

Efeito do Desbalanceamento de *Clusters* no Modelo

η - μ

Gustavo Rodrigues de Lima Tejerina e Michel Daoud Yacoub

Resumo— Estatística de ordem superior para o processo de fase de um modelo de desvanecimento η - μ generalizado é obtida. Tal estatística é derivada para o caso em que existe desbalanceamento de clusters de multipercorso entre componentes em fase e quadratura do sinal η - μ . Expressões exatas e fechadas são derivadas (i) para a distribuição conjunta de fase, de envoltória e de seus derivados no tempo, e (ii) para a taxa de cruzamento de fase. O efeito combinado de desbalanceamento de potência e de clusterização de multipercorso é explorado, tanto para a envoltória quanto para a fase.

Palavras-Chave— Modelo η - μ , distribuição de envoltória, estatísticas de segunda ordem, taxa de cruzamento de fase, pcr.

Abstract— Higher-order statistics for the phase process of a general η - μ fading model is obtained. In particular, such statistics is derived for the case in which imbalance of multipath clusters between in-phase and quadrature signals in the η - μ fading model exists. Exact, closed-form expressions for (i) the joint probability density function of the envelope, phase, and their time derivatives and (ii) the phase crossing rate are obtained. The combined effect of power imbalance as well as multipath clustering imbalance is then explored, both for the envelope and the phase.

Keywords— η - μ modeling, envelope distribution, high order statistics, phase crossing rate, pcr.

I. INTRODUÇÃO

Com o intuito de melhor descrever o comportamento de canal rádio-móvel, diversos modelos de desvanecimento têm sido propostos. Em geral, estes modelos são conhecidos pela função densidade de probabilidade (FDP) da envoltória do sinal que representam. Estudos demonstraram que a distribuição Lognormal descreve bem a variação de sinal de longo prazo [1]. Já a variação de sinal de curto prazo é bem definida por distribuições clássicas na literatura, sendo estas: Rayleigh [2], Hoyt [3], Rice [4] e Nakagami- m [5]. Em particular, Rayleigh, Hoyt e Rice foram obtidas a partir de modelos físicos que abrangiam tanto a envoltória quanto a fase. Por outro lado, a distribuição Nakagami- m foi proposta de forma empírica, e contemplava apenas a envoltória. Da mesma forma, outras distribuições mais gerais, tais como α - μ [6], κ - μ [7] e η - μ [7] também foram propostas visando somente a envoltória. Portanto, a distribuição de fase destas distribuições é tema em aberto e sujeito a pesquisa. Neste sentido, surgiram, para estas, algumas propostas de modelo para a distribuição conjunta fase-envoltória. Especificamente, para Nakagami- m , uma proposta inicial apareceu em [8], tendo evoluído para uma condição

mais geral em [9]. Para as distribuições η - μ e κ - μ , as propostas referentes às versões de sinais complexos aparecem em [10] e em [11], respectivamente. Para a η - μ , em particular, uma expansão do modelo de sinal complexo foi apresentado em [12]. Neste, no entanto, contemplava-se apenas a distribuição conjunta fase-envoltória com foco nas derivações da fase.

Decorrente do multipercorso, o sinal está sujeito a uma série de flutuações aleatórias, afetando tanto fase quanto envoltória. Assim, a caracterização destas variações torna-se um tópico de estudo importante, pois permite uma melhor compreensão dos fenômenos de desvanecimento. Uma medida de caracterização das variações de fase é dada pela taxa de cruzamento de fase (PCR, do inglês *Phase Crossing Rate*). A PCR indica o número médio de cruzamentos ascendentes (ou descendentes) por tempo de um sinal em um determinado nível de fase. Esta estatística de segunda ordem é de grande importância nos estudos de sinais e foi apresentada no artigo pioneiro de [4], com o intuito de avaliar *clicks* ruidosos em sistemas FM. Desde então, uma série de trabalhos foi publicada buscando compreender o comportamento da fase por meio da PCR. Alguns concluíram que a PCR é indispensável para o desenvolvimento de esquemas ótimos de recuperação da portadora na sincronização de subsistemas em receptores coerentes [13]. Da mesma forma, [14] verificou que a PCR é uma estatística interessante para medir a performance de receptores FM usando um detector discriminador-limitado, em que *spikes* aleatórios FM gerados por saltos na fase deterioram a performance da taxa de erro. Outros usos concernem a definição do número médio de *spikes* ruidosos e de eventos *slipping* [13, 15], e a determinação do formato dos *spikes* ruidosos [16]. Visando caracterizar estes diversos efeitos, estudos da PCR foram conduzidos para os mais diversos canais: Rayleigh e Rice [17, 18, 19, 20], Hoyt (ou Nakagami- q) [21], Weibull [22], Nakagami- m [23], η - μ [24] e α - μ [25].

O objetivo deste artigo é aprofundar os estudos sobre os efeitos da introdução do desbalanceamento de *clusters* de multipercorso no modelo η - μ proposto em [12]. Dentre estes, ressalta-se a influência do parâmetro de desbalanceamento no comportamento tanto da envoltória quanto das estatísticas de segunda ordem relativos à fase do sinal. Apesar da clara evidência que estes estão relacionados, não foi possível determinar uma expressão fechada que contemplasse a envoltória. E por isso, gráficos serão apresentados para ilustrar tal influência. Formulações exatas e fechadas para a PCR serão apresentadas.

O presente artigo está estruturado da seguinte forma: Seção II revisita o modelo η - μ ; a Seção III apresenta o desenvolvimento matemático para obtenção da PCR; a Seção IV explora as expressões ilustrando gráficos da distribuição da envoltória

Gustavo R. de L. Tejerina e Michel D. Yacoub estão no Laboratório de Tecnologia Sem Fio (Wisstek), Departamento de Comunicações, Faculdade de Engenharia Elétrica e Computação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas-SP, Brasil, E-mails: [tejerina,michel]@decom.fee.unicamp.br. Este trabalho foi parcialmente financiado pelo CNPq 141804/2014-9.

e da PCR em termos de diversos parâmetros arbitrários.

II. MODELO η - μ

A caracterização do modelo físico para um sinal complexo η - μ foi apresentada em [10]. Neste, foram derivadas distribuições conjuntas fase-envoltória baseado no equilíbrio de *clusters* de multipercurso em fase e em quadratura. Posteriormente, [12] propôs uma nova abordagem em que o desbalanceamento de *clusters* de multipercurso nas componentes fase e quadratura alteraria, até então, a distribuição resultante de fase.

O sinal complexo η - μ é dado por $S = X + jY$ com X e Y denotando, respectivamente, as partes real e imaginária de S . A envoltória R é definida por $R = |S|$, enquanto que a fase Θ é dada por $\Theta = \arg(X + jY)$. Considerando $X^2 = \sum_{i=1}^{2\mu_X} X_i^2$ e $Y^2 = \sum_{i=1}^{2\mu_Y} Y_i^2$ com X_i e Y_i sendo variáveis Gaussianas com média nula e variâncias arbitrárias σ_X^2 e σ_Y^2 , e, μ_X e μ_Y o número de *clusters* de multipercurso em fase e em quadratura. Por apresentar funções distintas, no Formato 1 X_i e Y_i são processos independentes com $E[X_i] = E[Y_i] = 0$, $E[X_i^2] = \sigma_X^2$ e $E[Y_i^2] = \sigma_Y^2$, e o parâmetro $0 < \eta < \infty$ se relaciona com a razão entre potências entre os *clusters* de multipercurso na forma $\eta = \frac{\sigma_X^2}{\sigma_Y^2}$. No Formato 2, X_i e Y_i são processos correlacionados com $E[X_i] = E[Y_i] = 0$, $E[X_i^2] = E[Y_i^2] = \hat{r}^2$, e o parâmetro $-1 < \eta < 1$ se relaciona com a correlação entre os *clusters* de multipercurso na forma $\eta = \frac{E[X_i Y_i]}{\hat{r}^2}$. Desta forma, para uma envoltória R ($r \geq 0$), fase Θ ($-\pi \leq \theta \leq \pi$) a FDP conjunta fase-envoltória do modelo η - μ no Formato 1 é dada por [12]

$$f_{R,\Theta}(r, \theta) = \frac{r^{4\mu-1} \mu^{2\mu} (1-p)^{\mu(1-p)} (1+\eta)^{2\mu}}{\hat{r}^{4\mu} \eta^{\mu(1+p)} (1+p)^{-\mu(1+p)}} \times \frac{|\cos(\theta)|^{2\mu(1+p)-1} |\sin(\theta)|^{2\mu(1-p)-1}}{\Gamma(\mu(1+p)) \Gamma(\mu(1-p))} \times \exp\left(-\frac{r^2(1+\eta)\mu(1+p)\cos(\theta)^2}{\eta \hat{r}^2}\right) \times \exp\left(-\frac{r^2(1+\eta)\mu(1-p)\sin(\theta)^2}{\hat{r}^2}\right) \quad (1)$$

em que, p ($-1 \leq p \leq 1$) é o parâmetro que quantifica a distribuição relativa de *clusters* de multipercurso nas componentes fase e quadratura componente $\hat{r} = \sqrt{E[R^2]}$ é o valor rms, $\Gamma[\cdot]$ é a função Gamma e $E[\cdot]$ indica o operador esperança.

Dada a FDP conjunta fase-envoltória, integrando-a nos intervalos apropriados, obtém-se a distribuição marginal ou a FDP de fase no modelo η - μ [12]

$$f_{\Theta}(\theta) = \frac{(1-p)^{\mu(1-p)} (1+p)^{\mu(1+p)}}{(1+p+\eta-p\eta + (1+p-\eta+p\eta)\cos(2\theta))^{2\mu}} \times \frac{\eta^{\mu(1-p)} |\sin(2\theta)|^{2\mu-1} \Gamma(2\mu)}{|\tan(\theta)|^{2\mu p} \Gamma(\mu(1+p)) \Gamma(\mu(1-p))} \quad (2)$$

com $-\pi \leq \theta \leq \pi$.

Vale ressaltar que no caso balanceado ($p = 0$), a Equação (2) reduz-se à FDP de fase da distribuição original [10, Eq.

9]. Ainda, para $\mu = \frac{m}{2}$ e $\eta = \frac{1+p}{1-p}$, a Equação (2) reduz-se à FDP de fase Nakagami- m Generalizada [9, Eq. 10].

Até então, a modelagem proposta em [12] não contemplava nenhuma análise relativa aos efeitos do parâmetro p na envoltória do sinal, pois, acreditava-se que como em [9] o desbalanceamento de *clusters* afetaria apenas a fase. No entanto, estudos recentes indicam a situação oposta. Apesar do resultado, não foi possível obter uma expressão fechada que indicasse o comportamento da FDP da envoltória. Para tal, serão apresentados, na Seção IV, gráficos que comprovam esta influência obtidos por meio de métodos numéricos de integração.

III. DEFINIÇÃO DA TAXA DE CRUZAMENTO DE FASE

Em comunicações sem fio, as estatísticas de segunda ordem (ou ordem superior) caracterizam as variações aleatórias da envoltória e da fase de um sinal desvanecido. Referente à variação de fase, a estatística comumente utilizada é a PCR. Tanto para a fase quanto para a envoltória, estas estatísticas foram determinadas em fórmulas fechadas para canais de desvanecimento η - μ [24].

Sendo assim, é válido afirmar que o modelo definido em [12] pode interferir nas estatísticas de ordem superior devido ao seu envolvimento direto com a distribuição de fase. Portanto, o objetivo desta seção é apresentar novas formulações para a PCR de canais de desvanecimento η - μ , mais especificamente, relativas ao Formato 1.

A PCR, indicada por $N_{\Theta}(\theta)$, é expressa por

$$N_{\Theta}(\theta) = \int_0^{\infty} \dot{\theta} f_{\Theta, \dot{\Theta}}(\theta, \dot{\theta}) d\dot{\theta} \quad (3)$$

em que $f_{\Theta, \dot{\Theta}}(\theta, \dot{\theta})$ denota a FDP conjunta da fase Θ e de sua derivada temporal $\dot{\Theta}$.

Com o intuito de facilitar os cálculos envolvidos no desenvolvimento da distribuição fase-envoltória, definiu-se uma variável genérica $Z^2 = \sum_{i=1}^{2\mu_Z} Z_i^2$, em que Z_i é uma variável Gaussiana independente com $E[Z_i] = 0$ e $E[Z_i^2] = \frac{\Omega_Z}{2\mu_Z}$. Desta forma, considera-se que $Z = X$ ou $Z = Y$ e seus respectivos parâmetros $\mu_Z = \mu_X$ ou $\mu_Z = \mu_Y$, e $\Omega_Z = \Omega_X$ ou $\Omega_Z = \Omega_Y$ e que sua FDP é definida por

$$f_Z(z) = \frac{\mu_Z^{\mu_Z} |z|^{2\mu_Z-1}}{\Omega_Z^{\mu_Z} \Gamma(\mu_Z)} \exp\left(-\frac{\mu_Z z^2}{\Omega_Z}\right), \quad -\infty < z < \infty \quad (4)$$

com $\mu_Z > 0$.

No Formato 1 da distribuição η - μ , o parâmetro η representa a razão entre potências das ondas dispersadas nos componentes fase e quadratura. Portanto, a variância para os processos X_i e Y_i é dada, respectivamente, por $\sigma_{X_i}^2 = \frac{\Omega_X}{2\mu_X}$ e $\sigma_{Y_i}^2 = \frac{\Omega_Y}{2\mu_Y}$ em que Ω_X e Ω_Y são indicadores de potência denotados por $\Omega_X = \frac{\hat{r}^2}{(1+\eta^{-1})}$ e $\Omega_Y = \frac{\hat{r}^2}{(1+\eta)}$. Também, $\mu_X = (1+p)\mu$ e $\mu_Y = (1-p)\mu$ são dados em função do parâmetro p que quantifica a distribuição relativa dos *clusters* de multipercurso.

Para definir a FDP conjunta, aplica-se a mesma estratégia utilizada em [8] e em [24]. Nestes, considera-se que cada componente Z pode ser reescrita como $Z = S|Z|$, em que $S = \text{sgn}(Z)$ (sinal de Z), e $|Z|$ segue a distribuição Nakagami- m .

$$f_{X,\dot{X},Y,\dot{Y}}(x,\dot{x},y,\dot{y}) = \frac{\mu^{2\mu+1}(1+\eta)^{2\mu+1}(1-p)^{\mu(1-p)}(1+p)^{\mu(1+p)}(1-p^2)^{\frac{1}{2}}|x|^{2\mu(1+p)-1}|y|^{2\mu(1-p)-1}}{2\pi^3 f_m^2 \hat{r}^{4\mu+2} \eta^{\mu(1+p)+\frac{1}{2}} \Gamma(\mu(1+p)) \Gamma(\mu(1-p))} \times \exp \left[-\frac{\mu(1+\eta)}{2\pi^2 f_m^2 \hat{r}^2} \left((1-p)\dot{y}^2 + \frac{(1+p)\dot{x}^2}{\eta} \right) - \frac{\mu(1+\eta)}{\hat{r}^2} \left((1-p)y^2 + \frac{(1+p)x^2}{\eta} \right) \right] \quad (5)$$

$$f_{R,\dot{R},\Theta,\dot{\Theta}}(r,\dot{r},\theta,\dot{\theta}) = \frac{\mu^{2\mu+1}(1+\eta)^{2\mu+1}(1-p)^{\mu(1-p)}(1+p)^{\mu(1+p)}(1-p^2)^{\frac{1}{2}} r^{4\mu} |\sin(2\theta)|^{2\mu-1}}{2^{2\mu} \pi^3 f_m^2 \hat{r}^{4\mu+2} \eta^{\mu(1+p)+\frac{1}{2}} |\tan\theta|^{2\mu p} \Gamma(\mu(1+p)) \Gamma(\mu(1-p))} \times \exp \left[-\frac{\mu(1+\eta)}{2\pi^2 f_m^2 \hat{r}^2} \left(\frac{(1+p)(\dot{r} \cos(\theta) - r \dot{\theta} \sin(\theta))^2}{\eta} + (1-p)(r \dot{\theta} \cos(\theta) + \dot{r} \sin(\theta))^2 \right) \right] \times \exp \left[-\frac{\mu(1+\eta)r^2}{\hat{r}^2} \left((1-p) \sin^2(\theta) + \frac{(1+p) \cos^2(\theta)}{\eta} \right) \right] \quad (6)$$

$$f_{\Theta,\dot{\Theta}}(\theta,\dot{\theta}) = \frac{16^\mu \pi^{4\mu-\frac{1}{2}} f_m^{4\mu} \Gamma(2\mu + \frac{1}{2}) (1-p)^{\mu(1-p)+\frac{1}{2}} (1+p)^{\mu(1+p)+\frac{1}{2}} |\sin(2\theta)|^{2\mu-1} |\tan(\theta)|^{-2\mu p}}{2^{2\mu-1} \eta^{-\mu(1+p)-1/2} \Gamma(\mu(1+p)) \Gamma(\mu(1-p))} \times \frac{[\eta + \cos(2\theta)(-\eta + \eta p + p + 1) - \eta p + p + 1]^{2\mu}}{\Lambda^{2\mu+\frac{1}{2}}} \quad (7)$$

$$\Lambda = 3\pi^2 f_m^2 \eta^2 + 2\pi^2 f_m^2 \eta - 4\pi^2 f_m^2 \cos(2\theta) (\eta^2 + (\eta^2 - 1)p^2 - 2(\eta^2 + 1)p - 1) + 3\pi^2 f_m^2 \eta^2 p^2 - 2\pi^2 f_m^2 \eta p^2 + 3\pi^2 f_m^2 p^2 + \pi^2 f_m^2 \cos(4\theta)(-\eta + \eta p + p + 1)^2 - 6\pi^2 f_m^2 \eta^2 p + 6\pi^2 f_m^2 p + 3\pi^2 f_m^2 + 4\eta \phi^2 - 4\eta p^2 \phi^2.$$

Assim, podemos representar $Z = SN$, com N denotando a variável Nakagami- m . Realizando o processo de diferenciação no tempo, obtem-se $\dot{Z} = \dot{S}N + S\dot{N}$. Por representar uma função sinal, S deve assumir valores constantes ± 1 , salvo nos instantes de transição ($-1 \rightarrow +1$ e $+1 \rightarrow -1$), portanto, infere-se que \dot{S} é nulo. Também, $|Z|$ é nulo, pois, Z é constante e os instantes de transição ocorrem exatamente nos instantes de cruzamento em zero de Z . Todas estas considerações implicam nas seguintes definições $\dot{S}N = 0$ e $\dot{Z} = S\dot{N}$. Sabendo que \dot{N} é gaussiano e independente de N [26], infere-se que \dot{Z} está condicionado a Z e segue uma distribuição Gaussiana com os mesmo parâmetros de \dot{N} . Com isso, é possível concluir que \dot{Z} é independente de Z [26]. Desta forma, entende-se que \dot{X} e \dot{Y} seguem uma distribuição Gaussiana de média nula com desvio padrão $\sigma_{\dot{X}} = \pi f_m \sqrt{\frac{\hat{r}^2}{\mu_X(1+\eta^{-1})}}$ e $\sigma_{\dot{Y}} = \pi f_m \sqrt{\frac{\hat{r}^2}{\mu_Y(1+\eta)}}$, respectivamente, sendo f_m o desvio Doppler máximo em Hertz. Sendo assim, a FDP conjunta X, \dot{X}, Y e \dot{Y} é denotada como $f_{X,\dot{X},Y,\dot{Y}}(x,\dot{x},y,\dot{y}) = f_X(x) \times f_Y(y) \times f_{\dot{X}}(\dot{x}) \times f_{\dot{Y}}(\dot{y})$ (5).

Em seguida, a FDP conjunta da envoltória R , da fase Θ e das respectivas derivadas no tempo \dot{R} e $\dot{\Theta}$ é determinada como $f_{R,\dot{R},\Theta,\dot{\Theta}}(r,\dot{r},\theta,\dot{\theta}) = |J| \times f_{X,\dot{X},Y,\dot{Y}}(x,\dot{x},y,\dot{y})$, em que $|J| = R^2$ é o Jacobiano das transformações $X = R \cos(\Theta)$, $Y = R \sin(\Theta)$, $\dot{X} = \dot{R} \cos(\Theta) - R \dot{\Theta} \sin(\Theta)$ e $\dot{Y} = \dot{R} \sin(\Theta) + R \dot{\Theta} \cos(\Theta)$. Assim, com as devidas substituições de variáveis, a $f_{R,\dot{R},\Theta,\dot{\Theta}}(r,\dot{r},\theta,\dot{\theta})$ é dada por (6).

Em condições apropriadas ($\eta = \frac{1+p}{1-p}$ e $\mu = \frac{m}{2}$), (6) reduz de maneira exata ao caso generalizado Nakagami- m [9, Eq. 25], e, quando $p = 0$, reduz ao proposto em [24, Eq. 8]. Vale ressaltar que por meio de (6) e efetuando as devidas integrações, algumas FDPs conjuntas, exatas e em forma fechada podem

ser encontradas, entre estas destaca-se $f_{\Theta,\dot{\Theta}}(\theta,\dot{\theta})$ definida em (7).

Com isso, substituindo (7) em (3), tem-se a PCR para a distribuição generalizada η - μ . Este procedimento resultou na seguinte equação

$$N_{\Theta}(\theta) = \frac{(1-p)^{\mu(1-p)} \eta^{\mu(1-p)-\frac{1}{2}} |\sin(2\theta)|^{2\mu-1} |\tan(\theta)|^{-2\mu p}}{(\eta + \cos(2\theta)(-\eta + \eta p + p + 1) - \eta p + p + 1)^{2\mu-1}} \times \frac{\sqrt{\pi} f_m \Gamma(2\mu - \frac{1}{2}) (1+p)^{\mu(1+p)}}{2^{\frac{3}{2}} \sqrt{1-p^2} \Gamma(\mu(p+1)) \Gamma(\mu(1-p))}. \quad (8)$$

O processo de verificação de (8) foi realizado, primeiramente, substituindo $p = 0$. Neste, observou-se que a equação reduz exatamente à expressão definida no modelo precedente da distribuição η - μ [24, Eq. (12)]. Em seguida, substituindo $\mu = \frac{m}{2}$ e $\eta = \frac{1+p}{1-p}$, obtêm-se o caso generalizado Nakagami- m [9, Eq. (28)], e, em consequência, $p = 0$ resulta no modelo restrito de Nakagami- m [8, Eq. (12)]. Finalmente, (8) reduz ao caso Hoyt, ao substituir $\mu = 0.5$ e $p = 0$ [21, Eq. (10)]. Neste, a PCR é constante e, portanto, independe do nível de fase θ .

IV. GRÁFICOS E RESULTADOS

A. Distribuição da Envoltória

Os gráficos a seguir esboçam a FDP da envoltória R normalizada em função de \hat{r} ($\rho = \frac{r}{\hat{r}}$). A Figura 1 ilustra o comportamento da envoltória para valores arbitrários de p , $\eta = 0.5$ e $\mu = 0.5$. Da mesma forma, a Figura 2 demonstra a FDP da envoltória, desta vez, para $\mu = 0.5$, $p = 0.5$ e η considera valores arbitrários. Observe que a influência do parâmetro p é nítida e as curvas, apesar da semelhança, se comportam de

forma única. Repare, na Figura 1, que o aumento de p implica no deslocamento da massa de probabilidade para uma região mais próxima da origem. E, na Figura 2, o crescimento gradual de η impõe, exatamente, a situação oposta. Vale ressaltar, por esta breve análise, que os parâmetros p e η atuam de forma distinta na envoltória como um todo. Outro aspecto interessante da envoltória está no aumento do parâmetro μ associado a p (Fig. 1). Para $\mu \leq 0.5$, os picos de amplitude vão crescendo com o aumento gradual de p (Fig. 1).

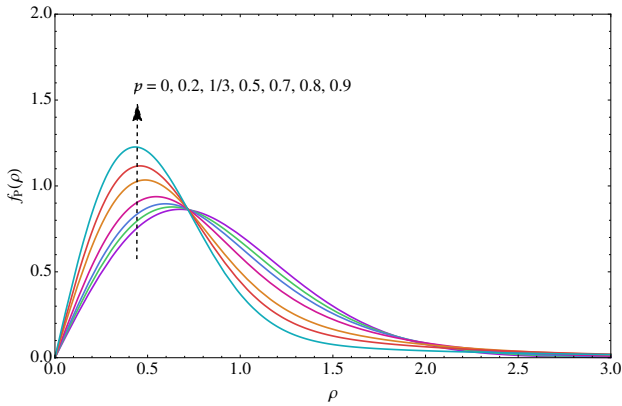


Fig. 1. FDP da envoltória com $\eta = 0.5$, $\mu = 0.5$ e parâmetro p variando.

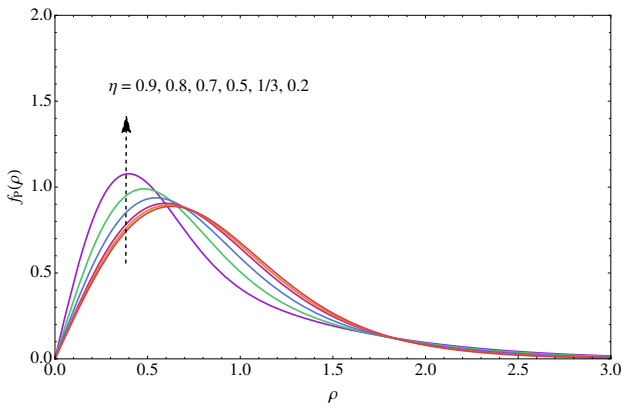


Fig. 2. FDP da envoltória com $p = 0.5$, $\mu = 1.5$ e parâmetro η variando.

B. PCR

Alguns gráficos serão apresentados para ilustrar o comportamento da PCR normalizada em termos de $f_m(N_{\Theta}(\theta)/f_m)$. A Figura 3, esboça a PCR para valores arbitrários de p , $\eta = 0.5$, e $\mu = 0.5$. A escolha do valor de μ foi proposital, pois, em condições normais, esperaria-se, como foi comentado anteriormente, uma redução ao caso Hoyt. Vislumbrando a Figura 3, observa-se a notória influência do parâmetro p na PCR. Para $p = 0$, a curva se caracterizou de forma idêntica ao caso Hoyt. Já para $p > 0$, as curvas apresentam um deslocamento gradual na amplitude, ou seja, com o aumento de p , os pontos de convergência na amplitude vão reduzindo a 0, para $\theta = -\frac{\pi}{2}$ ou $\theta = \frac{\pi}{2}$. Finalmente, observa-se que as curvas apresentam um comportamento periódico com período π e tendem ao infinito em múltiplos inteiros de π , exceto,

obviamente, para $p = 0$. Ao variar o parâmetro p com valores negativos, um comportamento semelhante porém invertido é observado (Fig. 4). No modelo precedente da distribuição η - μ , para $\mu < 0.5$ e $p = 0$, as curvas da PCR são convexas tendendo ao infinito em múltiplos inteiros de $\frac{\pi}{2}$ e a amplitude não ultrapassa a linha definida em $\mu = 0.5$ [24]. Portanto, para verificar este comportamento, na Figura 5, esboçou-se a PCR para valores arbitrários de p , $\eta = 0.5$ e $\mu = 0.35$. Observa-se que a convergência, nos pontos $-\frac{\pi}{2}$ e $\frac{\pi}{2}$, vai se invertendo de infinito para zero. A Figura 6 demonstra o comentado acima por meio de uma ótica diferente, desta vez, os valores fixos estão em p e η , enquanto μ é variado. Finalmente, a Figuras 7 ilustra, mais uma vez, como os parâmetros η e p desempenham funções distintas, afetando de forma diversa no comportamento da PCR.

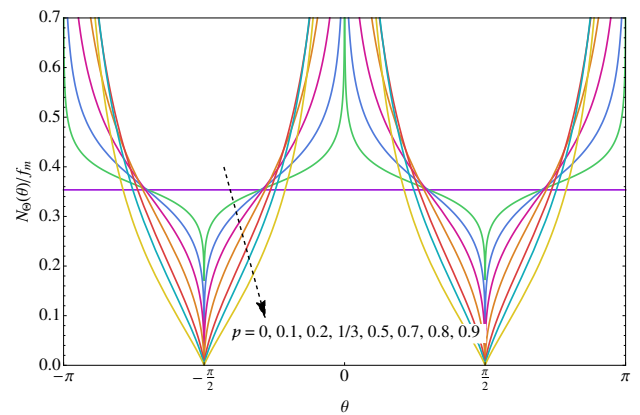


Fig. 3. PCR com $\eta = 0.5$, $\mu = 0.5$ e parâmetro p variando.

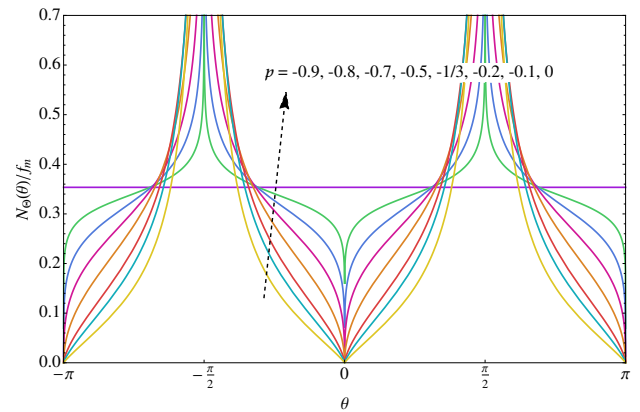
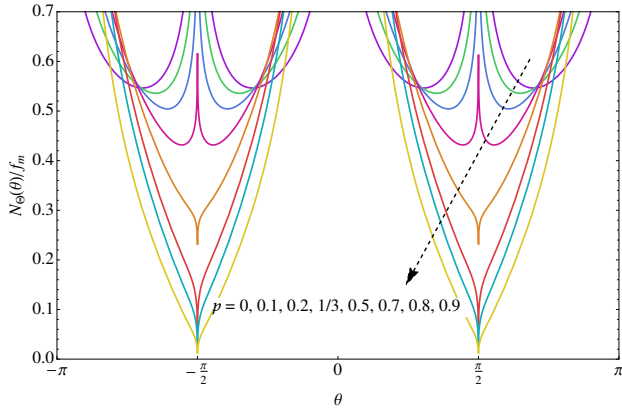
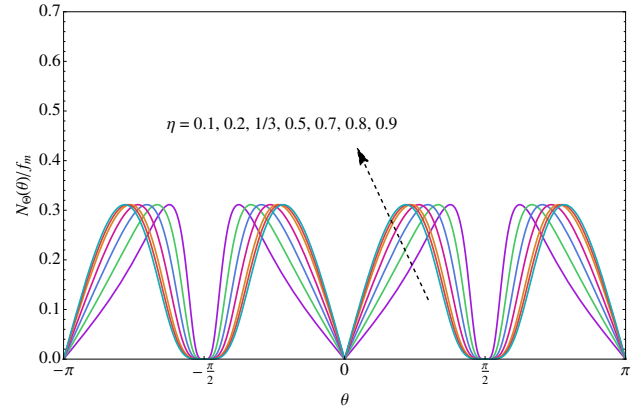
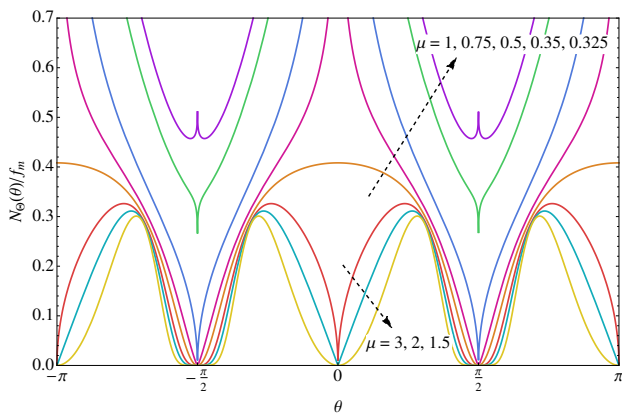


Fig. 4. PCR com $\eta = 0.5$, $\mu = 0.5$ e parâmetro p negativo variando.

V. CONCLUSÕES

Visando aprofundar a modelagem introduzida em [12], este artigo explorou a influência do desbalanceamento de *clusters* de multipercurso em estatísticas de primeira e segunda ordem para um sinal complexo η - μ . Embora formulações fechadas para envoltória não tenham sido encontradas, um estudo numérico associado ao esboço de gráficos demonstrou que o parâmetro p também afeta sua distribuição. Ainda, uma expressão, nova, exata para a taxa de cruzamento de fase


 Fig. 5. PCR com $\eta = 0.5$, $\mu = 0.35$ e parâmetro p variando.

 Fig. 7. PCR com $p = 0.5$, $\mu = 1.5$ e parâmetro η variando.

 Fig. 6. PCR com $p = 0.5$, $\eta = 0.5$ e parâmetro μ variando.

foi derivada e gráficos foram apresentados para ilustrar tal comportamento. Trabalhos futuros envolvem um estudo mais detalhado sobre a envoltória que contemple uma expressão ou, até mesmo, uma aproximação para sua distribuição marginal.

REFERÊNCIAS

- [1] M. D. Yacoub, *Foundations of Mobile Radio Engineering*. Taylor & Francis, 1993.
- [2] L. Rayleigh, "Xii. on the resultant of a large number of vibrations of the same pitch and of arbitrary phase," *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, vol. 10, no. 60, pp. 73–78, 1880.
- [3] R. S. Hoyt, "Probability functions for the modulus and angle of the normal complex variate," *Bell System Technical Journal*, vol. 26, no. 2, pp. 318–359, 1947.
- [4] S. O. Rice, "Statistical properties of a sine wave plus random noise," *Bell System Technical Journal*, vol. 27, pp. 109–157, January 1948.
- [5] M. Nakagami, "The m-distribution – a general formula of intensity distribution of rapid fading," *Statistical Methods in Radio Wave Propagation: Proceedings of a Symposium held June 18-20*, pp. 3–36, 1960.
- [6] M. D. Yacoub, "The α - μ distribution: A physical fading model for the stacy distribution," *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 56, pp. 27–34, January 2007.
- [7] M. D. Yacoub, "The κ - μ ; distribution and the η - μ distribution," *IEEE Antennas and Propagation Magazine*, vol. 49, pp. 68–81, February 2007.
- [8] M. D. Yacoub, G. Fraidenraich, and J. C. S. Santos Filho, "Nakagami-m phase-envelope joint distribution," *Electronics Letters*, vol. 41, no. 5, pp. 259–261, 2005.
- [9] M. D. Yacoub, "Nakagami-m phase-envelope joint distribution: A new model," *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 59, no. 3, pp. 1552–1557, 2010.
- [10] D. B. Costa and M. D. Yacoub, "The η - μ joint phase-envelope distribution," *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, vol. 6, pp. 195–198, 2007.
- [11] U. S. Dias and M. D. Yacoub, "The κ - μ phase-envelope joint distribution," *IEEE Transactions on Communications*, vol. 58, no. 1, pp. 40–45, 2010.
- [12] G. R. L. Tejerina and M. D. Yacoub, "Distribuição conjunta de fase-envoltória η - μ : uma nova abordagem," *XXXI Simpósio Brasileiro de Telecomunicações*, vol. 1, pp. 1–5, September 2013.
- [13] D. T. Hess, "Cycle slipping in a first-order phase-locked loop," *IEEE Transactions on Communication Technology*, vol. 16, no. 2, pp. 255–260, 1968.
- [14] R. G. Vaughan, "Signals in mobile communications: A review," *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 35, no. 4, pp. 133–145, 1986.
- [15] S. O. Rice, "Noise in fm receivers," *Time series analysis*, pp. 395–422, 1963.
- [16] I. Bar-David and S. Shamai, "On the rice model of noise in fm receivers," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 34, no. 6, pp. 1406–1419, 1988.
- [17] B. R. Davis, "Random fm in mobile radio with diversity," *IEEE Transactions on Communication Technology*, vol. 19, no. 6, pp. 1259–1267, 1971.
- [18] F. Adachi and J. D. Parsons, "Random fm noise with selection combining," *IEEE Transactions on Communications*, vol. 36, no. 6, pp. 752–750, 1988.
- [19] M. Lecours, M. Têtu, A. Chefaoui, J. Ahern, and A. Michaud, "Phase measurements and characterization of mobile radio channels," *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 45, no. 1, pp. 105–113, 1996.
- [20] Y. Li, J. Chen, Y. Song, and R. Lin, "On the study of the crossing statistics of phase processes in rice mobile fading channels," in *IET Conference on Wireless, Mobile and Sensor Networks, 2007. (CCWMSN07)*, pp. 158–161, Dec 2007.
- [21] N. Youssef, W. Elbahri, M. Patzold, and S. Elasmî, "On the crossing statistics of phase processes and random fm noise in nakagami- q mobile fading channels," *IEEE Transactions on Wireless Communications*, vol. 4, no. 1, pp. 24–29, 2005.
- [22] D. B. Costa, M. D. Yacoub, and G. Fraidenraich, "Generalized phase crossing rate and random fm noise for weibull fading channels," in *SBMO/IEEE MTT-S International Conference on Microwave and Optoelectronics, 2005*, pp. 509–512, 2005.
- [23] D. B. Costa, M. D. Yacoub, J. C. S. Santos Filho, G. Fraidenraich, and J. R. Mendes, "Generalized nakagami-m phase crossing rate," *IEEE Communications Letters*, vol. 10, no. 1, pp. 13–15, 2006.
- [24] D. B. Costa, J. C. S. Santos Filho, M. D. Yacoub, and G. Fraidenraich, "Second-order statistics of η - μ fading channels: Theory and applications," *IEEE Transactions on Wireless Communications*, vol. 7, no. 3, pp. 819–824, 2008.
- [25] A. K. Papazafeiropoulos and S. A. Kotsopoulos, "Generalized phase-crossing rate and random fm noise for α - μ fading channels," *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 59, no. 1, pp. 494–499, 2010.
- [26] M. D. Yacoub, J. E. V. Bautista, and L. G. R. Guedes, "On higher order statistics of the nakagami-m distribution," *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 48, no. 3, pp. 790–794, 1999.