

# Um Novo Algoritmo Adaptativo de Posto Reduzido para Conformação de Feixe em Sistemas de Comunicações Móveis

Guilherme M. Zilli, Ciro A. Pitz, Eduardo L. O. Batista e Rui Seara

**Resumo**—Este artigo apresenta um novo algoritmo de conformação de feixe para sistemas de comunicações móveis. Esse algoritmo é baseado na abordagem de mínima variância com restrição linear em conjunto com uma estratégia de redução de posto. Em contraste a outro algoritmo de posto reduzido discutido na literatura, o novo algoritmo satisfaz a restrição de ganho unitário na direção do sinal de interesse independentemente do cenário e das condições iniciais. Assim, valores adequados de potência de transmissão são obtidos em diferentes condições de operação, resultando em uma maior razão sinal-interferência-mais-ruído na saída do arranjo.

**Palavras-chave**—Conformação de feixe, filtros LCMV, redução de posto.

**Abstract**—This paper presents a new algorithm for beamforming in mobile communication systems. This algorithm is based on the linearly-constrained minimum-variance (LCMV) approach and also on a rank-reducing strategy. In contrast to another reduced-rank algorithm from the literature, the proposed one satisfies the unit-gain constraint of the LCMV problem regardless of the scenario and the initial conditions of the problem. Thus, adequate values of transmission power are obtained for different operating conditions, resulting in high values of signal-to-interference-plus-noise ratio at the output of the antenna array.

**Keywords**—Beamforming, LCMV filter, reduced rank.

## I. INTRODUÇÃO

O termo arranjo adaptativo de antenas é usado para descrever o sistema formado por um conjunto de antenas associado a um dispositivo de processamento digital de sinais. Esse tipo de arranjo é utilizado em sistemas de comunicações móveis visando aumentar a capacidade de transmissão a partir de ajustes dinâmicos do padrão de irradiação. Tal ajuste, conhecido por conformação de feixe, permite a amplificação de sinais de interesse (SOI – *signal of interest*) enquanto sinais interferentes são atenuados. Assim, a razão sinal-interferência-mais-ruído (SINR – *signal-to-interference-plus-noise ratio*) é incrementada, possibilitando um aumento da eficiência espectral a partir da reutilização de frequências e/ou da utilização de modulações com um maior número de bits por símbolo.

Dentre as técnicas de conformação de feixe disponíveis na literatura, os algoritmos obtidos a partir do problema de mínima variância com restrição linear (LCMV – *linearly*

Guilherme M. Zilli, Ciro A. Pitz, Eduardo L. O. Batista e Rui Seara, LINSE - Laboratório de Circuitos e Processamento de Sinais, Departamento de Engenharia Elétrica e Eletrônica, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis-SC, Brasil, E-mails: {zilli, ciropitz, seara}@linse.ufsc.br, ebatista@ieee.org.

Ciro A. Pitz é também professor do Departamento de Engenharia Elétrica e Telecomunicações da Universidade Regional de Blumenau (FURB), Blumenau, SC, Brasil.

Este trabalho foi parcialmente financiado pelo Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq).

*constrained minimum variance*) [1] vêm sendo amplamente estudados. No contexto de arranjos de banda estreita, o problema de LCMV é formulado como a minimização de potência do sinal na saída do arranjo (mínima variância) sujeita a uma restrição de ganho unitário na direção do SOI [2]. Um dos primeiros algoritmos desenvolvidos com o objetivo de resolver esse problema em tempo real foi o algoritmo *constrained least-mean-squares* (CLMS) [1], o qual depende unicamente do conhecimento *a priori* do vetor diretor associado ao SOI [2]. Mais recentemente, um algoritmo de posto reduzido foi proposto em [3] e [4] visando também resolver em tempo real o problema de LCMV. Esse algoritmo baseia-se na utilização de uma matriz de projeção que transforma o problema de LCMV original em um novo problema de dimensão reduzida. Como desvantagem de tal algoritmo, destaca-se a necessidade de um ajuste adequado das condições iniciais do algoritmo para que a restrição de ganho unitário na direção do SOI seja satisfeita. Além disso, mesmo quando a escolha das condições iniciais é realizada apropriadamente, alterações na direção do SOI durante o funcionamento do algoritmo impedem que a restrição seja satisfeita, comprometendo assim o desempenho do algoritmo.

Neste trabalho, um novo algoritmo de conformação de feixe baseado no problema de LCMV e na técnica de redução de posto dada em [3] e [4] é apresentado. Em contraste com o algoritmo de posto reduzido de [3] e [4], o novo algoritmo é formulado visando satisfazer a restrição de ganho unitário na direção do SOI para qualquer condição inicial. Como resultado, o algoritmo proposto mantém um ganho adequado na direção do SOI mesmo em cenários não estacionários em que o SOI muda de direção durante a operação do algoritmo. Com isso, maiores níveis de SINR são alcançados em comparação àqueles obtidos pelo algoritmo de [4].

Este trabalho está organizado como segue. A Seção II apresenta a fundamentação teórica para o desenvolvimento do algoritmo proposto. Na Seção III, o novo algoritmo adaptativo de conformação de feixe com posto reduzido é introduzido. A Seção IV apresenta os resultados de simulação numérica visando avaliar o desempenho do algoritmo proposto. Finalmente, na Seção V, as conclusões do presente trabalho são apresentadas.

## II. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

De modo a formar uma base teórica para o desenvolvimento do algoritmo proposto, esta seção descreve o modelo de sinais considerado bem como o problema de otimização que leva ao filtro de LCMV. Além disso, é discutida a estratégia de redução de posto para filtros de LCMV, dada em [3] e [4], em conjunto com um algoritmo adaptativo baseado em tal abordagem.

### A. Modelo de Sinais

O modelo de sinais aqui considerado envolve um arranjo linear de antenas com  $M$  elementos uniformemente espaçados e  $K$  usuários móveis ( $K < M$ ) operando em banda estreita. Assume-se ainda que os usuários móveis estão no campo distante do arranjo de antenas e que os sinais dos usuários incidem no arranjo com ângulos de chegada  $\theta_l$  com  $l = 1, 2, \dots, K$ . Os dados recebidos em cada elemento do arranjo na  $i$ -ésima iteração podem ser agrupados em um vetor  $\mathbf{r}(i) \in \mathbb{C}^{M \times 1}$ , definido como

$$\mathbf{r}(i) = \mathbf{A}(\boldsymbol{\theta})\mathbf{s}(i) + \mathbf{n}(i) \quad (1)$$

onde  $\mathbf{s}(i) = [s_1(i) \ s_2(i) \ \dots \ s_K(i)]^T \in \mathbb{C}^{K \times 1}$  representa os sinais transmitidos pelos usuários móveis, enquanto  $\mathbf{n}(i) \in \mathbb{C}^{M \times 1}$  representa um ruído complexo com distribuição gaussiana, média nula e matriz de covariância  $\sigma^2 \mathbf{I}$ . Ainda em (1),  $\boldsymbol{\theta} = [\theta_1 \ \theta_2 \ \dots \ \theta_K]^T \in \mathbb{C}^{K \times 1}$  é um vetor composto pelos ângulos de chegada de cada usuário e  $\mathbf{A}(\boldsymbol{\theta}) = [\mathbf{a}(\theta_1) \ \mathbf{a}(\theta_2) \ \dots \ \mathbf{a}(\theta_K)] \in \mathbb{C}^{M \times K}$  é uma matriz composta pelos vetores diretores dos  $K$  usuários móveis, sendo o vetor diretor do  $k$ -ésimo usuário expresso como

$$\mathbf{a}(\theta_k) = [1 \ e^{-j\frac{2\pi d_s}{\lambda_c} \sin \theta_k} \ \dots \ e^{-j\frac{2\pi d_s}{\lambda_c} (M-1) \sin \theta_k}]^T \in \mathbb{C}^{M \times 1} \quad (2)$$

onde  $d_s = \lambda_c / 2$  denota a distância entre elementos de antena adjacentes e  $\lambda_c$ , o comprimento de onda.

A conformação de feixe é obtida através da combinação linear do vetor de dados  $\mathbf{r}(i) = [r_1(i) \ r_2(i) \ \dots \ r_M(i)]^T$  com o vetor de coeficientes  $\mathbf{w} = [w_1 \ w_2 \ \dots \ w_M]^T \in \mathbb{C}^{M \times 1}$  do filtro conformador, resultando em

$$x(i) = \mathbf{w}^H \mathbf{r}(i). \quad (3)$$

### B. Filtro de LCMV

A formulação do filtro de LCMV foi inicialmente discutida em [1]. Tal formulação baseia-se na minimização da potência total na saída do arranjo de antenas enquanto o ganho na direção do sinal de interesse (SOI) é mantido constante e igual à unidade, isto é,

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{w}} \quad & \mathbf{w}^H \mathbf{R} \mathbf{w} \\ \text{sujeito a} \quad & \mathbf{w}^H \mathbf{a}(\theta_s) = 1 \end{aligned} \quad (4)$$

com  $\theta_s$  representando o ângulo de chegada do SOI. A solução para esse problema de otimização é dada por [1]

$$\mathbf{w}_{\text{opt}} = \frac{\mathbf{R}^{-1} \mathbf{a}(\theta_s)}{\mathbf{a}^H(\theta_s) \mathbf{R}^{-1} \mathbf{a}(\theta_s)} \quad (5)$$

onde  $\mathbf{R} = [\mathbf{r}(i) \mathbf{r}^H(i)]$  denota a matriz de covariância dos dados de entrada. A matriz  $\mathbf{R}$  não é usualmente conhecida *a priori* e portanto técnicas adaptativas são utilizadas para resolver (4). Um exemplo é o uso do algoritmo CLMS [1], o qual é baseado no uso de  $\mathbf{r}(i) \mathbf{r}^H(i)$  como uma aproximação instantânea para  $\mathbf{R}$  e no ajuste do vetor de coeficientes a partir da seguinte expressão de atualização [2], [5]:

$$\mathbf{w}(i+1) = [\mathbf{I} - \frac{\mathbf{a}(\theta_s) \mathbf{a}^H(\theta_s)}{M}] [\mathbf{w}(i) - 2\mu \bar{x}^*(i) \mathbf{r}(i)] + \frac{\mathbf{a}(\theta_s)}{M} \quad (6)$$

onde  $\mu$  corresponde ao passo de adaptação.

### C. Redução de Posto para Filtros de LCMV

O problema de otimização que leva aos filtros de LCMV de posto reduzido foi introduzido em [3] e [4]. Segundo os autores desses trabalhos, o objetivo é obter ganhos de desempenho a partir de uma redução de dimensionalidade que leve à extração das características mais importantes dos dados de entrada. Essa redução de dimensionalidade é obtida a partir da projeção de  $\mathbf{r}(i)$  em um subespaço de dimensão  $D < M$  usando uma matriz de projeção  $\mathbf{S}_D \in \mathbb{C}^{M \times D}$ . Assim, o vetor de dimensão  $D \times 1$  resultante de tal projeção é

$$\bar{\mathbf{r}}(i) = \mathbf{S}_D^H \mathbf{r}(i) \quad (7)$$

e a saída do filtro de posto reduzido pode ser escrita como

$$\bar{x}(i) = \bar{\mathbf{w}}^H \bar{\mathbf{r}}(i) = \bar{\mathbf{w}}^H \mathbf{S}_D^H \mathbf{r}(i) \quad (8)$$

onde  $\bar{\mathbf{w}} = [\bar{w}_1 \ \bar{w}_2 \ \dots \ \bar{w}_D]^T \in \mathbb{C}^{D \times 1}$  é o vetor de coeficientes do filtro de posto reduzido.

Visando conceber o filtro de posto reduzido, o seguinte problema de otimização é estabelecido [3]:

$$\begin{aligned} \min_{\bar{\mathbf{w}}, \mathbf{S}_D} \quad & \bar{\mathbf{w}}^H \mathbf{S}_D^H \mathbf{R} \mathbf{S}_D \bar{\mathbf{w}} \\ \text{sujeito a} \quad & \bar{\mathbf{w}}^H \mathbf{S}_D^H \mathbf{a}(\theta_s) = 1. \end{aligned} \quad (9)$$

Conforme discutido em [4], (9) não tem solução fechada devido à interdependência entre  $\mathbf{S}_D$  e  $\bar{\mathbf{w}}$  (isto é, a solução para  $\mathbf{S}_D$  requer o conhecimento de  $\bar{\mathbf{w}}$  e a solução para  $\bar{\mathbf{w}}$  requer o conhecimento de  $\mathbf{S}_D$ ). Assim, de maneira geral, soluções para (9) são buscadas usando algoritmos iterativos como o proposto em [3] e [4]. Tal algoritmo baseia-se na adaptação iterativa de  $\mathbf{S}_D$  e  $\bar{\mathbf{w}}$  usando as seguintes equações de atualização:

$$\mathbf{S}_D(i+1) = \mathbf{S}_D(i) - \mu_s \bar{x}^*(i) \{ \mathbf{r}(i) \bar{\mathbf{w}}^H(i) - [\mathbf{a}^H(\theta_s) \mathbf{a}(\theta_s)]^{-1} \mathbf{a}(\theta_s) \bar{\mathbf{w}}^H(i) \mathbf{a}^H(\theta_s) \mathbf{r}(i) \} \quad (10)$$

e

$$\bar{\mathbf{w}}(i+1) = \bar{\mathbf{w}}(i) - \mu_w \bar{x}^*(i) \bar{\mathbf{P}} \bar{\mathbf{r}}(i) \quad (11)$$

onde  $\mu_s$  e  $\mu_w$  são os passos de adaptação de  $\mathbf{S}_D$  e de  $\bar{\mathbf{w}}$ , respectivamente, e  $\bar{\mathbf{P}} = \{ \mathbf{I} - [\bar{\mathbf{a}}(\theta_s) \bar{\mathbf{a}}^H(\theta_s)] / [\bar{\mathbf{a}}^H(\theta_s) \bar{\mathbf{a}}(\theta_s)] \}$  com  $\bar{\mathbf{a}}(\theta_s) = \mathbf{S}_D^H \mathbf{a}(\theta_s)$ . Seguindo a nomenclatura utilizada em [6], esse algoritmo é denominado aqui JIO-CMV-SG (*joint iterative optimization - constrained minimum variance - stochastic gradient*).

### III. ALGORITMO PROPOSTO

Um dos principais problemas do algoritmo JIO-CMV-SG é a sua incapacidade em atender a restrição do problema de otimização descrito em (9) sob determinadas condições. Para verificar essa característica, multiplica-se primeiramente o hermitiano de (11) por  $\bar{\mathbf{a}}(\theta_s)$ , resultando em

$$\bar{\mathbf{w}}^H(i+1) \bar{\mathbf{a}}(\theta_s) = \bar{\mathbf{w}}^H(i) \bar{\mathbf{a}}(\theta_s) - \mu_w \bar{x}(i) \mathbf{r}^H(i) \bar{\mathbf{P}} \bar{\mathbf{a}}(\theta_s). \quad (12)$$

Como  $\bar{\mathbf{P}} \bar{\mathbf{a}}(\theta_s) = \mathbf{0}$ , (12) pode ser reescrita como

$$\bar{\mathbf{w}}^H(i+1) \bar{\mathbf{a}}(\theta_s) = \bar{\mathbf{w}}^H(i) \bar{\mathbf{a}}(\theta_s). \quad (13)$$

A partir de (13), é possível notar que, para  $\mathbf{a}(\theta_s)$  constante (ambiente estacionário), o vetor de conformação de feixe proporcionado por (11) mantém constante o ganho na direção do SOI entre iterações consecutivas ao invés de garantir ganho unitário. Assim, a restrição definida em (9) será atendida

durante todo o processo adaptativo de  $\bar{\mathbf{w}}$  se e somente se duas condições forem satisfeitas: i) o valor inicial  $\bar{\mathbf{w}}(0)$  resultar em  $\bar{\mathbf{w}}^H(0)\bar{\mathbf{a}}(\theta_s) = 1$ ; e ii) o ambiente for estacionário em relação a  $\mathbf{a}(\theta_s)$  (isto é, o usuário de interesse não deve mudar de posição ao longo do processo iterativo). Considerando que variações de  $\mathbf{a}(\theta_s)$  são comuns em sistemas reais de comunicações móveis, conclui-se que o vetor de conformação de feixe obtido através de (11) poderá, com certa frequência, produzir ganhos maiores ou menores do que o desejado na direção do SOI, implicando consumo excessivo de energia na transmissão (em casos de ganhos elevados) ou perda de desempenho em consequência de uma baixa potência de transmissão (em função da redução da razão sinal-ruído).

Com o objetivo de contornar os problemas do algoritmo JIO-CMV-SG, um novo algoritmo de posto reduzido baseado no problema de LCMV é desenvolvido nesta seção. O primeiro passo para o desenvolvimento desse algoritmo é a definição do seguinte lagrangiano [5] associado ao problema de otimização definido em (9):

$$\mathcal{L}(\mathbf{S}_D, \bar{\mathbf{w}}) = E[|\bar{\mathbf{w}}^H \mathbf{S}_D^H \mathbf{r}(i)|^2] + 2\Re[\lambda^* (\bar{\mathbf{w}}^H \mathbf{S}_D^H \mathbf{a}(\theta_s) - 1)] \quad (14)$$

onde  $\lambda$  representa o multiplicador de Lagrange referente à restrição de igualdade de (9). Usando agora o método do gradiente descendente [5], é possível definir uma equação de atualização para  $\mathbf{S}_D$ , isto é,

$$\mathbf{S}_D(i+1) = \mathbf{S}_D(i) - \mu_s \nabla \mathcal{L}_{\mathbf{S}_D^*} \quad (15)$$

onde  $\mu_s$  é o passo de adaptação e

$$\nabla \mathcal{L}_{\mathbf{S}_D^*} = \bar{\mathbf{x}}^*(i) \mathbf{r}(i) \bar{\mathbf{w}}^H(i) + 2\lambda^* \mathbf{a}(\theta_s) \bar{\mathbf{w}}^H(i) \quad (16)$$

representa o gradiente instantâneo de (14) em relação a  $\mathbf{S}_D^*(i)$ . Substituindo (16) em (15) e resolvendo a equação resultante para  $\lambda$  de tal forma que a restrição seja atendida para  $\mathbf{S}_D(i+1)$  [isto é,  $\bar{\mathbf{w}}^H(i) \mathbf{S}_D^H(i+1) \mathbf{a}(\theta_s) = 1$ ], obtém-se a seguinte equação de atualização:

$$\begin{aligned} \mathbf{S}_D(i+1) = & \mathbf{S}_D(i) - \mu_s \bar{\mathbf{x}}^*(i) [\mathbf{r}(i) \bar{\mathbf{w}}^H(i) \\ & - \frac{\mathbf{a}(\theta_s) \bar{\mathbf{w}}^H(i) \mathbf{a}^H(\theta_s) \mathbf{r}(i)}{M}] \\ & + [1 - \mathbf{a}^H(\theta_s) \mathbf{S}_D(i) \bar{\mathbf{w}}(i)] \frac{1}{M} \frac{\mathbf{a}(\theta_s) \bar{\mathbf{w}}^H(i)}{\bar{\mathbf{w}}^H(i) \bar{\mathbf{w}}(i)}. \end{aligned} \quad (17)$$

É importante notar que, se  $\mathbf{a}(\theta_s)$  não muda de uma iteração para outra, tem-se  $\mathbf{a}^H(\theta_s) \mathbf{S}_D(i) \bar{\mathbf{w}}(i) = 1$  e o termo  $[1 - \mathbf{a}^H(\theta_s) \mathbf{S}_D(i) \bar{\mathbf{w}}(i)]$  em (17) torna-se igual a zero. Nesse caso, (17) torna-se equivalente a (10).

Agora, visando desenvolver um processo iterativo para atualização de  $\bar{\mathbf{w}}$ , considera-se primeiramente que  $\mathbf{S}_D(i+1)$  já está disponível na  $i$ -ésima iteração após o seu cálculo usando (17). Com isso, é possível definir a seguinte equação de atualização a partir do método do gradiente descendente:

$$\bar{\mathbf{w}}(i+1) = \bar{\mathbf{w}}(i) - \mu_w \nabla \mathcal{L}_{\bar{\mathbf{w}}^*} \quad (18)$$

onde  $\mu_w$  é o passo de adaptação e

$$\nabla \mathcal{L}_{\bar{\mathbf{w}}^*} = \bar{\mathbf{x}}^*(i) \mathbf{S}_D^H(i+1) \mathbf{r}(i) + 2\lambda^* \mathbf{S}_D^H(i+1) \mathbf{a}(\theta_s) \quad (19)$$

representa o gradiente instantâneo de (14) com respeito a  $\bar{\mathbf{w}}^*(i)$ . Substituindo (19) em (18) e resolvendo a equação

resultante para o multiplicador de Lagrange de modo que  $\bar{\mathbf{w}}^H(i+1) \mathbf{S}_D^H(i+1) \mathbf{a}(\theta_s) = 1$ , obtém-se

$$\bar{\mathbf{w}}(i+1) = \bar{\mathbf{P}}[\bar{\mathbf{w}}(i) - \mu_w \bar{\mathbf{x}}^*(i) \bar{\mathbf{r}}(i)] + \frac{\bar{\mathbf{a}}(\theta_s)}{D}. \quad (20)$$

O algoritmo proposto é então definido pela adaptação de  $\mathbf{S}_D$  usando (17) seguida da adaptação de  $\bar{\mathbf{w}}$  utilizando (20).

Para verificar que o algoritmo proposto efetivamente leva a um vetor de coeficientes atualizado que sempre atende à restrição do problema descrito em (9), basta pré-multiplicar  $\bar{\mathbf{a}}(\theta_s)$  pelo hermitiano de (20), resultando em

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{w}}^H(i+1) \bar{\mathbf{a}}(\theta_s) = & [\bar{\mathbf{w}}(i) - \mu_w \bar{\mathbf{x}}^*(i) \bar{\mathbf{r}}(i)]^H \bar{\mathbf{P}}^H \bar{\mathbf{a}}(\theta_s) + \\ & \frac{\bar{\mathbf{a}}^H(\theta_s) \bar{\mathbf{a}}(\theta_s)}{D}. \end{aligned} \quad (21)$$

Como  $\bar{\mathbf{P}}^H \bar{\mathbf{a}}(\theta_s) = \mathbf{0}$  e  $\bar{\mathbf{a}}^H(\theta_s) \bar{\mathbf{a}}(\theta_s) = D$ , a partir de (21), obtém-se

$$\bar{\mathbf{w}}^H(i+1) \bar{\mathbf{a}}(\theta_s) = 1 \quad (22)$$

confirmando assim que o vetor de coeficientes atualizado pelo algoritmo proposto atende a restrição de (9) independentemente da inicialização do vetor de coeficientes.

## V. RESULTADOS DE SIMULAÇÃO

Nesta seção, são mostrados resultados de simulação a fim de verificar desempenho do algoritmo proposto em comparação com o algoritmo CLMS e o JIO-CMV-SG. Nesse contexto, os diferentes algoritmos são comparados em termos de SINR e de potência média do sinal desejado presente no sinal recebido pelo arranjo, expressa por  $E[\bar{\mathbf{w}}^H(i) \bar{\mathbf{d}}(i) \bar{\mathbf{d}}^H(i) \bar{\mathbf{w}}(i)]$  com  $\bar{\mathbf{d}}(i) = s_1(i) \bar{\mathbf{a}}(\theta_s)$ . Os resultados são obtidos via simulações de Monte Carlo (MC), considerando 200 realizações independentes. Um arranjo de antenas com 10 elementos é considerado, além de 8 usuários móveis (um de interesse e sete interferentes), todos transmitindo com potência unitária. O ruído aditivo é gaussiano e complexo com média zero e variância  $\sigma^2 = 0,1$ . Os passos de adaptação são ajustados experimentalmente, resultando em  $\mu_s = \mu_w = 0,0004$  para os algoritmos de posto reduzido e  $\mu = 0,0002$  para o CLMS. Considera-se ainda uma redução de posto de 10 para 4 no caso dos algoritmos de posto reduzido. Com respeito à inicialização dos coeficientes dos algoritmos de posto reduzido, duas estratégias distintas são consideradas. A primeira consiste em inicializar  $\bar{\mathbf{w}}$  e  $\mathbf{S}_D$  como proposto em [4], isto é,  $\bar{\mathbf{w}}(0) = [1 \ 0 \ \dots \ 0]^T$  e  $\mathbf{S}_D(0) = [\mathbf{I}_D^T \ \mathbf{0}_{D \times (M-D)}^T]$ , onde  $\mathbf{I}_D$  é uma matriz identidade de dimensão  $D$  e  $\mathbf{0}_{D \times (M-D)}$  é uma matriz de zeros com dimensão  $D \times (M-D)$ . A segunda estratégia consiste em inicializar os coeficientes de  $\bar{\mathbf{w}}$  de forma aleatória com distribuição normal, média zero e variância unitária, enquanto a inicialização de  $\mathbf{S}_D$  é feita como na primeira estratégia.

### A. Cenário Estacionário

O primeiro cenário de simulação considerado envolve um ambiente estacionário em relação a  $\mathbf{a}(\theta_s)$ , no qual o ângulo de chegada do SOI é  $30^\circ$  e os sinais interferentes atingem o arranjo com ângulos de  $-60^\circ$ ,  $-45^\circ$ ,  $-30^\circ$ ,  $-15^\circ$ ,  $0^\circ$ ,  $45^\circ$  e  $60^\circ$ . A Fig. 1 apresenta os resultados de simulação obtidos para esse cenário considerando a primeira estratégia de inicialização dos coeficientes. A partir dessa figura, é possível

verificar que o desempenho do algoritmo JIO-CMV-SG e o do algoritmo proposto são equivalentes. Verifica-se ainda, a partir do diagrama de irradiação da Fig. 1(a), que todos os algoritmos atendem a restrição de ganho unitário (0 dB) na direção do sinal de interesse ao final do processo. Isso já era esperado para o CLMS e para o algoritmo proposto, ao passo que, para o JIO-CMV-SG, a restrição é atendida como consequência do produto  $\bar{\mathbf{w}}^H(0)\bar{\mathbf{a}}(\theta_s)$  ser igual a 1 e também porque  $\mathbf{a}(\theta_s)$  não varia durante a operação do algoritmo [com isso,  $\bar{\mathbf{w}}^H(i)\bar{\mathbf{a}}(\theta_s)$  é mantido inalterado]. Os resultados apresentados na Fig. 2 são os obtidos usando a segunda estratégia de inicialização. Tais resultados mostram que a restrição de ganho unitário na direção do SOI não é atendida pelo algoritmo JIO-CMV-SG, uma vez que tal ganho encontra-se abaixo de  $-10$  dB ao final do processo [veja Fig. 2(a)]. A SINR, por sua vez, não sofre uma degradação tão considerável [veja Fig. 2(b)], uma vez que o ganho em outras direções também é reduzido e a potência do ruído aditivo é baixa. Verifica-se ainda, a partir da Fig. 2(c), que a parcela de potência do SOI presente na potência total do arranjo é levemente menor para o caso do algoritmo JIO-CMV-SG em comparação com o algoritmo proposto.

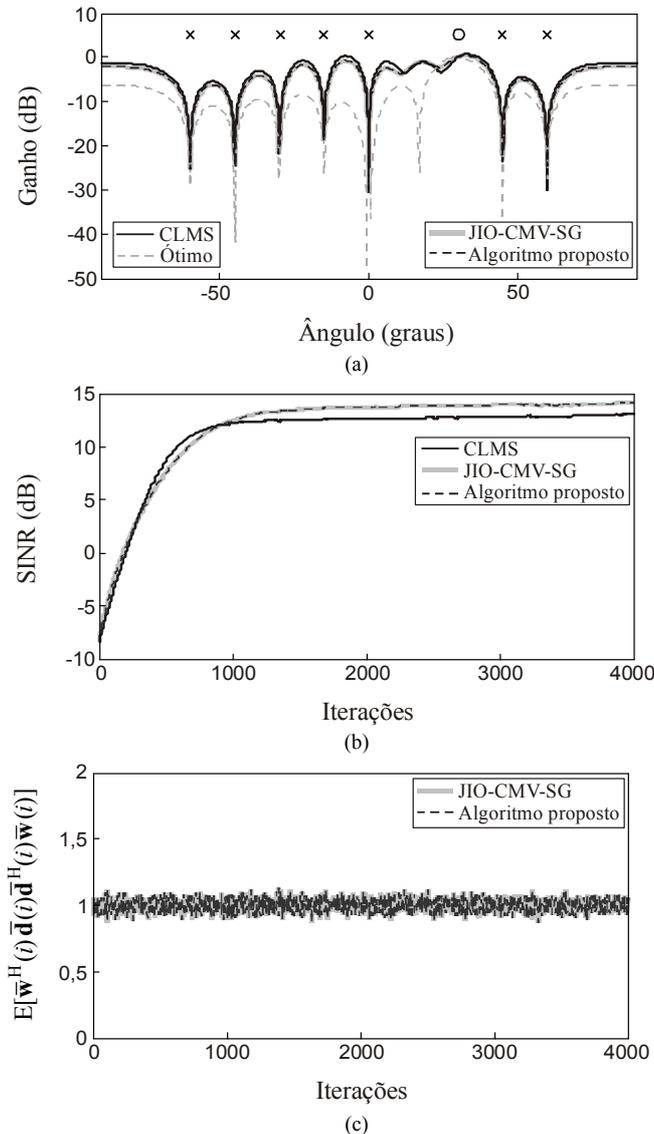


Fig. 1. Caso estacionário com inicialização proposta em [3], [4]. (a) Diagrama de radiação do arranjo de antenas. (b) Evolução da SINR. (c) Potência média do sinal desejado recebido pelo arranjo.

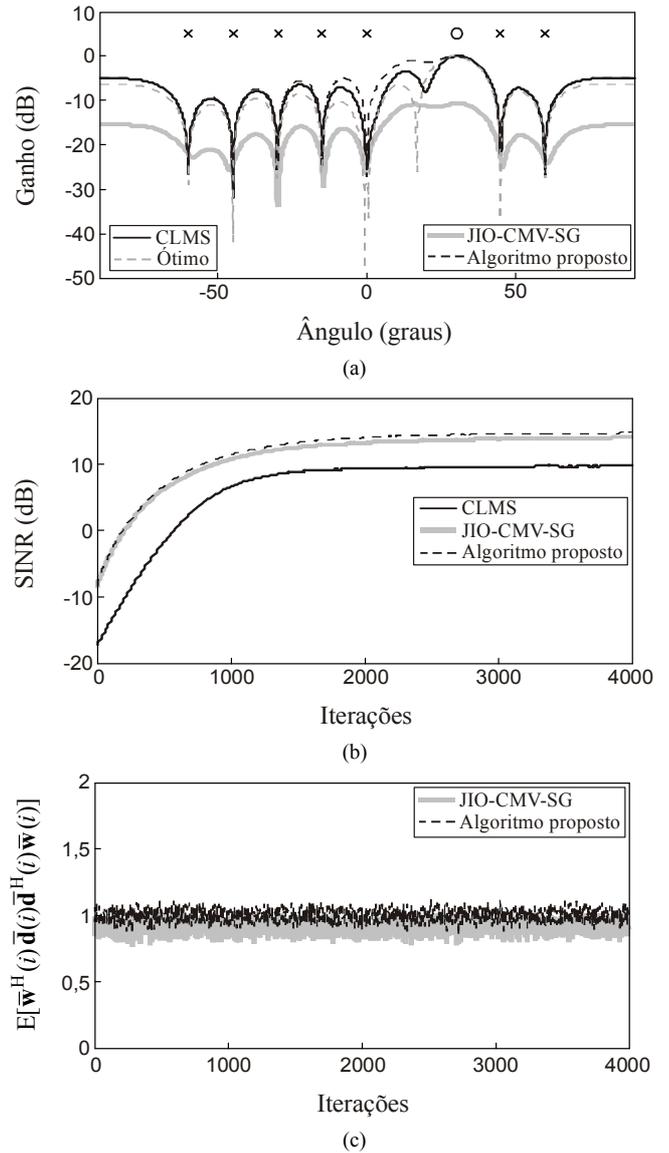


Fig. 2. Caso estacionário com inicialização aleatória. (a) Diagrama de radiação do arranjo de antenas. (b) Evolução da SINR. (c) Potência média do sinal desejado recebido pelo arranjo.

### B. Cenário Não Estacionário

O segundo cenário de simulação aqui considerado se aproxima mais de condições reais de operação por envolver movimento do usuário de interesse. Em tal cenário, os ângulos de chegada das interferências são constantes e iguais aos do cenário anterior. Por outro lado, o SOI atinge o arranjo inicialmente com ângulo de  $30^\circ$  e, a partir da iteração 2000, ele começa a se mover com velocidade angular constante até atingir  $45^\circ$  na iteração 3000, permanecendo em  $45^\circ$  até o final do experimento. Nessa posição final, a direção do SOI coincide com a direção de uma das interferências.

Os resultados obtidos para o cenário não estacionário estão mostrados na Fig. 3 (para a primeira estratégia de inicialização) e na Fig. 4 (para a segunda estratégia). A partir de tais figuras, observa-se que, mesmo com o uso da estratégia de inicialização proposta em [4], o desempenho do algoritmo JIO-CMV-SG sofre uma degradação considerável, resultando em uma SINR aproximadamente 10 dB menor do que a obtida com os outros algoritmos. Além disso, a potência do SOI na

saída do arranjo de antenas é praticamente reduzida a zero pelo algoritmo JIO-CMV-SG. Por outro lado, o desempenho do algoritmo proposto é muito bom mesmo durante o movimento do SOI, mantendo-se próximo ao desempenho do CLMS.

VI. CONCLUSÕES

Neste trabalho, um novo algoritmo adaptativo para conformação de feixe baseado no uso da abordagem LCMV em conjunto com uma estratégia de redução de posto foi apresentado. Esse algoritmo foi desenvolvido visando contornar os problemas apresentados pelo algoritmo JIO-CMV-SG, os quais são provenientes da incapacidade de tal algoritmo em atender a restrição de ganho unitário na direção do SOI sob determinadas condições. Em contraste com o JIO-CMV-SG, o algoritmo proposto é capaz de atender a restrição de ganho unitário independentemente das condições do problema, resultando em um melhor desempenho, particularmente em cenários não estacionários. Os resultados obtidos via simulações numéricas mostram que o desempenho do algoritmo proposto é superior ao do algoritmo JIO-CMV-SG.

REFERÊNCIAS

- [1] O. L. Frost, "An algorithm for linearly constrained adaptive array processing," *Proc. IEEE*, vol. 60, no. 8, pp. 926–935, Aug. 1972.
- [2] L. C. Godara, *Smart Antennas*. Boca Raton, FL: CRC Press, 2004.
- [3] R. C. de Lamare, "Adaptive reduced-rank LCMV beamforming algorithms based on joint iterative optimisation of filters," *Electron. Lett.*, vol. 44, no. 9, p. 565, Apr. 2008.
- [4] R. C. de Lamare, L. Wang, and R. Fa, "Adaptive reduced-rank LCMV beamforming algorithms based on joint iterative optimization of filters: Design and analysis," *Signal Processing*, vol. 90, no. 2, pp. 640–652, Feb. 2010.
- [5] S. Haykin, *Adaptive Filter Theory*, 4th ed. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall, 2002.
- [6] L. Wang, R. C. De Lamare, and M. Yukawa, "Adaptive reduced-rank constrained constant modulus algorithms based on joint iterative optimization of filters for beamforming," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 58, no. 6, pp. 2983–2997, Jun. 2010.

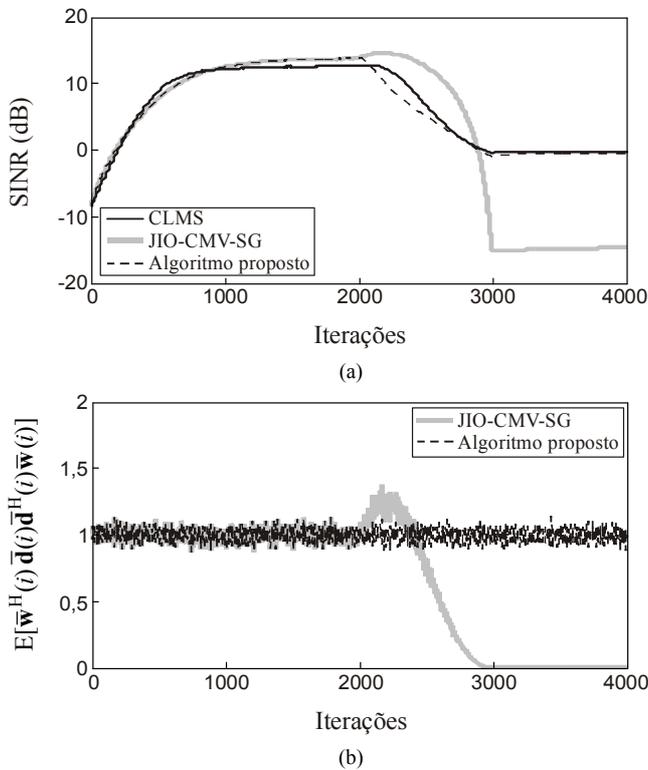


Fig. 3. Caso não estacionário com inicialização proposta em [3], [4]. (a) Evolução da SINR. (b) Potência média do sinal desejado recebido pelo arranjo.

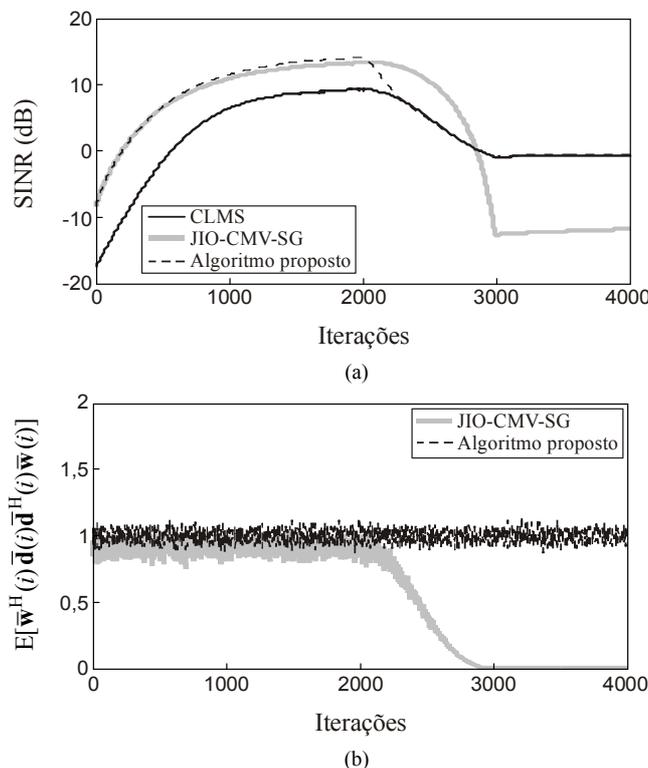


Fig. 4. Caso não estacionário com inicialização aleatória. (a) Evolução da SINR. (b) Potência média do sinal desejado recebido pelo arranjo.