

# Desenvolvimento de um Sistema com Codificação Wavelet em GNU Radio Companion

Pedro T. V. de Souza, Vinícius S. V. de Souza e Luiz F. Q. Silveira

**Resumo**—Nos sistemas de comunicações móveis, os sinais se propagam por múltiplos percursos sobre canais variantes no tempo, ficando sujeitos a distorções provocadas pelo desvanecimento e desvios Doppler. Visando minimizar essas distorções, técnicas de codificação e de diversidade de transmissão podem ser empregadas, tais como a Codificação Wavelet. Essa técnica baseia-se na ortogonalidade das linhas da matriz wavelet e possui a capacidade de gerar ganhos de diversidade, aumentando a robustez do sistema ao desvanecimento variante no tempo, sem comprometer a eficiência espectral do sistema. Neste trabalho, a codificação wavelet é implementada sobre o ambiente GNU *Radio Companion*, o que permitirá uma análise de sua aplicabilidade em cenários de Rádio Definido por *Software* (RDS). O sistema desenvolvido é validado através de uma análise de probabilidade de erro de bit (BER) versus  $E_b/N_0$ , sobre um modelo de canal com desvanecimento plano.

**Palavras-Chave**—Rádio Definido por *Software*, GNU Radio, Codificação de Canal, Codificação Wavelet, Desvanecimento Plano

**Abstract**—In mobile communication systems, the signals propagate on time-varying multipath channels and are subject to distortion caused by fading and Doppler shifts. In order to minimize these distortions, coding and diversity techniques, such as Wavelet Coding, can be used. This technique is based on orthogonality properties of the wavelet matrix rows, and has the ability to generate diversity gains, increasing the robustness to time-varying fading without decreasing the spectral efficiency of the system. In this paper, the wavelet coding is implemented on the GNU Radio Companion, which will allow an analysis of its applicability in scenarios of Software Defined Radio (SDR). The system developed is validated by bit error probability (BER) analysis versus  $E_b/N_0$  over a flat fading channel.

**Keywords**—Software Defined Radio, GNU Radio, Channel Coding, Wavelet Coding, Flat Fading

## I. INTRODUÇÃO

Na maioria dos sistemas de comunicação sem fio, os sinais são transmitidos sobre canais variantes no tempo, os quais são caracterizados pela presença de desvanecimento e Doppler, efeitos que comprometem a qualidade da comunicação [1]. Com o objetivo de minimizar as interferências causadas por esses efeitos indesejáveis, os sistemas de comunicações sem fio geralmente empregam técnicas de codificação de canal e de transmissão em diversidade [2].

Em [3], foi apresentada uma técnica de codificação de canal que utiliza as propriedades de ortogonalidade de matrizes

wavelets para proporcionar ganhos de diversidade a um sistema de comunicação sem fio. Durante a codificação, bits de informação são aplicados a um banco de filtros construídos a partir das linhas da matriz wavelet. Como resultado, a informação de uma sequência de bits é espalhada ao longo de uma sequência de símbolos codificados, chamados símbolos wavelets, que são modulados e transmitidos em intervalos de tempo distintos.

Devido às propriedades de ortogonalidade das matrizes wavelet, a informação pode ser recuperada na recepção através de um banco de correlatores casados às linhas da matriz utilizada na codificação. Este mecanismo de espalhar a informação na transmissão e recuperar por correlação na recepção é capaz de aumentar a robustez do sistema a desvanecimentos variantes no tempo e ao ruído impulsivo, característicos nos canais de comunicações móveis [4].

A simplicidade do processo de codificação wavelet, aliado a possibilidade de este permitir o uso de matrizes com dimensões elevadas, de forma a se aproximar das condições estabelecidas por Shannon para se obter uma codificação de canal ótima [5], motivou uma investigação aprofundada dessa técnica de codificação em diferentes cenários de comunicação. Após o trabalho seminal de Tzannes [3], outros trabalhos já avaliaram a robustez da codificação wavelet aos efeitos dos canais sem fio, tanto em canais com desvanecimento plano [6] como em canais seletivos em frequência [7], [1], considerando erros de estimação de canal [8], e esquemas de modulação projetados por algoritmos genéticos [9], [10]. Além desses, outros trabalhos recentes investigaram estratégias de transmissão com aumento da eficiência espectral, obtida a partir de alterações na técnica de modulação [11] e de modificações no modo de processamento dos dados pelas matrizes wavelet [12].

Tanto as características de desempenho da codificação wavelet reportadas por esses trabalhos, quanto a sua baixa complexidade em termos de requisitos de hardware, justificam investigar a adequação dessa técnica de codificação em cenários de rádio definido por *Software* [13]. Nesses sistemas, será possível definir estratégias de ajuste dos parâmetros do codificador wavelet em função das condições do canal de comunicação, de forma a se buscar o melhor compromisso entre taxa de transmissão e robustez do sistema aos efeitos do canal sem fio.

Diante do exposto, este trabalho apresenta a implementação de um sistema com codificação wavelet no ambiente GNU *Radio Companion*. São apresentados detalhes da arquitetura do codificador e do decodificador wavelet desenvolvidos, assim como uma validação do sistema implementado por meio de simulações computacionais, nas quais estimou-se valores

Pedro Thiago Valério de Souza, Departamento de Engenharia Elétrica, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal-RN, Brasil, E-mail: pedrothiag@gmail.com. Vinícius Samuel Valério de Souza, Universidade Federal Rural do Semi-Árido, Pau dos Ferros-RN, Brasil, E-mail: vinicius-samuel@ufersa.edu.br Luiz Felipe Queiroz Silveira, Departamento de Engenharia de Computação e Automação, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal-RN, Brasil, E-mail: lfelipe@dca.ufrn.br

de BER versus  $E_b/N_0$  em dois cenários de comunicação; considerando que o receptor tem conhecimento perfeito do estado do canal, e na presença de erros de estimação de canal.

O restante do trabalho está organizado como segue: na Seção II são apresentados os princípios da codificação wavelet; na Seção III será descrita a implementação da codificação wavelet realizada em GNU Radio; resultados numéricos referentes a codificação são mostrados na Seção IV; e, por fim, na Seção V são feitas as conclusões deste trabalho.

## II. CODIFICAÇÃO WAVELET

Considere a matriz  $\mathbf{A} = (a_k^s)$  descrita na Equação (1), com  $m \geq 2$  linhas,  $mg$  colunas e elementos que pertencem ao conjunto  $\{+1, -1\}$ :

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a_0^0 & a_1^0 & \dots & a_{mg-1}^0 \\ a_0^1 & a_1^1 & \dots & a_{mg-1}^1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_0^{m-1} & a_1^{m-1} & \dots & a_{mg-1}^{m-1} \end{pmatrix}. \quad (1)$$

A matriz  $\mathbf{A}$  é denominada Matriz de Coeficientes Wavelets (MCW) plana de posto  $m$  e gênero  $g$  se as condições expressas nas Equações (2) e (3) forem satisfeitas [14], [3]:

$$\sum_{k=0}^{mg-1} a_k^s = m\sqrt{g}\delta_{s,0}, \quad 0 \leq s \leq m-1 \quad (2)$$

$$\sum_{k=0}^{mg-1} a_{[k+mr]}' \bar{a}_{[k+mr]}^s = mg\delta_{s',s}\delta_{r',r}, \quad (3)$$

$$0 \leq s', s \leq m-1 \quad 0 \leq r', r \leq g-1$$

em que  $[k+mr]$  é o resultado da operação  $k+mr$  módulo  $mg$ ,  $\bar{a}$  é o complexo conjugado de  $a$  e  $\delta_{x,y}$  é a função Delta de Kronecker [14].

As propriedades de ortogonalidade expressas na Equação (3) definem os princípios de funcionamento do algoritmo de codificação wavelet.

### A. Codificação Wavelet

Considere uma fonte discreta que gera símbolos  $x_i \in \{1, -1\}$  estatisticamente independentes e com igual probabilidade de ocorrência.

A codificação wavelet pode ser definida matematicamente pelo produto matricial [3],

$$\mathbf{Y} = \mathbf{X} \mathbf{C}_{MCW}, \quad (4)$$

em que  $\mathbf{Y}$  é um vetor linha formado por uma sequência de  $N$  símbolos codificados, denominados símbolos wavelets  $y_n$ ,  $\mathbf{X}$  é um vetor linha formado por uma sequência de  $N$  símbolos de informação  $x_i$  e  $\mathbf{C}_{MCW}$  é uma matriz de transformação com  $N$  linhas, construída a partir de sucessivas repetições e deslocamentos (de  $m$  posições) da MCW, afim de se manter as relações de ortogonalidade definidas pela Equação (3) entre as linhas da matriz  $\mathbf{C}_{MCW}$ . A Equação (5) apresenta um exemplo de  $\mathbf{C}_{MCW}$  construída a partir de uma MCW com dimensão

$2 \times 8$ .

$$\mathbf{C}_{MCW} = \begin{pmatrix} a_0^0 & a_1^0 & a_2^0 & \dots & a_7^0 \\ a_0^1 & a_1^1 & a_2^1 & \dots & a_7^1 \\ & a_0^2 & a_1^2 & a_2^2 & \dots & a_7^2 \\ & a_0^3 & a_1^3 & a_2^3 & \dots & a_7^3 \\ & & & \vdots & \vdots & \ddots \end{pmatrix}. \quad (5)$$

Os símbolos wavelets  $y_{pm+q}$ , transmitidos a cada intervalo de tempo  $n = pm + q$ , são definidos por:

$$y_{pm+q} = \sum_{j=0}^{m-1} \sum_{l=0}^{g-1} a_{lm+q}^j x_{(p-l)m+j}, \quad (6)$$

em que  $p \in \{0, \dots, (N-m)/m\}$ ,  $q \in \{0, \dots, m-1\}$  e pertencem ao conjunto:

$$y_n \in \{-mg, -mg+2, \dots, -2, 0, 2, \dots, mg-2, mg\} \quad (7)$$

o qual possui cardinalidade  $mg + 1$ . Além disso, pode-se demonstrar que tais símbolos têm uma função massa de probabilidade dada por [6]:

$$P_r(y_n = 2k - mg) = \binom{mg}{k} 0,5^{mg}, \quad 0 \leq k \leq mg, \quad (8)$$

média nula e variância  $mg$ .

### B. Decodificação Wavelet

A decodificação wavelet pode ser definida a partir do produto matricial:

$$\mathbf{Z} = \mathbf{Y} \mathbf{C}_{MCW}^*, \quad (9)$$

em que  $\mathbf{C}_{MCW}^*$  é a matriz transposta conjugada de  $\mathbf{C}_{MCW}$ . A partir das Equações (3) and (4), segue que

$$\begin{aligned} \mathbf{Z} &= \mathbf{X} \mathbf{C}_{MCW} \mathbf{C}_{MCW}^* \\ &= mg \mathbf{X} \mathbf{I}, \end{aligned} \quad (10)$$

em que  $\mathbf{I}$  é a matriz identidade de posto  $N$ . A partir de cada elemento  $z_i$  do vetor  $\mathbf{Z}$ , pode-se estimar o valor dos bits  $x_i$  por:

$$x_i = \text{sgn}(z_i) \quad (11)$$

em que  $\text{sgn}(\cdot)$  corresponde a função sinal.

## III. IMPLEMENTAÇÃO DE UM SISTEMA COM CODIFICAÇÃO WAVELET EM GNU *Radio Companion*

A Figura 1 ilustra o modelo do sistema em banda básica desenvolvido no ambiente GNU Radio *Companion*, o qual tem como interface aérea a plataforma USRP. Os subsistemas que compõem este modelo são detalhados a seguir.

### A. Fonte

A fonte de informação gera bits  $\{-1, 1\}$  com distribuição de probabilidades equiprovável, os quais são aplicados ao módulo do codificador wavelet.

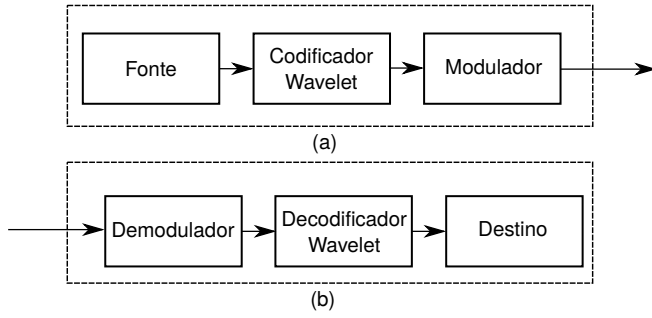


Fig. 1. Modelo do sistema de comunicação baseado na codificação wavelet (a) Transmissor (b) Receptor.

### B. Arquitetura do Codificador Wavelet

A codificação wavelet, definida pela Equação (4), pode ser realizada por uma estrutura discreta formada por filtros transversais, cujos coeficientes correspondem aos elementos da matriz wavelet selecionada para a codificação. A MCW utilizada pelo codificador wavelet implementado neste trabalho tem dimensão  $2 \times 8$ , e é expressa por [14]:

$$MCW = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & -1 & 1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & 1 & -1 \end{pmatrix} \quad (12)$$

Para esta matriz, a arquitetura do codificador wavelet pode ser representada pelo diagrama de blocos ilustrado na Figura 2. Esta estrutura foi implementada por dois módulos interligados, denominados Módulo de Cálculo e Módulo de Saída, conforme o esquema ilustrado na Figura 3.

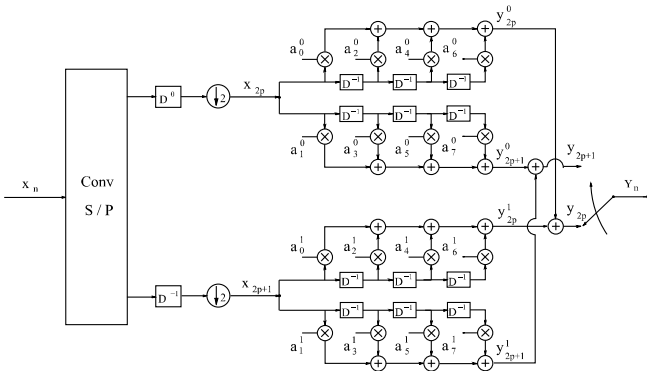


Fig. 2. Diagrama de blocos do codificador wavelet para uma matriz  $2 \times 8$ .

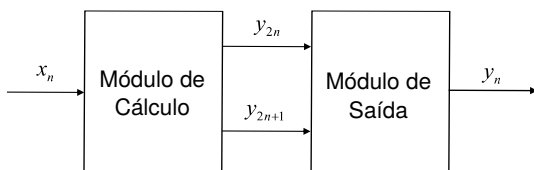


Fig. 3. Módulos implementados no codificador wavelet.

O módulo de cálculo é responsável pelas operações matemáticas referentes a codificação wavelet, sendo o detalhamento da estrutura desse módulo apresentado na Figura 4.

Neste trabalho, o banco de registradores de deslocamento foi implementado através de filtros FIR (*Finite Impulse Response*).

No diagrama da Figura 2 pode-se notar o uso de um conversor serial-paralelo para reagrupar a sequência original de bits  $x_n$  em uma sequência de tempo par ( $x_{2n}$ ) e outra de tempo ímpar ( $x_{2n+1}$ ). Neste trabalho optou-se por realizar essa conversão através da intercalação de coeficientes nulos no filtro FIR. Assim, para a MCW adotada, há necessidade de 4 filtros FIR, cujos coeficientes de cada um deles são:

$$\begin{aligned} FIR_1 &= [(0, 1, 0, -1, 0, -1, 0, -1)] \\ FIR_2 &= [(0, 1, 0, -1, 0, 1, 0, 1)] \\ FIR_3 &= [(1, 0, 1, 0, -1, 0, 1, 0)] \\ FIR_4 &= [(1, 0, 1, 0, 1, 0, -1, 0)] \end{aligned} \quad (13)$$

Conforme ilustrado na Figura 4, ainda no módulo de cálculo, os valores das saídas dos filtros  $FIR_1$  e  $FIR_2$  são somadas para obter-se  $y_{2n}$  e as saídas dos filtros  $FIR_3$  e  $FIR_4$  são somadas para obter-se  $y_{2n+1}$ . Feito isso,  $y_{2n}$  e  $y_{2n+1}$  são passados ao módulo de saída que, por sua vez, seleciona as amostras  $y_{2n}$  nos intervalos tempo pares e  $y_{2n+1}$  nos intervalos de tempo ímpares.

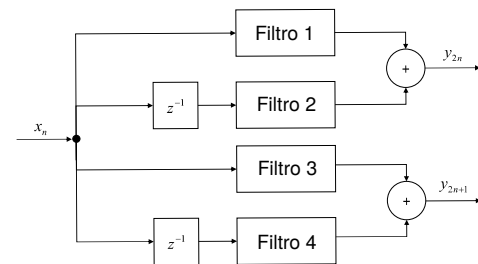


Fig. 4. Detalhamento do módulo de cálculo.

### C. Modulador

Cada símbolo wavelet  $y_n$  gerado pelo codificador é modulado por um sinal ASK (*Amplitude Shift Keying*)  $M$ -ário com amplitude definida pelo próprio valor do símbolo wavelet. Logo, a energia média da constelação é igual a variância dos símbolos wavelets  $y_n$ , definida pela Equação (8).

### D. Demodulador

Admitindo-se o conhecimento de estimativas do estado do canal a cada sinalização, assim como a constelação de sinais utilizada na modulação, os sinais ASK são demodulados no receptor por distância Euclidiana, e os símbolos resultantes são enviados ao decodificador wavelet.

### E. Arquitetura do Decodificador Wavelet

As operações de decodificação wavelet definidas na Equação (9), podem ser realizadas por uma estrutura discreta formada por um banco de  $m$  correladores de comprimento  $mg$ , casados com as  $m$  linhas da matriz MCW usada no processo de codificação, conforme ilustrado na Figura 5.

É interessante observar que existe um atraso na decodificação do primeiro símbolo igual a  $m(g + 1)$ .

Após o primeiro símbolo ser decodificado, a cada  $m$  símbolos wavelets recebidos pelo decodificador, são produzidos  $m$  bits de informação, fazendo com que a taxa da fonte e do código sejam iguais.

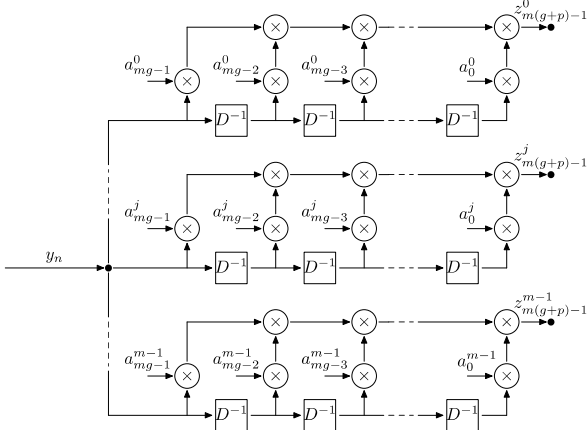


Fig. 5. Estrutura geral de um decodificador wavelet.

O diagrama de blocos que compõem o decodificador wavelet implementado neste trabalho, definido pela matriz adotada na codificação (Equação 12), é mostrado na Figura 6.

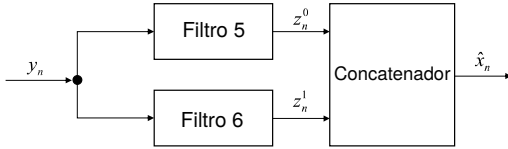


Fig. 6. Detalhamento do decodificador wavelet.

Assim como na codificação, os correladores foram implementados através de filtros FIR, com coeficientes definidos como segue:

$$\begin{aligned} FIR_5 &= [(1, -1, 1, 1, -1, 1, 1, 1)] \\ FIR_6 &= [(-1, 1, -1, -1, -1, 1, 1, 1)] \end{aligned} \quad (14)$$

Conforme ilustrado na Figura 6, na saída dos filtros  $FIR_5$  e  $FIR_6$  tem-se, respectivamente, os valores  $z_n^0$  e  $z_n^1$ , os quais são enviados a um módulo que os concatena e estima os valores dos bits transmitidos através da Equação (11).

#### IV. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Para validar o sistema de comunicação com codificação wavelet implementado no ambiente GNU Radio Companion, estimou-se curvas de BER versus  $E_b/N_0$  (dB) considerando um modelo de canal com desvanecimento Rayleigh plano. As simulações foram executadas no MATLAB pelo método de Monte-Carlo. Cada ponto nas curvas de probabilidade de erro de bit foi calculado a partir de simulações de no mínimo  $5,5 \times 10^6$  sinalizações, assegurando no mínimo 200 erros de bits no cálculo das estimativas.

No modelo considerado para o canal de comunicação, o equivalente I-Q do sinal recebido pelo sistema pode ser descrito por:

$$\mathbf{r}_n = \alpha_n s_n + \mathbf{n}_n \quad (15)$$

em que  $s_n$  é o símbolo ASK transmitido,  $\alpha_n$  é o coeficiente de desvanecimento do canal, considerado constante a cada intervalo de sinalização, e os componentes do vetor complexo  $\mathbf{n}_n$  são variáveis aleatórias Gaussianas *i.i.d* com média nula e variância  $N_0/2$ , em que  $N_0$  é calculado por:

$$N_0 = mg \times 10^{-0,1(E_b/N_0)(dB)}. \quad (16)$$

Assumindo um perfeito entrelaçamento dos símbolos wavelets gerados pelo codificador, os coeficientes  $\alpha_n$  são modelados como variáveis aleatórias Gaussianas complexas independentes, cujas partes real e imaginária têm média nula e variância 0.5.

O procedimento de validação do sistema implementado no GNU Radio Companion seguiu a seguinte metodologia: um arquivo foi gerado no ambiente GNU Radio contendo uma sequência de símbolos wavelets codificados pelo codificador wavelet, a partir de uma sequência de bits gerados pela fonte. Em seguida, os símbolos codificados, contidos nesse arquivo, foram processados no MATLAB considerando o modelo de comunicação definido pela Equação (15). O arquivo com os símbolos corrompidos pelo canal foi processado no GNU Radio Companion, a fim de que esses símbolos fossem demodulados e decodificados pelas respectivas arquiteturas de demodulação e decodificação implementadas. Por fim, através de uma comparação entre os bits estimados na saída do decodificador wavelet e os bits gerados na fonte (previamente armazenados), foram obtidos valores de BER para cada valor de  $E_b/N_0$  avaliado.

Foram investigados dois cenários de comunicação; considerando que o receptor tem conhecimento perfeito do estado do canal, e na presença de erros de estimação de canal.

Os resultados obtidos para o cenário em que o receptor é capaz de estimar perfeitamente os coeficientes do canal estão ilustrados na Figura 7. Pode-se observar que a curva obtida a partir do sistema implementado no GNU Radio Companion se sobrepõe a uma curva de BER obtida para um sistema de referência equivalente, que foi implementado em MATLAB. Considerando que ambas as curvas apresentaram um comportamento equivalente, pode-se validar a implementação do sistema no GNU Radio Companion.

A Figura 8 ilustra resultados para o cenário em que ocorrem erros de estimação do canal, cujos coeficientes foram obtidos por meio do algoritmo LMS (*Least Mean Squares*) [15] para uma frequência Doppler normalizada de  $F_D T_s = 10^{-4}$  e passo de iteração de 0,6. Além disso, nessa mesma Figura, é apresentada como referência de desempenho a curva de BER para o cenário em que os coeficientes do canal são perfeitamente estimados no receptor.

A partir da análise da Figura 8, observa-se que a curva obtida para o sistema implementado no GNU Radio Companion apresentou comportamento equivalente a obtida para o sistema implementado em MATLAB. Nota-se também que a codificação wavelet mostrou-se robusta à erros de estimação do canal, dado que a curva de referência (caso em que o canal é perfeitamente estimado no receptor) e a obtida para o cenário em que o canal não é perfeitamente estimado diferem de aproximadamente 2dB.

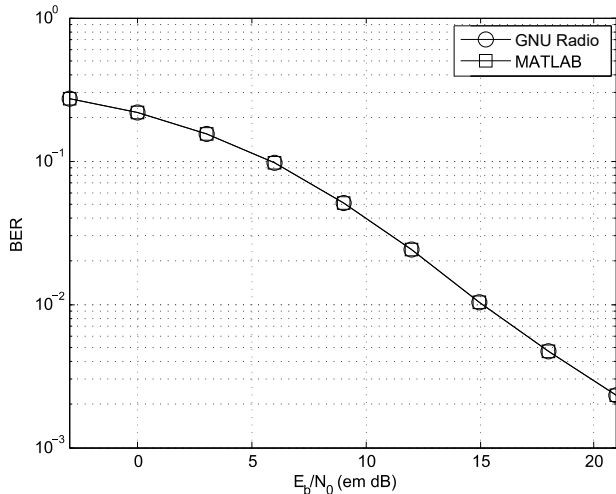


Fig. 7. Curvas de desempenho para a codificação wavelet em GNU Radio e MATLAB para o cenário em que o receptor é capaz de estimar perfeitamente os coeficientes do canal.

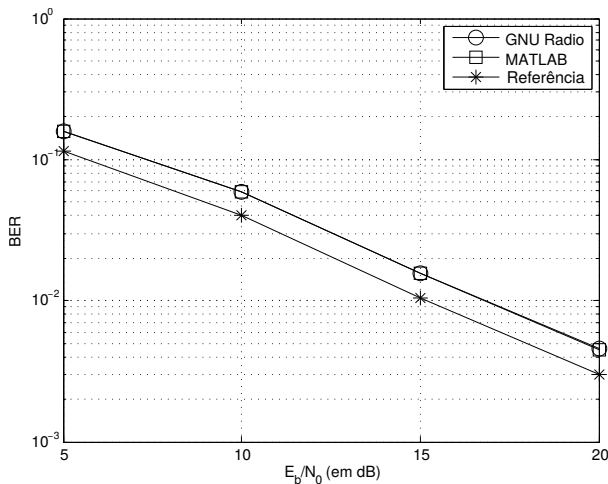


Fig. 8. Curvas de desempenho para a codificação wavelet em GNU Radio e em MATLAB para o cenário em que o receptor estima os coeficientes do canal a partir do algoritmo LMS.

## V. CONCLUSÕES

Diante dos resultados obtidos nos experimentos realizados, pode-se observar que o ambiente GNU Radio *Companion* proveu o suporte necessário ao desenvolvimento do codificador e decodificador wavelet, assim como dos demais módulos utilizados no modelo do sistema de comunicação sem fio implementado. Atualmente estão em desenvolvimento módulos adicionais de processamento de sinais para a realização de experimentos de comunicação por meio das plataformas USRP. Em trabalhos futuros pretende-se incorporar ao sistema estratégias de adaptação da taxa de codificação e da modulação em função da qualidade do canal, a fim de se investigar a adequação dessa técnica em sistemas de rádio definido por *software*.

## REFERÊNCIAS

[1] L. C. P. Cavalcante - *Avaliação de Desempenho da Codificação Wavelet em Canais Seletivos em Frequência* - Dissertação de Mestrado, 2014.

- [2] Sklar, B., *Digital Communications: Fundamentals and Applications*, Prentice Hall, New York, 1988.
- [3] M.A. Tzannes, M. C. Tzannes - *Bit-by-Bit Channel Coding using Wavelets* - Proceedings of IEEE Global Telecommunications Conference - GLOBECOM'92, p. 684-688, 1992.
- [4] L. F. Q. Silveira; L. G. Q. Silveira Júnior, F. M. Assis, E. L. Pinto - *Low-Complexity Receiver for Wavelet-Filtered M-ary Modulations over Flat-Fading Channels* - 2015 SBMO/IEEE MTT-S International Microwave and Optoelectronics Conference (IMOC).
- [5] C. E. Shannon - *A Mathematical Theory of Communication* - Bell System Technical Journal Volume 27, Issue 3, pages 379-423, July 1948.
- [6] L. F. Q. Silveira - *Análise da Codificação Wavelet em Sistemas Sujeitos ao Desvanecimento Rayleigh Plano* - Tese de Doutorado, 2006.
- [7] L.C.P. Cavalcante, L. F. Q. Silveira; S. Rommel, J. J. V. Olmos, I. T. Monroy - *Performance analysis of wavelet channel coding in COST207-based channel models on simulated radio-over-fiber systems at the W-band*. Optical and Quantum Electronics, v. 48, p. 28, 2016.
- [8] L. F. Q. Silveira; F. M. Assis; E. L. Pinto - *A New Wavelet Coded PSK System over Time-varying Flat Fading*. In: 2004 IEEE Workshop on Signal Processing Advances in Wireless Communications, 2004, Lisboa.
- [9] T. R. Ferreira - *Modulação Quantizada para Sistemas com Codificação Wavelet Sujeitos ao Desvanecimento Rayleigh*. 2009. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) - Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico.
- [10] L. F. Q. Silveira; L. G. Q. Silveira Júnior, F. M. Assis, E. L. Pinto - *Analysis and Optimization of Wavelet-Coded Communication Systems*. IEEE Transactions on Wireless Communications, v. 8, p. 563-567, 2009.
- [11] E. A. Santos, E. C. Gurjão, F. M. de Assis - *Projeto de Constelação de Sinais para Codificação Wavelet*. In: XXIX Simpósio Brasileiro de Telecomunicações, 2011, Curitiba. XXIX Simpósio Brasileiro de Telecomunicações, 2011.
- [12] L. F. Q. Silveira; L. G. Q. Silveira Júnior, F. M. Assis, E. L. Pinto - *Low-Complexity Receiver for Wavelet-Filtered M-ary Modulations over Flat-Fading Channels*. In: International Microwave and Optoelectronics Conference-IMOC, 2015, Porto de Galinhas, PE. Proceedings of International Microwave and Optoelectronics Conference-IMOC, 2015.
- [13] J. Mitola II, G. Q. Maguire Jr. - *Cognitive Radio: Making Software Radio More Personal* IEEE Personal Communications, vol.6, no. 4, pp. 13-18, Aug, 1999.
- [14] H. Resnikoff, R. Wells - *Wavelet analysis: the scalable structure of information*, 1st ed., ser. ISBN 0-387-98383-X, Verlag, Ed. Springer, 1998.
- [15] William H. Tranter, K. Sam Shanmugan, Theodore S. Rappaport, Kurt L. Kosbar - *Principles of Communication Systems Simulation with Wireless Applications*, Prentice Hall, Upper Saddle River, NJ, 2004.
- [16] L. F. Q. Silveira - *Performance of systems with wavelet coding and space-time diversity over flat Rayleigh fading channels (in Portuguese)*. Dissertação (Mestrado) - DEE-UFCG, Campina Grande-PB, Maio 2002.
- [17] L. F. Q. Silveira, F. M. Assis, E.L. Pinto - *Performance of a psk system with wavelet time diversity over flat rayleigh fading channels* - International Microwave and Optoelectronics Conference - IMOC, p. 187-191, Janeiro 2003.
- [18] P. T. V. Souza - *Métodos de Sensoriamento Espectral em Sistemas de Rádio Cognitivo*. Trabalho de Conclusão de Curso - UFRN, 2014.
- [19] J. Proakis - *Digital Communications*, Mc-Graw Hill, New York, 1989.