\ln(5P_{ber})} \gamma_{m,n}(t) \right) \right\rfloor \quad (1)$$

onde  $\gamma_{m,n}(t)$  é a SNR instantânea num símbolo OFDM transmitido durante  $t$  para uma subportadora  $m$  e usuário  $n$ , e  $P_{ber}$  é a probabilidade de erro de bit.

Seja  $C$  o nível de modulação máximo possível. Os níveis de SNR podem ser divididos em  $C + 1$  intervalos consecutivos e disjuntos com limites definidos como  $\Gamma_c$ , onde  $c = 0, 1, \dots, C$ . Cada região definida equivale a um nível de modulação. Dessa forma, quanto maior a leitura da SNR, maior será o nível de modulação utilizado. Os limites desses intervalos não dependem dos usuários ou das subportadoras pelas quais ocorrerá a transmissão, mas apenas do nível de modulação. Então, a partir da equação 1, estes limites podem ser obtidos como:

$$\Gamma_c = \frac{(2^c - 1) \ln(5P_{ber})}{-1,5} \quad (2)$$

O maior nível de modulação é utilizado desde que a probabilidade de erro de bit se mantenha abaixo do limiar estabelecido. Dessa forma, o nível de modulação  $c$  é utilizado quando  $\Gamma_c \leq \gamma_{m,n} \leq \Gamma_{c+1}$ . Quando o nível de modulação é zero ( $c = 0$ ), nenhum pacote é transmitido.

A partir disso, são determinadas as funções massa de probabilidade das taxas de transmissão de cada subportadora ( $r_{m,n}$ ) para um usuário  $n$  qualquer. A convolução das funções de todas as  $M$  subportadoras do canal dedicado ao usuário define a função massa de probabilidade da taxa de transmissão total ( $\mathbf{R}_n$ ):

$$\mathbf{R}_n = r_{1,n} * r_{2,n} * \dots * r_{M,n} \quad (3)$$

### III. MODELO DE TRANSMISSÃO OFDM-TDMA

O cenário envolve o *downlink* da transmissão num canal controlado pelo método OFDM-TDMA para promover acesso à múltiplas estações assinantes. A implementação do múltiplo acesso por divisão de tempo é feita com escalonamento *round-robin* e todos os usuários são atendidos com períodos de igual duração. Há  $N$  usuários compartilhando um canal com  $M$  subportadoras. Cada usuário possui um próprio *buffer* localizado na estação base com tamanho estabelecido onde o tráfego de entrada é armazenado.

Num ciclo de transmissão, o canal é alocado para cada usuário durante uma janela de tempo para envio de um *frame*, totalizando, assim,  $N$  *frames* transmitidos ao final do ciclo. A duração de um intervalo de tempo dedicado a um usuário é de  $T$  segundos. O número de pacotes transmitidos num *frame* pode ser diferente dependendo do nível de modulação utilizado em cada subportadora. Pequenos intervalos de tempo são inseridos entre as transmissões de cada usuário com o intuito de evitar interferência.

### IV. FORMULAÇÃO DO SISTEMA DE FILAS

Foi desenvolvido um modelo analítico baseado em Cadeias de Markov de Tempo Discreto para analisar o desempenho do sistema de fila de um usuário específico que se encontra em estado estacionário. Dessa forma, dadas as funções massa de probabilidade da taxa de transmissão total e do tráfego de chegada (que, neste caso, é estimada a partir do método de kernel), o modelo criado pode ser aplicado a qualquer uma das filas.

O tráfego de entrada de cada usuário é modelado a partir de séries de amostras reais de tráfego de redes IP. A série deve possuir os valores agregados a cada  $T$  segundos, a duração da transmissão de um *frame*. A partir disso, o método de kernel é aplicado e, então, é obtida uma função de densidade de probabilidade  $f(v)$  que descreve o processo de chegada de pacotes para cada usuário. A função de distribuição acumulada, por sua vez, é denominada  $F(v)$ .

Considera-se um número  $V$  correspondente ao máximo de pacotes que pode entrar na fila de transmissão durante um *frame*. A probabilidade de chegar  $V$  pacotes é definida como  $f(V) = 1 - F(V - 1)$ .

O comportamento da fila de pacotes de um usuário pode ser modelado como um processo de quase nascimento e morte [15] e, dado o domínio discreto do tempo, uma matriz de probabilidade de transição da Cadeia de Markov,  $\mathbf{P}$  (de elementos  $\mathbf{p}_{x,x'}$ ), pode ser definida.

A matriz  $\mathbf{P}$  é quadrada e suas linhas representam o número de pacotes ( $x$ ) na fila, enquanto os valores  $\mathbf{p}_{x,x'}$  representam a probabilidade de transição da fila do estado  $x$  para  $x'$ , ou seja, de  $x$  pacotes no presente para  $x'$  pacotes no início da transmissão do próximo *frame*.

Uma vez definida a matriz de transição  $\mathbf{P}$ , pode-se estimar as probabilidades do sistema se encontrar em cada estado em regime permanente e, a partir disso, determinar vários parâmetros de qualidade de serviço.

No sistema OFDM-TDMA, o conjunto de estados que a fila de um determinado usuário pode assumir num *frame*  $i$  é definido como:

$$\Delta = \{(\mathcal{X}_i, \mathcal{N}_i), 0 \leq \mathcal{X}_i \leq X, 1 \leq \mathcal{N}_i \leq N\} \quad (4)$$

onde  $\mathcal{X}_i$  é o número de pacotes encontrados na fila,  $X$  é o tamanho do *buffer*,  $\mathcal{N}_i$  corresponde ao usuário sendo servido durante o *frame* e  $N$  se refere ao número de usuários no sistema.

Uma vez que os usuários são servidos sequencialmente e de maneira circular, uma matriz de transição  $\mathbf{U}$  pode representar o escalonamento *round-robin*. Esta matriz tem dimensões  $N \times N$  e cada linha representa o usuário que está sendo servido no momento. Sendo assim, a linha  $n$  representa que o usuário  $n$  está sendo atendido pelo sistema no *frame* atual.

Considerando que  $R$  seja a maior taxa de transmissão total e  $V$  o número máximo de pacotes que pode entrar na fila de transmissão durante um *frame*, podemos definir as relações  $A = \min(X - x, V)$  e  $D = \min(x, R)$ . A probabilidade de transição da fila de um usuário do estado  $x$  para  $x'$  depende de qual usuário está sendo atendido e é determinada pela matriz diagonal  $\mathbf{V}_{x,x'}$ , de dimensões  $N \times N$ .

$$[\mathbf{V}_{x,x'}]_{i,i} = \begin{cases} \sum_{v-r=x'-x} f(v)[\mathbf{R}_n]_{r+1}, & i = n \\ f(x'-x), & i \neq n, x' \geq x \end{cases} \quad (5)$$

onde  $x - D \leq x' \leq x + A$ ,  $r = 0, 1, \dots, R$  e  $v = 0, 1, \dots, V$ .  $\mathbf{R}_n$  é o vetor que contém a função massa de probabilidade da taxa de transmissão total para o usuário  $n$  (equação 3) cuja fila está sendo analisada.  $[\mathbf{V}_{x,x'}]_{i,i}$  indica o elemento na linha  $i$  e coluna  $i$  da matriz diagonal  $\mathbf{V}_{x,x'}$ .

Os valores  $\mathbf{p}_{x,x'}$ , que formam a matriz de transição do sistema, são calculados da forma mostrada na equação 6. Observa-se que cada  $\mathbf{p}_{x,x'}$ , neste cenário, é uma matriz de dimensões  $N \times N$ .

$$\mathbf{p}_{x,x'} = \mathbf{U}\mathbf{V}_{x,x'} \quad (6)$$

Calculando-se todos os valores  $\mathbf{p}_{x,x'}$ , para  $0 \leq x \leq X$  e  $x - D \leq x' \leq x + A$ , obtém-se a matriz de transição completa do sistema.

Considerando que os estados da Cadeia de Markov que modela o sistema são recorrentes e aperiódicos [16], as probabilidades do sistema se encontrar em cada estado são determinadas pelo vetor  $\boldsymbol{\pi} = [\pi_0 \ \pi_1 \ \dots \ \pi_i \ \dots]$ . Este vetor pode ser obtido a partir da matriz de transição da Cadeia de Markov antes definida, por meio da solução do seguinte sistema de equações lineares:

$$\boldsymbol{\pi} = \boldsymbol{\pi}\mathbf{P} \quad (7)$$

$$\sum_{i \in S} \pi_i = 1 \quad (8)$$

## V. ESTIMAÇÃO DE PARÂMETROS DE QoS

Os parâmetros de QoS são calculados a partir das probabilidades em estado estacionário do sistema se encontrar em cada estado possível.

Como, para cada um dos  $X$  estados da fila, o modelo considera os  $N$  diferentes estados para o escalonamento *round-robin*, a probabilidade em estado estacionário da fila do usuário considerado com  $x$  pacotes (onde  $0 \leq x \leq X$ ) pode ser calculada como:

$$\pi(x) = \sum_{i=(x \times N)+1}^{(x+1) \times N} [\boldsymbol{\pi}]_i \quad (9)$$

A partir destes valores, pode-se obter o número médio de pacotes na fila (*backlog*):

$$b = \sum_{x=0}^X x\pi(x) \quad (10)$$

O atraso médio de um pacote (*delay*), definido como o tempo médio (em *frames*) que um pacote espera na fila desde sua chegada até sua transmissão, é dado pela lei de Little:

$$d = \frac{b}{\lambda} \quad (11)$$

onde  $\lambda$  é o número médio de pacotes que chegam por *frame*, obtido a partir da média da série de tráfego considerada depois

de agregada em intervalos de tempo equivalentes à duração do *frame*.

Uma vez que a fila de pacotes no *buffer* do usuário passa para o estado  $X$  toda vez que ocorre transbordo,  $P(X|T) = 1$ . Portanto:

$$\pi(X) = P(T) + P(X|\bar{T})P(\bar{T}) \quad (12)$$

Podemos aproximar a probabilidade de transbordo do *buffer* da seguinte forma:

$$P_{transb} \approx \pi(X) \quad (13)$$

Basicamente, todos os passos envolvidos neste método para a obtenção de estimativas dos parâmetros de QoS podem ser resumidos no seguinte algoritmo:

*Algoritmo Proposto:* Estimação de Parâmetros de QoS

- 1) Determinar a função massa de probabilidade da taxa de transmissão total do usuário  $n$  ( $\mathbf{R}_n$  — equação 3);
- 2) Utilizando o método de kernel, determinar a função densidade de probabilidade do processo de chegada de tráfego do usuário  $n$  ( $f_n(v)$ );
- 3) Encontrar, a partir de  $\mathbf{R}_n$  e  $f_n(v)$ , a matriz de probabilidade de transição de estados da fila do usuário no sistema OFDM-TDMA ( $\mathbf{P}$ );
- 4) Calcular as probabilidades, em regime permanente, do fila do usuário se encontrar em cada estado possível ( $\boldsymbol{\pi}$  — equações 7 e 8);
- 5) Calcular as estimativas dos parâmetros de QoS (equações 10, 11 e 13).

## VI. SIMULAÇÕES E RESULTADOS

Nos experimentos realizados, foi analisado o desempenho da fila de um usuário no sistema OFDM-TDMA com 5 conexões ativas. O tráfego dos usuários foi modelado utilizando amostras reais de tráfego de redes IP colhidas em laboratório a partir de chamadas VoIP.

O tráfego real de redes IP apresenta elevada ocorrência de rajadas em várias escalas e longa dependência entre as amostras. O modelo de processo Poisson é ineficiente ao descrever tais características, como relatado por Paxson and Floyd [11], o que torna a proposta deste trabalho interessante para aplicações reais.

Cada amostra da série registra a quantidade de *bytes* que formam o pacote transmitido. Neste experimento, considerou-se que as amostras foram coletadas a cada milissegundo. Os primeiros 1500 valores da série de tráfego real considerada são mostrados na Fig. 1.

Na Fig. 2 são exibidos o histograma e as estimativas da função densidade de probabilidade da série de tráfego considerada obtidas com o modelo de Poisson e com o método de kernel. O histograma é considerado uma estimativa simples da função densidade de probabilidade real da série, no entanto, por ser um método não-paramétrico, reproduz detalhes específicos e infere bem a o comportamento da variável aleatória em questão.

Observa-se que a estimativa obtida a partir da distribuição de Poisson não reproduz detalhes específicos da variável

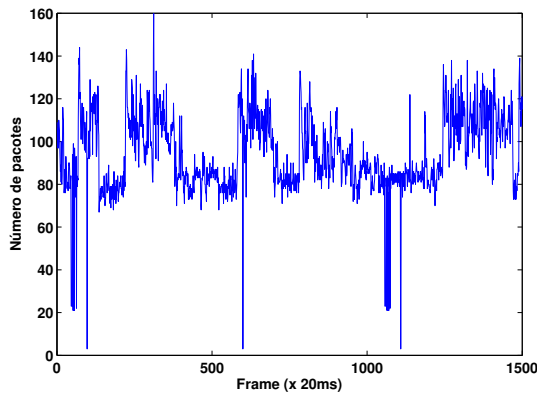


Fig. 1. Série de tráfego do usuário que descreve o número de pacotes transmitido em cada *frame*

aleatória. Como mostrado na Fig. 2, na escala de tempo analisada, o histograma mostra que a função densidade de probabilidade real define duas regiões claramente distintas com maior incidência de eventos. Esta característica não é visualizada na curva obtida com o modelo poissoniano.

O método de kernel, sendo uma generalização do histograma e aplicado diretamente sobre as amostras da série, fornece uma estimativa mais próxima da função densidade de probabilidade real [7]. O método de kernel foi aplicado à série em questão utilizando 256 centróides. Nota-se que a curva obtida descreve o processo de chegada de tráfego com mais detalhes que o modelo poissoniano, aproximando-se mais do comportamento descrito pelo histograma.

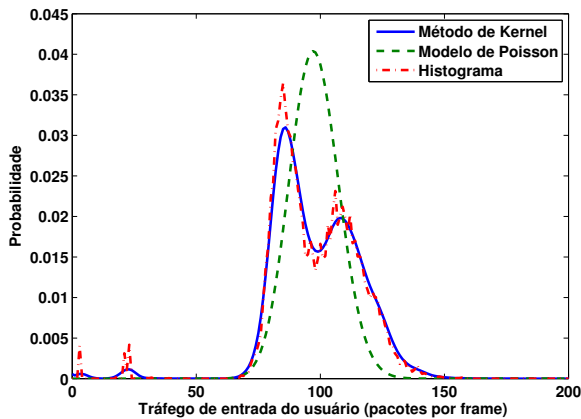


Fig. 2. Função densidade de probabilidade que descreve o processo de chegada de pacotes

O canal é composto de 512 subportadoras e largura de banda de 20,0 MHz (portanto,  $\Delta f = 39062,5$  Hz). Foram considerados vários cenários com o objetivo de estudar a qualidade do canal através da variação da média da relação sinal-ruído (SNR). A partir do modelo desenvolvido do canal OFDM com base no desvanecimento rápido de Rayleigh (assumindo-se  $P_{ber} = 10^{-6}$ ,  $C = 6$ ,  $T = 20$  ms e  $L = 59$  bytes), foram obtidas as funções massa de probabilidade da taxa de transmissão total do canal (equação 3) mostradas na

Fig. 3 para valores de SNR variando de 12 dB a 16 dB. Como esperado, o aumento da relação sinal-ruído traduz uma melhoria na qualidade do canal, dado que a taxa média de transmissão é incrementada.

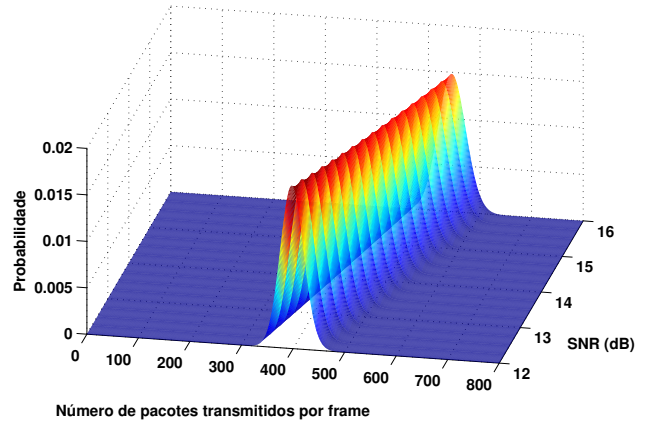


Fig. 3. Função massa de probabilidade da taxa de transmissão total para diferentes valores de SNR

Assumindo o *buffer* do usuário com capacidade para 400 pacotes e um limite de 200 pacotes para os pacotes que chegam num *frame* ( $X = 400$  e  $V = 200$ ), a partir da equação 10 foi obtido o número médio de pacotes no *buffer*, como mostrado na Fig. 4.

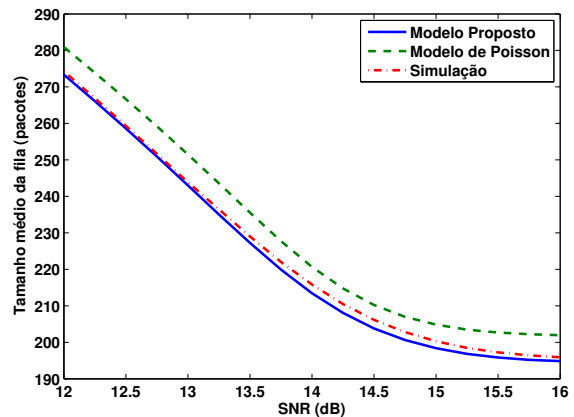


Fig. 4. Tamanho médio da fila versus SNR

O atraso médio, calculado a partir da equação 11, pode ser visualizado na Fig. 5 e a probabilidade de transbordo do *buffer* do usuário na Fig. 6.

Nota-se que, à medida que se aumenta a SNR, há uma diminuição no tamanho médio de fila, no atraso médio da transmissão e na probabilidade de transbordo do *buffer* do usuário. Este efeito era de se esperar, pois, com a melhoria das condições do canal, o sistema OFDM-TDMA, ao aplicar modulação adaptativa, provê maiores taxas de transmissão.

Os resultados obtidos, analisados juntamente com os resultados das simulações realizadas, confirmam que o modelo é eficiente ao descrever os indicadores de desempenho considerados. O método de kernel de estimação não-paramétrica

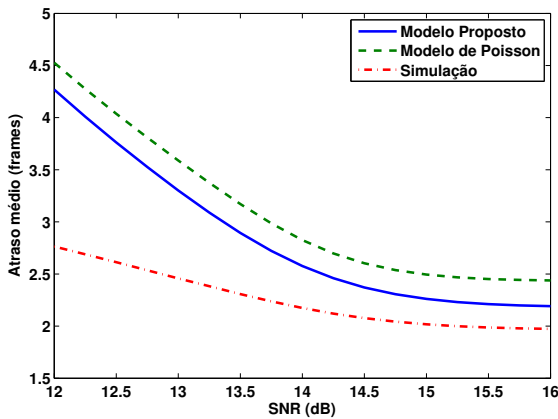
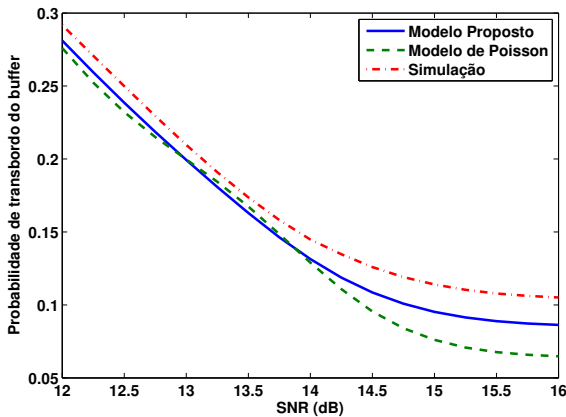


Fig. 5. Atrazo médio dos pacotes transmitidos versus SNR

Fig. 6. Probabilidade de transbordo do *buffer* versus SNR

aplicado na modelagem do processo de chegada de pacotes aprimora as estimativas dos parâmetros de QoS, tornando seus valores mais próximos aos resultados das simulações. Dessa forma, pode ser dito que o modelo desenvolvido representa bem o comportamento da fila de um usuário no sistema OFDM-TDMA.

## VII. CONCLUSÕES

O OFDM é uma técnica de multiplexação amplamente difundida nos sistemas de comunicações sem fio atuais. É caracterizado por sua alta resistência contra interferências intersimbólicas e de multipercorso, além da elevada eficiência espectral.

Este trabalho estuda o sistema de transmissão OFDM-TDMA e propõe um modelo baseado em Teoria de Filas para o comportamento da fila do usuário. Para isto, foram estabelecidos modelos para a taxa de transmissão do sistema e a taxa de chegada de pacotes do usuário. O primeiro foi implementado levando em conta um canal com desvanecimento Rayleigh e considera o uso de Modulação e Codificação Adaptativa. O segundo modelo foi desenvolvido a partir da aplicação do método de kernel para definição da curva de densidade de probabilidade do processo de chegada de pacotes.

Por meio do uso de Cadeias de Markov, foi possível descrever o comportamento da fila do usuário em estado estacionário, conhecendo a probabilidade da fila se encontrar em cada estado possível. A partir dessas probabilidades, foram definidos alguns indicadores úteis na análise do desempenho dos sistemas em questão: o número médio de pacotes na fila formada para transmissão, o atraso médio no envio de um pacote e a probabilidade de que haja transbordo no *buffer* do usuário.

Os indicadores obtidos foram testados por meio de simulações do sistema OFDM-TDMA. Verificou-se que o modelo é aprimorado com o uso do método de kernel de estimação não-paramétrica. As estimativas obtidas para os parâmetros de QoS foram bastante próximas dos resultados das simulações, confirmando a eficiência do algoritmo proposto.

## REFERÊNCIAS

- [1] Prasad, R. *Ofdm for Wireless Communications Systems*. Artech House, 2004. (Artech House universal personal communications series).
- [2] IEEE. *Wireless LAN Medium Access Control (MAC) and Physical Layer (PHY) Specifications*. New York, NY, 2012.
- [3] IEEE. *IEEE Standard for Local and Metropolitan Area Networks – Part 16: Air Interface for Fixed Broadband Wireless Access Systems*. New York, NY, USA, 2004.
- [4] 3GPP. *Evolved Universal Terrestrial Radio Access (E-UTRA) and Evolved Universal Terrestrial Radio Access Network (E-UTRAN); Overall description*. Valbonne, FR, 2013.
- [5] Tarokh, V. *New Directions in Wireless Communications Research*. Springer, 2009.
- [6] Niyato, D.; Hossain, E. "Queueing analysis of ofdm/tdma systems". *IEEE Global Telecommunications Conference*, vol. 6, p. 5 pp. 3712–3716. December, 2005.
- [7] Webb, Andrew R.; Copesey, Keith D. "Density Estimation – Nonparametric". *Statistical Pattern Recognition*. 3rd. ed. John Wiley & Sons, Ltd, 2011. pp. 150–220.
- [8] Jui-Chi Chen; Wen-Shyen E. Chen. "Call blocking probability and bandwidth utilization of OFDM subcarrier allocation in next-generation wireless networks". *IEEE Communications Letters*, vol. 10, no. 2, pp. 82–84. February, 2006.
- [9] Wunder, G.; Chan Zhou. "Queueing analysis for the OFDMA downlink: Throughput regions, delay and exponential backlog bounds". *IEEE Transactions on Wireless Communications*, vol. 8, no. 2, pp. 871–881. February, 2009.
- [10] El Bouchti, A.; El Kadhali, S.; Haqiq, A. "Queueing performance analysis of CAC scheme in OFDMA based WiMAX system". *3rd International Conference on Next Generation Networks and Services (NGNS)*, pp. 62–67. December, 2011.
- [11] Paxson, V.; Floyd, S. "Wide area traffic: the failure of Poisson modeling". *IEEE/ACM Transactions on Networking*, vol. 3, no. 3, pp. 226–244. June, 1995.
- [12] Vieira, F.H.T.; Lee, L.L. "Adaptive wavelet-based multifractal model applied to the effective bandwidth estimation of network traffic flows". *IET Communications*, vol. 3, pp. 906–919. 2009.
- [13] Coleri, S.; Ergen, M.; Puri, A.; Bahai, A. "Channel estimation techniques based on pilot arrangement in OFDM systems". *IEEE Transactions on Broadcasting*, vol. 48, no. 3, pp. 223–229. September, 2002.
- [14] Xiaoxin Qiu; Chawla, K. "On the performance of adaptive modulation in cellular systems". *IEEE Transactions on Communications*, vol. 47, no. 6, pp. 884–895. June, 1999.
- [15] Leeuwaarden, J.; Squillante, M.; Winands, E. "Quasi-Birth-And-Death Processes, Lattice Path Counting, and Hypergeometric Functions". *Journal of Applied Probability*, vol. 46, no. 2, pp. 507–520. June, 2009.
- [16] Papoulis, A.; Pillai, S.U. *Probability, random variables, and stochastic processes*. McGraw-Hill, 2002. (McGraw-Hill electrical and electronic engineering series).