

# Estimativa numérica de performance num sistema de correção de erro quântico

Paulo Henrique Franco, José Claudio Nascimento, Alexandre Marques Albano e Alan Rodrigues de Araujo

*Resumo*—Este artigo faz um estudo da inserção de ruído num modelo de correção baseado em subcanais sem ruído. Usamos o grau de despolarização da luz como uma probabilidade do subcanal sofrer pequenas variações no período de tempo entre a passagem de dois pulsos. Realizamos uma estimativa numérica a partir de um experimento que mede o grau de polarização da luz, para examinar a performance de um esquema corretor de erro quântico.

*Palavras-Chave*—*Correção de erro quântico, grau de polarização, informação quântica, Subsistema sem ruído;*

*Abstract* — *This paper studies the insertion of noise in a correction model based on sub channels without noise. We used the degree of depolarization of the light as a probability in the time period between passage of two pulses. We realize a numerical estimate from an experiment that measures the degree of polarization of light to analyze the performance of a quantum error correction scheme.*

*Keywords* — *quantum error correction, degree of polarization, quantum information, noiseless subsystem.*

## I. INTRODUÇÃO

Comunicação e computação quântica são novas áreas do processamento da informação que utiliza mecânica quântica para implementação de comunicação e computação em contrapartida do mundo clássico, como distribuição de chave quântica [1-3], teleportação quântica [4,5] e a busca quântica [6].

Uma das mais promissoras propriedades físicas na realização experimental de tecnologias quânticas é a polarização da luz [7]. No entanto, é conhecido que a polarização da luz é frágil a mudanças imprevisíveis no meio de propagação. Logo, a fim de tornar possível a tecnologia quântica baseada na polarização da luz, os esquemas de correção quântica de erro (CEQ) devem ser empregados, isto é, as mudanças imprevisíveis da polarização da luz devem ser controladas.

No esquema CEQ deste artigo, a ideia básica é que as componentes de polarização podem ser separadas no tempo por um interferômetro desbalanceado que possui um caminho longo e um caminho curto. Os estados quânticos  $|S\rangle$  e  $|L\rangle$  representam os pulsos que viajam através do caminho curto e do caminho longo, respectivamente, ou semelhante aos pulsos que chegam no intervalo de tempo inicial e final. Nós assumimos que qualquer estado do espaço de Hilbert bidimensional pode ser construído pela superposição dos

estados básicos  $|S\rangle$  e  $|L\rangle$ , ou seja, qualquer estado  $\alpha|S\rangle + \beta|L\rangle$  pode ser preparado, onde  $\alpha$  e  $\beta$  são números complexos tal que  $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$ .

A ideia essencial para estes esquemas é separar os componentes da decodificação da polarização do qubit em intervalos de tempo [8]. Assim, uma variação lenta da transformação unitária dos canais no domínio do tempo, não muda a informação quando os estados quânticos viajam através dele. Em [9], foi considerada uma baixíssima probabilidade de ocorrerem variações rápidas em qualquer canal quântico.

Neste trabalho fizemos uma análise de desempenho com base em resultados extraídos de um experimento [10] e de um modelo estatístico proposto em [13]. Para apresentar os resultados nesse artigo foi necessário resolver um sistema de equações numericamente. Depois avaliamos como seria o desempenho do esquema CEQ para uma distância de até 2000m. Percebemos que a uma de distância pouco maior que 1,4km o esquema CEQ atinge o seu regime dentro do modelo analisado.

## II. SUBSISTEMA QUÂNTICO SEM RUÍDO

Nós começamos discutindo o esquema linear óptico de fóton simples para correção de erro quântico proposto em [10]. O esquema é representado na figura 1.

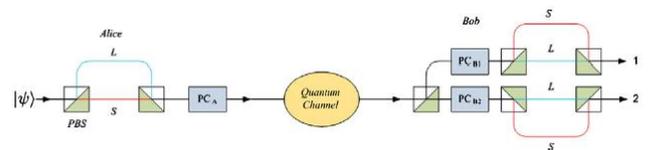


Fig. 1. Esquema óptico para correção quântica de erro para um fóton: PBS (polarization beam splitter) e PC (Célula de Pockel).

No transmissor, Alice tem um fóton simples com polarização desconhecida de estado  $|\psi\rangle = \alpha|H\rangle + \beta|V\rangle$ , onde  $|H\rangle$  ( $|V\rangle$ ) é a representação horizontal (vertical) do estado de polarização. Após o fóton passar pelo interferômetro desbalanceado de polarização o estado torna-se  $\alpha|H,S\rangle + \beta|V,L\rangle$ , uma vez que a componente horizontal toma o caminho curto ( $S$ ) e a componente vertical segue o caminho longo,  $L$ . Alice ativa sua célula de Pockel somente quando a componente do caminho  $L$  está presente, efetuando a transformação  $|V,L\rangle \rightarrow |H,L\rangle$ . Por isso, o estado que Alice envia para Bob é  $\alpha|H,S\rangle + \beta|H,L\rangle$ .

F., Paulo Henrique, Departamento de Engenharia de Teleinformática, Campus PICI, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, CE, Brazil (e-mail: [paulohenriquefranco@gmail.com](mailto:paulohenriquefranco@gmail.com)).

N., José Cláudio, Departamento de Engenharia de Teleinformática, Campus PICI, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, CE, Brazil (e-mail: [claudio.nasce@gmail.com](mailto:claudio.nasce@gmail.com)).

A., Alexandre Marques, Departamento de Engenharia da Computação, Campus Sobral, Universidade Federal do Ceará, Sobral, CE, Brazil (e-mail: [alexandremarquesalbano@gmail.com](mailto:alexandremarquesalbano@gmail.com)).

A., Alexandre Marques, Departamento de Engenharia da Computação, Campus Sobral, Universidade Federal do Ceará, Sobral, CE, Brazil (e-mail: [alexandremarquesalbano@gmail.com](mailto:alexandremarquesalbano@gmail.com)).

Definindo o canal ruidoso como o produto de duas matrizes, em que cada uma delas tem uma variável aleatória,  $\chi$  e  $\phi$ :

$$U(\phi, \chi) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{i\chi} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \phi & -\sin \phi \\ \sin \phi & \cos \phi \end{pmatrix} \quad (1)$$

Da expressão geral (1) de  $U$  nós temos que:

$$U(\phi, \chi)\alpha|H, S\rangle + U(\phi, \chi)\beta|H, L\rangle = \alpha(\cos \phi|H, S\rangle + e^{i\chi} \sin \phi|V, S\rangle) + \beta(\cos \phi|H, L\rangle + e^{i\chi} \sin \phi|V, L\rangle) \quad (2)$$

Como pode ser visto na Figura 1, a célula de Pockel  $PC_{B1}$  é ativada somente quando o componente  $S$  está presente; de modo análogo  $PC_{B2}$  é ativada somente quando o componente  $L$  está presente. Para cada modo, 1 (parte superior) e 2 (parte inferior), existe um interferômetro de polarização desbalanceada. Nestes interferômetros, a componente horizontal propaga-se através do caminho longo enquanto a componente vertical propaga-se através do caminho curto. Quando o estado corrompido, descrito na equação (2), chega até Bob, ele tem sofrido duas transformações. Inicialmente, após a passagem através do primeiro PBS e célula de Pockel, transforma-se em:

$$\alpha(\cos \phi|H, S\rangle^2 + e^{i\chi} \sin \phi|H, S\rangle^1) + \beta(\cos \phi|V, L\rangle^2 + e^{i\chi} \sin \phi|V, L\rangle^1) \quad (3)$$

E por último, após a passagem através do interferômetro polarizador desbalanceado, o estado final torna-se:

$$\cos \phi(\alpha|H\rangle^1 + \beta|V\rangle^1) + e^{i\chi} \sin \phi(\alpha|H\rangle^2 + \beta|V\rangle^2) \quad (4)$$

Nas equações (3) e (4), os sobrescritos 1 e 2 denotam os caminhos dos modos de saída 1 e 2, respectivamente. O qubit surge aleatoriamente em qualquer um dos modos de saída (1 e 2) de acordo com uma probabilidade que depende do parâmetro  $\phi$ . Assim, Bob obtém um estado não corrompido  $\alpha|H\rangle + \beta|V\rangle$  no modo 1, com a probabilidade  $\cos^2 \phi$ , ou no modo 2, com probabilidade  $\sin^2 \phi$ .

### III. CORREÇÃO QUANDO EXISTE UMA VARIAÇÃO RÁPIDA ENTRE OS PULSOS

Nesta seção consideraremos um caso muito mais realista. Nós analisaremos o desempenho do esquema de correção de erro da Figura 1 quando o canal está bastante ruidoso, isto é, o canal sobre variações locais rápidas e mudanças durante o intervalo de tempo entre um pulso longo e curto. Neste cenário, o pulso curto e o pulso longo tiveram diferentes matrizes unitárias para representar a evolução do canal, ou seja, a matriz  $U_S(\phi_S, \chi_S)$  é aplicada ao estado  $|H, S\rangle$  e a matriz  $U_L(\phi_L, \chi_L)$  é aplicada ao estado  $|H, L\rangle$ . Logo, a evolução do canal pode ser dada por:

$$\alpha(\cos \phi_L|H\rangle + e^{i\chi_L} \sin \phi_L|V\rangle) + \beta(\cos \phi_S|H\rangle + e^{i\chi_S} \sin \phi_S|V\rangle) \quad (5)$$

A eficiência do subsistema sem ruído é medido pela fidelidade entre o estado de entrada no canal e o estado de saída no decodificador. Por definição, o valor de fidelidade é:

$$F^2 = |\alpha|^4 + |\beta|^4 + 2|\alpha|^2|\beta|^2 f \quad (6)$$

$$f = \cos(\phi_S)\cos(\phi_L) + \sin(\phi_S)\sin(\phi_L)\cos(\chi_L - \chi_S) \quad (7)$$

Agora, tomando que  $\phi_S = \phi$ ,  $\phi_L = \phi + \Phi$ ,  $\chi_S = \chi$  e  $\chi_L = \chi + X$  nós temos que reescrever  $f$  a seguir:

$$f = \cos(\phi)\cos(\phi + \Phi) + \sin(\phi)\sin(\phi + \Phi)\cos(X) = \frac{1}{2}\{\cos \Phi(1 + \cos X) + \cos(2\phi + \Phi)(1 - \cos X)\} \quad (8)$$

Resaltamos que  $\Phi = \phi_L - \phi_S$  e  $X = \chi_L - \chi_S$  são as diferenças entre os ângulos de rotação e de deslocamento de fase do ângulo para pulsos longos e curtos, respectivamente. Observe que o parâmetro  $f$  depende das variações de canal.

Além disso, se  $X = \Phi = 0$  não existem erros e  $F^2 = 1$ . Além disso, note que o valor da expressão  $F^2$  depende do valor esperado de  $f$ , pois

$$E(F^2) = |\alpha|^4 + |\beta|^4 + 2|\alpha|^2|\beta|^2 E(f).$$

Nós consideramos que a variável aleatória  $\phi$  é uniformemente distribuída, pois, sem nenhuma informação adicional, é natural considerar que  $\phi$  pode assumir qualquer valor possível com a mesma probabilidade. Como a função analisada é  $\cos(2\phi + \Phi)$ , nós assumimos que  $\phi$  é a variável aleatória variando uniformemente ao longo de  $[\frac{-\pi - \Phi}{2}, \frac{\pi - \Phi}{2}]$ . Neste caso, nós podemos escrever o valor esperado de  $f$  para  $\phi$  pela expressão:

$$E_\phi(f) = \frac{1}{2}\{\cos \Phi(1 + \cos X) + (1 - \cos X) \underbrace{\frac{1}{\pi} \int_{\frac{-\pi - \Phi}{2}}^{\frac{\pi - \Phi}{2}} \cos(2\phi + \Phi) d\phi}_0\} \quad (9)$$

$$= \frac{1}{2}\{\cos \Phi(1 + \cos X)\}.$$

A fim de fazer uma descrição da evolução das variáveis  $\Phi$  e  $X$  nós consideramos passos discretos, portanto, obtemos um passeio aleatório bidimensional, uma dimensão para a variável  $\Phi$  e uma dimensão para variável  $X$ . O passeio aleatório discreto descreve como as variáveis  $\Phi$  e  $X$  mudam enquanto o pulso curto e um longo atravessam o canal. O tempo discreto é obtido pela divisão do comprimento  $z$  do canal em  $n$  partes iguais de maneira que  $n = z/\Delta z$  ( $\Delta z$  é constante, sendo a diferença entre as posições dos pulsos curtos e longos). Portanto, podemos considerar que o tempo discreto muda de  $t_0, t_1, \dots, t_n$  onde  $t_0$  é o tempo inicial e  $t_n$  é o tempo em que o pulso longo chega no receptor. Na figura 2, entende-se o tempo de evolução desse sistema.

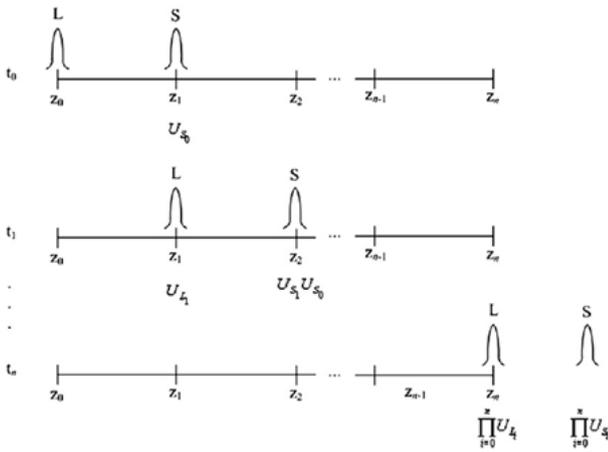


Fig. 2. A evolução temporal do pulso longo e curto dentro do canal.

Como representado na Figura 2, para o instante  $t_0$  o pulso posterior  $|H, L\rangle$  está prestes a entrar no canal, enquanto o pulso  $U_{S_0} |H, S\rangle$  já está no ponto  $z_1$ . Após, o instante  $t_1$ , o pulso posterior está no ponto  $z_1$  e o pulso anterior está no ponto  $z_2$ , além disso, o pulso posterior desenvolve em  $U_{L_1} |H, L\rangle$  enquanto o pulso anterior desenvolve em  $U_{S_1} U_{S_0} |H, S\rangle$ . Para cada enésima-seção do canal, o pulso anterior e o pulso posterior desenvolvem-se de acordo com a evolução unitária  $U_{S_i}$  e  $U_{L_i}$  respectivamente. Portanto, podemos escrever a transformação global do canal por:

$$\alpha \prod_{i=0}^n U_{L_i} |H, L\rangle + \beta \prod_{i=0}^n U_{S_i} |H, S\rangle \quad (10)$$

Note que os valores de  $\Phi$  e  $X$  evoluem a partir de  $\Phi_0$  e  $X_0$  para o tempo  $t_0$  de  $\Phi_n$  e  $X_n$  para o tempo  $t_n$ . A evolução será descrita como sofrendo um passeio aleatório imparcial, ou seja, as variáveis aleatórias são independentes. Para cada fase, pequenas variações  $\delta\Phi > 0$  e  $\delta X > 0$  são consideradas. Claramente,  $\delta\Phi$  e  $\delta X$  dependem do intervalo  $\Delta z$ . Usando o modelo proposto de passeio aleatório de  $\Phi$  e  $X$  é possível calcular o valor esperado do parâmetro  $f$ .

Dado que as variações do canal  $\delta\Phi$  e  $\delta X$  são desconhecidas, então não existirá conhecimento a respeito do desempenho do sistema estudado? Para resolver este problema, precisamos elaborar um modelo estatístico baseado em parâmetros do canal cuja a dinâmica seja conhecida. A questão natural surge: Quais parâmetros do canal podem ser usados para expressar a variação entre os componentes  $|H, S\rangle$  e  $|H, L\rangle$ ? A melhor resposta são os parâmetros de Stokes. Mas ainda pode-se escolher um parâmetro que englobe os parâmetros de Stokes. Então, para a próxima análise, nós escolhemos o grau de despolarização da luz. Dado que este valor tenha sido usado em diversos experimentos para descrever a dinâmica da polarização num canal e que possa ser representado pelos parâmetros de Stokes [11,12].

O grau de polarização é a quantidade usada para descrever a porção da onda eletromagnética que é polarizada. Note que o

grau de polarização  $1 - \xi(z)$  está em função do comprimento do canal  $z$ . A onda perfeitamente polarizada tem  $1 - \xi(z) = 1$ , enquanto que a totalmente despolarizada possui  $\xi(z) = 1$ . A onda que é parcialmente polarizada e, portanto pode ser representada pela superposição das componentes polarizadas e despolarizadas, tem o grau de polarização na faixa entre 0 e 1. Para a polarização simples do fóton a mesma ideia é aplicada para descrever se o estado quântico é totalmente misturado, denotado por  $I/2$ , ou totalmente puro, representado por  $\rho$ . O estado quântico puro tem o grau de pureza igual a 1, enquanto que o estado totalmente misturado tem o grau de pureza igual a 0. Logo, o estado quântico também pode ser representado pela superposição do estado quântico puro e o estado totalmente misturado:

$$\xi(z) \frac{I}{2} + (1 - \xi(z)) \rho \quad (11)$$

Há a correlação entre o grau de despolarização da luz  $\xi(z)$  e as mudanças dos parâmetros que representam o canal  $\phi(z)$  e  $\chi(z)$ . As variações  $\Phi(\Delta z)$  e  $X(\Delta z)$  são desconhecidas, mas  $\xi(\Delta z) \in [0,1]$  pode ser calculado [11]. Nós sabemos que existe a correlação entre o grau de despolarização  $\xi(\Delta z)$  e a variação dos parâmetros desconhecidos do canal, em detalhes, existem valores desconhecidos  $\Delta\Phi > 0$  e  $\Delta X > 0$  de tal modo que  $\xi(\Delta z)$  representa a probabilidade de  $\Phi(\Delta z) \geq \Delta\Phi$  e  $X(\Delta z) \geq \Delta X$ . Em outras palavras, existem alguns valores desconhecidos  $\Delta\Phi > 0$  e  $\Delta X > 0$  para o qual  $\xi(\Delta z)$  é a probabilidade que, no passo que  $\Delta z$ , a variação de  $\Phi$  ultrapassa  $\Delta\Phi$  e a variação de  $X$  ultrapassa  $\Delta X$ . Por exemplo, considere a propagação de um fóton na distancia  $\Delta z$ , podemos designar que  $\xi(\Delta z)$  representa a probabilidade associada com o evento para cada  $\Phi(\Delta z) \geq 0,5\pi = \Delta\Phi$  e  $X(\Delta z) \geq 0,75\pi = \Delta X$ . Se  $\Delta z$  representa uma curta distância de propagação, então o evento é raro, por que é pouco provável que o pulso sofra uma tão alta variação na sua nessa pequena distância, mas não impossível. Mas, o grau de despolarização pode ser expressar esta realidade, pois  $\xi(\Delta z) \approx 0$ , para pequenas distâncias de propagação, mas não é nulo.

Em [9], foi apresentada uma análise baseada no passeio aleatório bidimensional, cujo resultado na consideração de  $\xi(\Delta z) \approx 0$  como um evento raro foi uma distribuição poissoniana para as variações que alteram o ângulo de polarização entre o pulso longo e o pulso curto

Usando a análise apresentada em [13], podemos escrever o valor esperado de  $f$  a seguir:

$$E(f) = \frac{1}{2} \left( e^{-\frac{(1-\cos(\Delta\Phi))\xi(\Delta z)}{\Delta z} z} + e^{-\frac{(1-\cos(\Delta\Phi)\cos(\Delta X))\xi(\Delta z)}{\Delta z} z} \right) \quad (12)$$

Quando o pulso anterior e posterior não tem diferentes variações locais entre eles em todas as seções do canal ( $\Delta\Phi = \Delta X = 0$ ), o valor esperado de  $f$  é sempre igual a 1 para qualquer comprimento de canal. Entretanto, quando estas variações existem, inclusive em pequenas quantidades, a expectativa para o valor de  $f$  decrescer exponencialmente com o comprimento do canal  $z$ . Por isso, que o valor esperado para a fidelidade (veja a equação (6) para  $F^2$ ) tem o

valor mínimo de  $|\alpha|^4 + |\beta|^4$  para um canal suficientemente longo.

Os valores  $\Delta\Phi$  e  $\Delta X$  são considerados desconhecidos. Então, nós escolhemos os valores  $\Delta\Phi = \pi$  e  $\Delta X = 0$ , porque eles nos dão o pior caso, ou seja, o mínimo para  $E(f)$ . Por tanto, nós temos o seguinte limite:

$$e^{-\frac{2\xi(\Delta z)}{\Delta z}z} \leq E(f) \leq 1 \tag{13}$$

Agora, pela escolha da pior situação, a equação que estima fidelidade entre o estado quântico enviado por Alice e o estado quântico corrigido por Bob é:

$$F_e^2 = |\alpha|^4 + |\beta|^4 + 2|\alpha|^2|\beta|^2 e^{-\frac{2\xi(\Delta z)}{\Delta z}z} \tag{14}$$

Todos os parâmetros em (14), o comprimento do canal  $z$ , o comprimento do sub-canal  $\Delta z \neq 0$ , o grau de despolarização  $\xi(\Delta z)$  e o estado quântico enviado por Alice são conhecidos no projeto. Agora nós temos a expressão estimada para o desempenho da correção quântica de erro baseado na configuração de um subsistema sem ruído assumindo mais condições realistas para o canal.

#### IV. ESTIMATIVA DO O GRAU DE DESPOLARIZAÇÃO DA LUZ A PARTIR DE UM EXPERIMENTO PARA AVALIAR O DESEMPENHO DO CODEC

Usaremos para estimar a equação do grau de polarização um experimento realizado no Laboratório de Tecnologia da Informação Quântica LATIQ no ano de 2005. Os resultados desse experimento foram publicados em [12] com o objetivo de mostrar que a probabilidade do canal de polarização para fótons isolados é o mesmo grau de polarização de um feixe de luz coerente. Para medir o grau de polarização de uma luz coerente, foi usado o experimento na figura 3 [12].

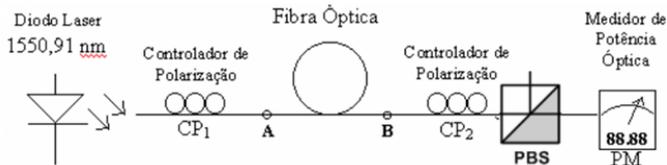


Fig. 3. Experimento para a medição do grau de polarização da luz.

A fonte da luz usada é um diodo laser CQF915/108 que emite um estado coerente CW (onda contínua) operando em 1550,91 nm. O controlador de polarização CP<sub>1</sub> define o estado de polarização a ser usado. O escolhido é aquele que maximiza a potência óptica medida na saída inferior do PBS quando o enlace de fibra e o controlador de polarização CP<sub>2</sub> estão ausentes.

Em seguida, sem a fibra de teste entre os pontos A e B, os compensadores do CP<sub>2</sub> são ajustados de forma a permitir que a máxima potência óptica seja medida, pelo medidor PM (Power Meter). Neste momento o experimento está calibrado. A primeira medição consiste em, na ausência da fibra entre os pontos A e B, variar o rotacionador de CP<sub>2</sub> e, para cada valor deste, medir a potência óptica. O resultado da observação está ilustrado na figura 4.

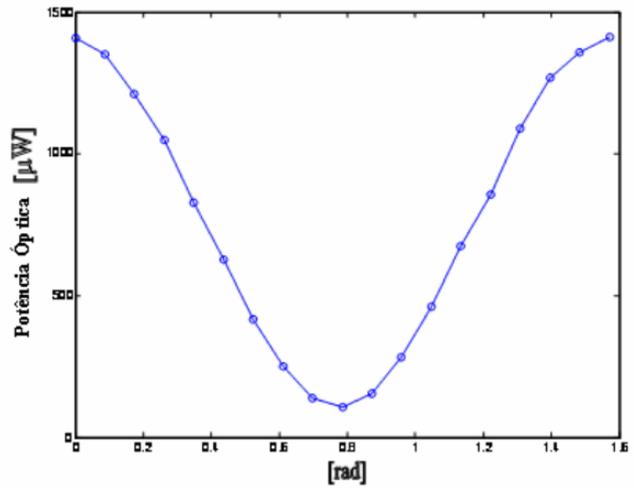


Fig. 4. Variação da Potência óptica no experimento da Figura 3 sem a fibra de teste.

O grau de polarização para este experimento é dado por:

$$g_p = \frac{P_{\max} - P_{\min}}{P_{\max} + P_{\min}} \tag{15}$$

O valor para o grau de polarização encontrado foi de  $g_p = 0,859$ . Agora, realiza-se o mesmo procedimento com um rolo de fibra de 200m (100m+50m+50m) inserido entre os pontos A e B. O resultado está ilustrado na Figura 5.

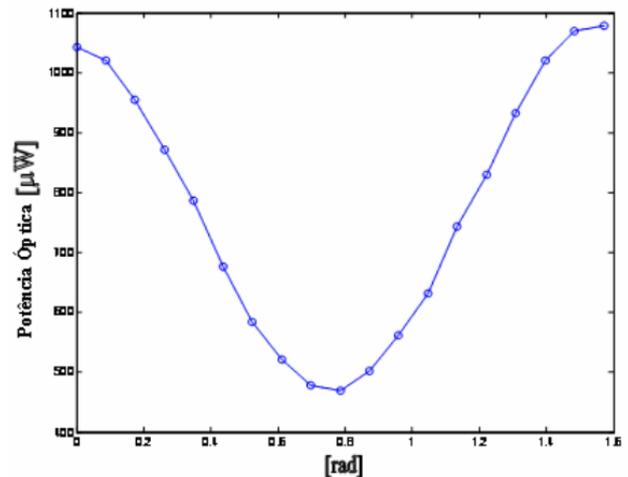


Fig. 5. Variação da Potência óptica no experimento da Figura 3 com a fibra de teste (200m de fibra óptica bobinada).

Comparando-se os gráficos das figuras 4 e 5, pode-se observar claramente o efeito do decréscimo do grau de polarização na distinção entre os valores máximo e mínimo de potência óptica medidos. No experimento da Figura 5, temos que  $g_p = 0,354$ . Sendo  $p_e$  o estado na entrada da fibra e  $p$  a probabilidade do estado de entrada não ser alterado, teríamos, para a fibra testada,  $p = g_p = 0,354$ .

Para estimarmos o grau de despolarização ao longo do canal, usaremos a sua expressão em função dos parâmetros de Stokes. Pelos parâmetros de Stokes, o grau de polarização da luz é dado por:

$$1 - \xi(\Delta z) = \sqrt{\sum_{i=1}^3 s_i(z)^2} \tag{16}$$

No modelo proposto em [18], os parâmetros de Stokes variam da seguinte forma:

$$s_i(z) = s_i(0)e^{-2\gamma z}; \quad s_2(z) = s_2(0)e^{-\gamma z}; \quad s_3(z) = s_3(0)e^{-\gamma z} \quad (17)$$

Em (17), o parâmetro  $\gamma$  indica a “força” com que o canal despolariza a luz. Usando (17), assume-se que na entrada do canal os parâmetros de Stokes têm os seguintes valores,  $s_1(0) = 0,530$ ;  $s_2(0) = 0,152$ ;  $s_3(0) = 0,86151$ .

Usaremos o experimento acima para descobrir o valor do parâmetro  $\gamma$  que diz o quanto se perde de polarização por metro propagado. Para isso, temos que resolver numericamente duas equações:

$$0,859^2 - 0,530^2 e^{-4\gamma z} - 0,152^2 e^{-2\gamma z} - 0,862^2 e^{-2\gamma z} = 0 \quad (a)$$

$$0,394^2 - 0,530^2 e^{-4\gamma(z+200)} - 0,152^2 e^{-2\gamma(z+200)} - 0,862^2 e^{-2\gamma(z+200)} = 0 \quad (b)$$

Na equação (a) encontramos  $\gamma z = 0,1410$  e na equação (b) encontramos  $\gamma(z+200) = 0,831$ . Resolvendo o sistema temos que  $\gamma = 0,0034m^{-1}$  e  $z = 40,87m$ . Pelo experimento, a luz entra na fibra parcialmente polarizada,  $g_p = 0,859$ . Isso equivale a uma propagação de  $40,87m$ , sabe-se que essa despolarização está relacionada as imperfeições na montagem do próprio experimento, como impurezas nas junções das fibras, etc. O  $g_p = 0,859$  foi a nossa condição inicial para descobrirmos o valor de  $\gamma = 0,0034m^{-1}$ . Desta forma, verificamos que o grau de despolarização da luz nesse experimento pode ser expresso, por:

$$\xi(z) = 1 - \sqrt{0,859^2 - 0,530^2 e^{-4\gamma z} - 0,152^2 e^{-2\gamma z} - 0,862^2 e^{-2\gamma z}} \quad (18)$$

Se o experimento tivesse sido feito com um rolo de fibra superior a  $1,4km$  a luz estaria completamente despolarizada, como podemos observar na figura 6:

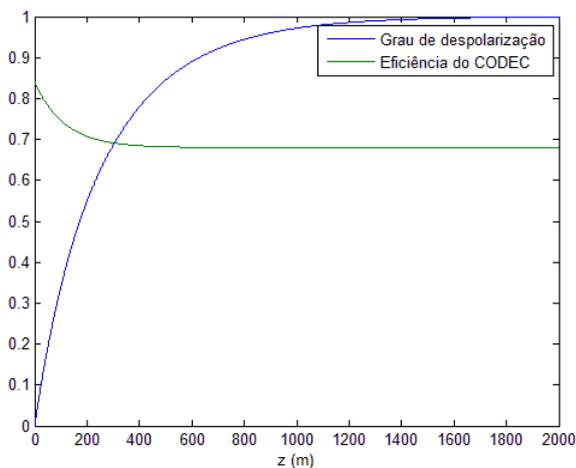


Fig. 6. Eficiência do CODEC e Grau de despolarização versus z(m)

Agora, consideremos disparos de pulsos de luz a cada 20ps. Dessa forma teremos pulsos de luz entrando no codificador com distância  $\Delta z = 6\mu m$  entre eles. A eficiência do CODEC dada por (14) atingirá o seu regime,  $|\alpha|^4 + |\beta|^4$ , por volta de 500m de propagação. O que mostra que diante do ruído o codificador dependerá apenas das amplitudes das polarizações do fóton.

## V. CONCLUSÕES

Para apresentar os resultados nesse artigo foi necessário resolver um sistema de equações numericamente. Depois avaliamos como seria o desempenho do esquema CEQ para uma distância de até 2000m. Percebemos que a uma de distância pouco maior que  $1,4km$  o esquema CEQ atinge o seu regime dentro do modelo analisado.

Se um experimento dentro das mesmas condições de [10] for realizado com o esquema CEQ e os resultados forem próximos, então o modelo proposto em [13] será um modelo válido para medir a eficiência do esquema CEQ.

## REFERÊNCIAS

- [1] C. H. Bennett, Quantum cryptography using any two nonorthogonal states, Phys. Rev. Lett. 68 (21) (1992) 3121–3124.
- [2] C. H. Bennett, G. Brassard, Quantum cryptography: Public-key distribution and coin tossing, Advances in Cryptology: Proceedings of Crypto 84 (1984) 475 – 480.
- [3] N. Gisin, G. Ribordy, W. Tittel, H. Zbinden, Quantum cryptography, Rev. Mod. Phys. 74 (1) (2002) 145–195.
- [4] A. Zeilinger, Quantum Entanglement: A Fundamental Concept Finding its Applications, Physica Scripta Volume T 76 (1998) 203–209.
- [5] C. H. Bennett, G. Brassard, C. Crépeau, R. Jozsa, A. Peres, W. K. Wootters, Teleporting an unknown quantum state via dual classical and einstein-podolsky-rosen channels, Phys. Rev. Lett. 70 (13) (1993) 1895–1899.
- [6] L. K. Grover, A fast quantum mechanical algorithm for database search, in: STOC '96: Proceedings of the twenty-eighth annual ACM symposium on Theory of computing, ACM, New York, NY, USA, 1996, pp. 212–219.
- [7] E. Knill; R. Laflamme and G. J. Milburn, A scheme for efficient quantum computation with linear optics, Nature 409 (2001) 46-52.
- [8] M. Grassl, T. Beth, M. Roetteler, On optimal quantum codes, International Journal of Quantum Information 2 (2004) 55–64.
- [9] F. Paulo; N. Claudio, Physical and Mathematical Model for a Quantum Error Correction based in Quantum Noisy Subsystem. In: IV Workshop-School in Quantum Computation and Information, (2012).
- [10] J. C. do Nascimento, F. A. Mendonça, R. V. Ramos, Linear optics setup for active and passive quantum error correction in polarization encoded qubits, Journal of Modern Optics 54 (2007) 1467 – 1479.
- [11] A. B. Klimov, J. L. Romero, L. L. Sánchez-Soto, Simple quantum model for light depolarization, J. Opt. Soc. Am. B 23 (1) (2006) 126–133.
- [12] J. C. do Nascimento, R. V. Ramos, Dynamic of the degree of polarization in a depolarizing channel: Theory and experimental results, Microwave and Optical Technology Letters 47 (2005) 497 – 500.
- [13] J. Nascimento, P. Mateus, Statistical model for a quantum noiseless subsystem, Optics Communications, Volume 284, Issue 5 , Pages 1451-1456, 1 de Março de 2011