

Modelo de Multipercurso para Sistemas de Radar em Perfis Topográficos Reais

Gustavo Rodrigues de Lima Tejerina, Andrea Carolina Flores Rodriguez, Fernando Darío Almeida García, Gustavo Fraidenaich, José Cândido Silveira Santos Filho, Michel Daoud Yacoub, Marco Antonio Miguel Miranda, Andrés Bertetich e Karlus A. Camara de Macedo

Resumo—Propõe-se uma solução analítica para avaliar o impacto da propagação multipercurso sobre a cobertura de sistemas de radar operando em perfis topográficos reais. A solução proposta provê a localização de cada multipercurso entre a antena do radar e o alvo. Resultados numéricos indicam que a nova solução é plenamente consistente com soluções particulares conhecidas para um perfil topográfico nulo. Além disso, no caso geral, a nova solução revela uma forte influência da topografia sobre a cobertura de sistemas de radar.

Palavras-Chave—multipercurso, topografia, radar, modelo de propagação.

Abstract—We propose an analytical solution to evaluate the impact of the multipath propagation on the coverage of radar systems operating over real topographical profiles. The proposed solution provides the localization of each multipath between the radar antenna and the target. Numerical results indicate that the new solution is fully consistent with known particular solutions for a null topographical profile. Also, in the general case, the new solution reveals a strong influence of the topography on the radar coverage.

Keywords—multipath, topography, radar, propagation model.

I. INTRODUÇÃO

Desde a invenção do radar, diversos estudos abordando a influência do multipercurso foram conduzidos, alguns dos quais servem de referência para a análise deste fenômeno em sinais eletromagnéticos [1]. No entanto, em muitos casos, as soluções desenvolvidas mostram-se demasiadamente genéricas e pouco práticas quando aplicadas a problemas ou cenários específicos. Exemplo disso é o problema da predição de cobertura de detecção em sistemas de radar.

Em vista da dificuldade de tratamento analítico, algumas soluções numéricas foram propostas com base em modelos eletromagnéticos em termos da chamada equação parabólica de onda [2], [3]. Esses modelos visam analisar um conjunto de fatores atmosféricos e topográficos, com o intuito de oferecer um melhor entendimento do fenômeno de propagação em ambientes reais. Embora tenham conquistado atenção da comunidade científica, tais modelos são matematicamente muito

complexos, limitando a aplicação a sistemas de curto alcance. As soluções são descritas por meio de equações diferenciais, cuja resolução envolve análises nos domínios do tempo e da frequência. Em alguns casos, esquemas de recursão podem ser utilizados para estudar o fator de propagação [4], [5]. Essas soluções exigem um enorme esforço computacional, tornando seu uso pouco viável em situações reais. Além disso, dependem da disponibilização de dados topográficos, limitados em resolução, e de perfis de refratividade. Por fim, tais soluções não fornecem informações explícitas sobre a quantidade e a localização dos pontos de reflexão, o relacionamento destes com as características topográficas da superfície terrestre e o impacto correspondente sobre a área de detecção do radar.

Por outro lado, as informações supracitadas podem ser obtidas por soluções baseadas em óptica geométrica e traçado de raios. Estudos indicam que a óptica geométrica é um método válido para simular a propagação de ondas eletromagnéticas em ambientes atmosféricos simplificados [6]. Esse método, embora antigo, tem sido adaptado para diversas aplicações, garantindo boas estimativas com pouco esforço computacional [7]. Diversos experimentos já foram conduzidos com o intuito de explorar os efeitos das componentes de multipercurso na obtenção de mapas de refletividade em ambientes internos e urbanos, e na interpretação de imagens SAR (do inglês *Synthetic Aperture Radar*) [8], [9]. Ademais, a óptica geométrica é utilizada para simular a localização ótima dos raios de reflexão e do alvo, solucionando problemas de sensoriamento, rastreamento e cobertura de detecção em ambientes sem visada direta [10], [11]. Outra aplicação interessante é a identificação de pontos centrais em zonas de multipercurso em relevos irregulares, combinando-se conceitos de zona de Fresnel [7]. A óptica geométrica pode ser também empregada para estudar os efeitos do multipercurso pela análise do retorno de sinais em esquemas simples de dois raios [1], [12]–[14].

Este artigo visa reduzir a escassez de modelos que abranjam óptica geométrica e multipercurso em perfis topográficos reais. Para tanto, será introduzida uma abordagem analítica genérica, baseada em modelos de propagação consolidados na literatura [15]. A solução proposta considera que as amostras de relevo sejam interligadas por segmentos de reta e, assim, dada a inclinação de cada segmento, calcula-se então a posição do ponto de multipercurso via óptica geométrica e suas leis de reflexão. Esse procedimento permite definir para um mesmo alvo diversos pontos de reflexão, algo inédito na literatura. A solução proposta é confrontada a modelos de propagação clássicos para um perfil nulo de relevo, mostrando-se plena-

Gustavo Rodrigues de Lima Tejerina, Andrea Carolina Flores Rodriguez, Fernando Darío Almeida García, Gustavo Fraidenaich, José Cândido Silveira Santos Filho e Michel Daoud Yacoub, Wireless Technology Laboratory (WissTek), Departamento de Comunicações, Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP, Brazil, Tel: +55 (19) 3788-5106, Fax: +55 (19) 3289-1395, E-mail: {tejerina,carolina,ferdara,gf,candido,michel}@decom.fee.unicamp.br.

Marco Antonio Miguel Miranda, Andrés Bertetich e Karlus A. Camara de Macedo, Bradar S.A., Campinas, SP, Brazil, Tel: +55 (19) 2101-8844, E-mail: {marco.miranda, andres.bertetich, karlus.macedo}@bradar.com.br.

mente consistente com tais modelos. Além disso, para um perfil de relevo real, a nova solução indica uma forte influência do multipercorso sobre a probabilidade de detecção de um sistema de radar.

O restante do artigo está estruturado como segue. A Seção II introduz conceitos básicos utilizados no desenvolvimento do trabalho. A Seção III revisita alguns modelos de propagação consolidados. A Seção IV apresenta a solução proposta. A Seção V ilustra o uso da nova solução para um perfil topográfico real, além de confrontá-la aos modelos consolidados. A Seção VI sumariza as principais conclusões do trabalho.

II. O PROBLEMA DO MULTIPERCURSO

A propagação por multipercursos é provocada por diversos fenômenos físicos que afetam os sinais eletromagnéticos, como reflexão, refração, difração e espalhamento. Desse modo, formam-se múltiplas componentes de sinal, com atenuações, defasagens e atrasos diversos, gerando um padrão de interferências construtivas e destrutivas ao longo do trajeto aéreo. Em radares, o multipercorso é comumente relacionado aos possíveis caminhos que o sinal percorre até atingir o alvo. Por exemplo, em um cenário simplificado de propagação, utiliza-se um modelo de dois raios [15]. Identificam-se assim dois percursos, sendo o primeiro dado pelo raio direto e o segundo composto pelos raios de incidência e reflexão. Este último está sujeito às leis da reflexão, ou seja, os raios incidente e refletido coexistem no mesmo plano geométrico e o ângulo de reflexão é igual ao ângulo de incidência.

Em termos práticos, o efeito do multipercorso é quantificado pelo fator de propagação F na chamada equação radar [15]. Essa equação foi originalmente desenvolvida para observar a faixa de detecção de um radar. A relação sinal-ruído (SNR, do inglês *Signal-to-Noise Ratio*) de recepção considerada neste trabalho é definida como [15, Eq. (1.28)]

$$\text{SNR} = \frac{G^2 \lambda^2 P_t F^4 \sigma}{(4\pi)^3 k T_0 F_n B L_s R^4}, \quad (1)$$

em que G é o ganho da antena de transmissão e recepção, P_t é a potência de transmissão, σ é a seção reta do radar, λ é o comprimento de onda, $k = 1,38 \times 10^{-23}$ J/K é a constante de Boltzmann, $T_0 = 290$ K é a temperatura padrão, F_n é a figura de ruído, B é a largura de banda instantânea na recepção, L_s representa as diversas perdas do sistema e R é o alcance do alvo. Note que a quarta potência em F descreve a propagação em duas vias para um sistema monostático (ou seja, as antenas de transmissão e recepção encontram-se no mesmo local).

Devido à natureza aleatória dos sinais envolvidos, o desempenho de um radar é caracterizado de forma probabilística. Nesse sentido, definem-se duas probabilidades fundamentais: (i) a probabilidade de que um alvo existente seja detectado como tal, chamada de probabilidade de detecção (PD) e (ii) a probabilidade de que ruído seja interpretado erroneamente como alvo, chamada de probabilidade de falso alarme (PFA). Quando o ruído térmico é dominante em um sistema de radar, a probabilidade de detecção é dada por [16]

$$\text{PD} = \frac{1}{2} \operatorname{erf} \left(\operatorname{erf}^{-1} (1 - 2 \text{PFA}) - \sqrt{\text{SNR}} \right), \quad (2)$$

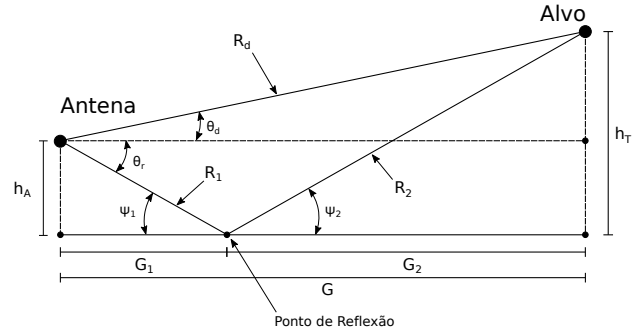


Fig. 1. Modelo de Terra plana.

em que $\operatorname{erf}(\cdot)$ e $\operatorname{erf}^{-1}(\cdot)$ denotam a função de erro e sua inversa, respectivamente.

O cálculo do fator de propagação depende essencialmente dos ângulos de incidência e reflexão [15]. Portanto, definir a posição de cada ponto de multipercorso é fundamental. Para isso, algumas soluções clássicas são encontradas na literatura, dentre as quais os modelos de Terra plana e de Terra esférica [15], descritos a seguir.

III. SOLUÇÕES EXISTENTES

A. Modelo de Terra Plana

O modelo de Terra plana é uma solução razoavelmente precisa para o multipercorso. Nesse modelo, como indicado na Figura 1, a superfície da Terra é dada como plana e, portanto, torna-se simples o uso da geometria para computar as variáveis necessárias ao cálculo do fator de propagação. Dentre estas, destacam-se os ângulos rasantes ψ_1 e ψ_2 , a diferença de percurso δ entre os raios direto e refletido, e os ângulos θ_d e θ_r . Pela Lei de Snell, sabe-se que a reflexão ocorre quando os ângulos rasantes são iguais ($\psi_1 = \psi_2$) e, assim, a distância G_1 até o ponto de reflexão é obtida como

$$G_1 = \frac{h_A G}{h_A + h_T}, \quad (3)$$

em que G é a distância horizontal da antena ao alvo, h_A é a altura da antena e h_T é altura do alvo. Note que a solução indicada contempla apenas um ponto de multipercorso para cada posição do alvo.

B. Modelo de Terra Esférica

O modelo de Terra esférica, por sua vez, é mais realista, ao considerar a curvatura da superfície terrestre. Nesse cenário, os raios estão sujeitos aos efeitos da refração na atmosfera. Dessa forma, com base no índice de refração, adota-se uma correção no raio geométrico da Terra, denominada de raio efetivo a_e . Em condição padrão, o raio efetivo é $4/3$ do raio terrestre.

Nesse modelo, como observado na Figura 2, a superfície é definida por um segmento de arco e a distância G_1 até o único ponto de reflexão é calculada por meio da seguinte relação:

$$G_1 = \frac{G}{2} - p \sin \left(\frac{\xi}{3} \right), \quad (4)$$

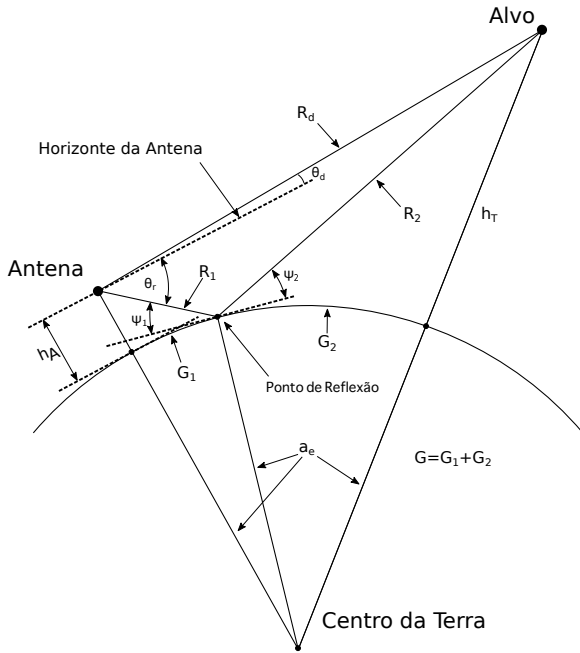


Fig. 2. Modelo de Terra esférica.

em que p e ξ são dados por

$$p = \frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{a_e(h_A + h_T) + \left(\frac{G}{2}\right)^2} \quad (5)$$

$$\xi = \sin^{-1} \frac{2a_e G(h_T - h_A)}{p^3}. \quad (6)$$

É importante ressaltar que o relevo, em ambos os modelos, é simplificado a uma superfície lisa (perfil nulo) e, consequentemente, prevê-se apenas um único ponto de reflexão entre a antena do radar e o alvo. Por outro lado, há muito se previa que, para determinados cenários, uma análise envolvendo o relevo seria necessária para avaliar adequadamente o comportamento do radar [17]. Sendo assim, propôs-se em [15] uma extensão do fator de propagação para acomodar n reflexões especulares, definida por

$$F = \left| f(\theta_d) + \sum_n f(\theta_n) \rho_n e^{-j\alpha_n} \right|, \quad (7)$$

em que $f(\theta_d)$ é o fator do padrão da antena do raio direto, $f(\theta_n)$ é o fator do padrão da antena do n -ésimo raio refletido, ρ_n é o coeficiente de reflexão e α_n é a diferença de fase entre o raio direto e o n -ésimo raio refletido.

IV. SOLUÇÃO PROPOSTA

Tendo em vista o exposto, percebe-se que, para sistemas de radar, não há modelos de propagação consolidados que contemplem os efeitos do multipercurso combinado à topografia real da Terra. O objetivo central deste artigo é propor uma solução que abranja esses dois fatores de forma unificada.

Num primeiro momento, tentou-se abordar o problema aproximando-se um dado perfil topográfico por uma expressão polinomial. A partir dessa expressão, a ideia seria então aplicar

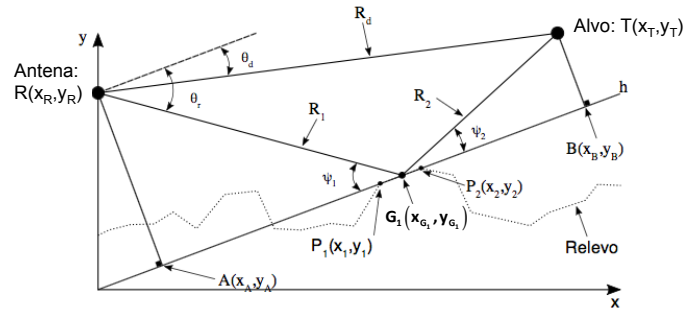


Fig. 3. Geometria da solução proposta.

os mesmos princípios geométricos dos modelos de Terra plana e de Terra esférica, encontrando-se assim uma solução analítica que identificasse cada multipercurso. No entanto, tal abordagem foi logo abandonada, devido à grande dificuldade de se ajustar adequadamente as várias amostras de relevo a um polinômio.

Diante disso, optou-se por uma abordagem mais simples, interligando-se com segmentos de reta as amostras adjacentes do perfil de relevo. Dessa forma, a complexidade do relevo é reduzida a uma equação linear. Isso cria a oportunidade de se aplicar a solução conhecida para o modelo de Terra plana sobre cada segmento de reta do perfil, como detalhado a seguir.

Considere-se um plano cartesiano bidimensional formado pelos eixos de alcance (x) e altura (y), como ilustrado na Figura 3. O radar e o alvo estão posicionados em $R(x_R, y_R)$ e $T(x_T, y_T)$, respectivamente. Seja uma reta h contendo duas amostras consecutivas de relevo, dadas por $P_1(x_1, y_1)$ e $P_2(x_2, y_2)$. A equação da reta h é definida por

$$y = m(x - x_1) + y_1, \quad (8)$$

em que m representa o coeficiente angular, dado por

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}. \quad (9)$$

Definam-se os pontos $A(x_A, y_A)$ e $B(x_B, y_B)$ como sendo as respectivas projeções ortogonais do radar e do alvo sobre a reta h . Nesse caso, por meio de (8) e de conceitos básicos de geometria analítica, as coordenadas dos pontos A e B podem ser obtidas como

$$x_A = \frac{x_R + m(y_R + mx_1 - y_1)}{m^2 + 1} \quad (10)$$

$$y_A = \frac{y_1 + m(x_R + mx_1 - y_1)}{m^2 + 1} \quad (11)$$

$$x_B = \frac{x_T + m(y_T + mx_1 - y_1)}{m^2 + 1} \quad (12)$$

$$y_B = \frac{y_1 + m(x_T + mx_1 - y_1)}{m^2 + 1}. \quad (13)$$

Determina-se então o ponto de reflexão $G_1(x_{G1}, y_{G1})$ sobre a reta h , abstraindo-a como uma superfície refletora, exatamente como no modelo de Terra plana. Se G_1 pertencer ao segmento de reta definido por P_1 e P_2 , acusa-se um multipercurso nesse segmento, localizado em G_1 . Caso contrário, nenhum multipercurso é acusado. Repetindo-se esse procedimento para cada

$$x_{G_1} = \frac{(x_1 - x_2)(x_1(y_R - y_2) + x_2(y_1 - y_R) + x_R(y_2 - y_1))(- (x_1 - x_2)(x_R - x_T) - (y_1 - y_2)(y_R - y_T))}{D_1} + \frac{x_R(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)(x_1(y_R - y_2) + x_2(y_1 - y_R))}{D_2} \quad (16)$$

$$y_{G_1} = \frac{(y_1 - y_2)(x_1(y_2 - y_R) + x_2(y_R - y_1) + x_R(y_1 - y_2))((x_1 - x_2)(x_R - x_T) + (y_1 - y_2)(y_R - y_T))}{D_1} - \frac{(y_1 - y_2)(x_1^2 - x_1(x_2 + x_R) + x_2x_R + (y_1 - y_2)(y_1 - y_R))}{D_2} + y_1 \quad (17)$$

$$D_1 \triangleq D_2(x_1(2y_2 - y_R - y_T) + x_2(-2y_1 + y_R + y_T) + (x_R + x_T)(y_1 - y_2))$$

$$D_2 \triangleq (x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2$$

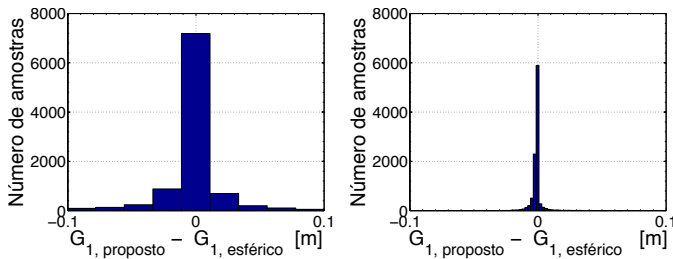


Fig. 4. Histograma da diferença entre as localizações dos pontos de multipercurso fornecidas pelo modelo de Terra esférica e pela solução proposta, para um perfil topográfico amostrado em 10 metros (à esquerda) e 1 metro (à direita).

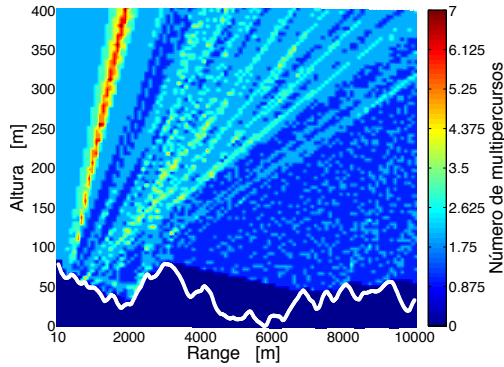


Fig. 5. Número de multipercursos (a linha branca indica o perfil de relevo, normalizado de modo que a altura mínima valha zero).

segmento do perfil de relevo, identificam-se todos os pontos de multipercurso. Resta especificar x_{G_1} e y_{G_1} , como segue.

Da Figura 3, por equivalência de triângulos, tal como feito no modelo de Terra plana, tem-se que

$$\frac{d(R, A)}{d(G_1, A)} = \frac{d(T, B)}{d(G_1, B)}, \quad (14)$$

em que $d(\cdot, \cdot)$ denota a distância entre dois pontos. Manipulando-se algebricamente (14), chega-se a uma expressão para x_{G_1} , dada por

$$x_{G_1} = \frac{d(A, B) \times d(R, A) \cos(\theta)}{d(R, A) + d(T, B)} + x_A, \quad (15)$$

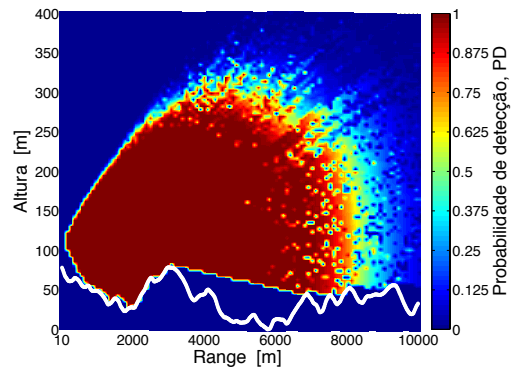


Fig. 6. Probabilidade de detecção utilizando a solução proposta (a linha branca indica o perfil de relevo, normalizado de modo que a altura mínima valha zero).

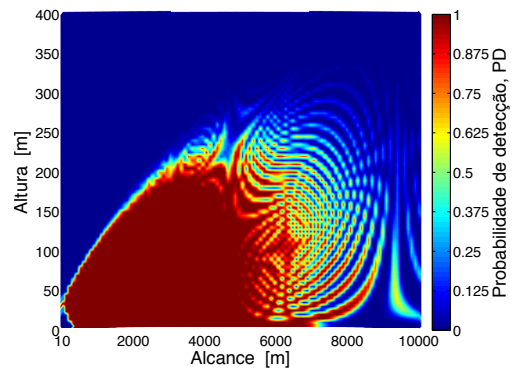


Fig. 7. Probabilidade de detecção utilizando o modelo de Terra esférica sem relevo (a linha branca indica a curvatura terrestre).

em que $\theta = \arctan(m)$. Calculando-se as várias distâncias em termos das coordenadas dos pontos envolvidos, obtém-se x_{G_1} como em (16), no topo da página. Finalmente, substituindo-se (16) em (8), obtém-se y_{G_1} como em (17), também no topo da página.

V. RESULTADOS NUMÉRICOS

Os resultados numéricos serão divididos em duas partes. Na primeira, o método desenvolvido será confrontado aos modelos

consolidados de Terra plana e de Terra esférica, para um cenário sem relevo. Na segunda, será introduzido um perfil real de topografia da cidade de Campinas e, assim, serão observados a quantidade de pontos de reflexão identificados pela solução proposta e a influência destes na probabilidade de detecção de diferentes alvos. Em todos os exemplos apresentados, as antenas de transmissão e recepção estão posicionadas a 30 metros acima do solo, o alvo é varrido entre 10 e 10000 metros em alcance e entre 10 e 400 metros acima da superfície terrestre. Além disso, considera-se um diagrama de radiação gaussiano, $\lambda = 0,031662$ m, $P_t = 30$ W, $G = 20$ dBi, $\sigma = 1$ m², $F_n = 1,7$ dB, $B = 50$ MHz e $PFA = 10^{-6}$.

A. Sem Perfil de Relevo

Um primeiro teste para a solução proposta é compará-la ao modelo de Terra plana, quando aplicados a uma superfície plana sem relevo. Nesse caso, não se observa qualquer diferença entre os valores de G_1 fornecidos pelas duas soluções. Isso é esperado, porque a solução proposta tem como base o arcabouço analítico do modelo de Terra plana.

Um segundo teste para a solução proposta é compará-la ao modelo de Terra esférica, quando aplicados a um perfil sem relevo acompanhando a curvatura da superfície terrestre. Nesse caso, observa-se uma pequena diferença entre os valores de G_1 fornecidos pelas duas soluções. A Figura 4 ilustra essa diferença para dois valores de espaçamento entre as amostras de relevo: 1 e 10 metros. Note que o grau de concordância entre as soluções aumenta à medida que o espaçamento entre as amostras é reduzido. Isso indica que a solução proposta é plenamente consistente com o modelo de Terra esférica, bastando-se adotar um espaçamento suficientemente pequeno a fim de atender a uma certa precisão na identificação dos multipercursos.

B. Com Perfil de Relevo

Como último teste, introduz-se um perfil topográfico real, referente à região de Campinas. A Figura 5 ilustra a quantidade de pontos de reflexão para cada posicionamento do alvo no mapa. Nota-se que em muitos dos casos o número de pontos de reflexão ultrapassa o valor unitário previsto nos modelos de Terra plana e de Terra esférica. Além disso, uma vez identificados os multipercursos, é possível avaliar o impacto destes sobre a probabilidade de detecção do radar, combinando-se (1), (2) e (7). O resultado é apresentado na Figura 6, considerando-se os multipercursos identificados pela solução proposta. Por comparação, apresenta-se na Figura 7 o resultado correspondente considerando-se os multipercursos identificados pelo modelo de Terra esférica (com perfil nulo de relevo). Note como o padrão de cobertura observado é sensivelmente diferente nos dois casos. Isso atesta a forte influência do perfil topográfico sobre o fenômeno de multipercurso e, conseqüentemente, sobre o desempenho de sistemas de radar. Daí a importância de se desenvolver métodos mais realistas e eficientes de predição de cobertura, como o proposto neste artigo.

VI. CONCLUSÕES

Este artigo apresentou uma nova solução analítica para avaliar o impacto do multipercurso sobre a detecção em sistemas de radar. A solução proposta identifica e localiza cada ponto de multipercurso entre a antena e o alvo. Resultados numéricos envolvendo dados topográficos reais indicam uma clara diferença entre as previsões feitas pela nova solução e aquelas de modelos clássicos, limitados à ausência de relevo.

A abordagem desenvolvida neste trabalho vem sendo empregada como ferramenta de projeto e dimensionamento de sistemas de radar na Bradar Indústria S.A., empresa do grupo Embraer Defesa e Segurança.

REFERÊNCIAS

- [1] H. T. Hayvacı, A. De Maio and D. Erricolo, "Improved detection probability of a radar target in the presence of multipath with prior knowledge of the environment," *IET Radar, Sonar and Navigation*, vol. 7, no. 1, pp. 36–46, Jan. 2013.
- [2] D. J. Donohue and J.R. Kuttler, "Propagation modeling over terrain using the parabolic wave equation," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 48, no. 2, pp. 260–277, Feb. 2000.
- [3] M. H. Newkirk, J. Z. Gehman, and G. D. Dockery, "Advances in calculating electromagnetic field propagation near the Earth's surface," *Johns Hopkins Apl Technical Digest*, vol. 22, no. 4, pp. 462–472, Oct. 2001.
- [4] D. J. Donohue and J.R. Kuttler, "Modeling radar propagation over terrain," *Johns Hopkins Apl Technical Digest*, vol. 18, no. 2, pp. 279–287, Oct. 1997.
- [5] O. Ozgun, G. Apaydin, M. Kuzuoglu and L. Sevgi, "PETOOL: Matlab-based one-way and two-way split-step parabolic equation tool for radiowave propagation over variable terrain," *Computer Physics Communications*, vol. 182, no. 12, pp. 2638–2654, Dec. 2011.
- [6] J. Agnarsson, "Simulation of a radar in Flames," Johns Hopkins Apl Technical Digest, Technical-Natural Science Faculty UTH., Uppsala University., Sweden, Tech. Rep. UPTec F13012, June. 2013
- [7] K. Y. Kapusuz and A. Kara, "Determination of scattering center of multipath signals using geometric optics and Fresnel zone concepts," *Engineering Science and Technology, an International Journal*, vol. 17, pp. 50–57, Mar. 2014.
- [8] S. Auer, S. Hinz and R. Bamler, "Ray tracing for simulating reflection phenomena in SAR images," in *Proc. IEEE IGARSS'08*, Boston, US, July. 2008, pp. 518–521.
- [9] D. Brunner, G. Lemoine, H. Greidanus and L. Bruzzone, "Radar imaging simulation for urban structures," *IEEE Geosci. Remote Sens. Lett.*, vol. 8, no. 1, pp. 68–72, Jan. 2011.
- [10] P. Setlur, G. E. Smith, F. Ahmad and M. G. Amin, "Target localization with a single sensor via multipath exploitation," *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.*, vol. 48, no. 3, pp. 1996–2014, July. 2012.
- [11] D. Gubelli, O. A. Krasnov and O. Yaroyvi, "Ray-tracing simulator for radar signals propagation in radar networks," in *Proc. 10th European Radar Conference (EuRAD'13)*, Nuremberg, Germany, Oct. 2008, pp. 73–76.
- [12] S. L. Wilson and B. D. Carlson, "Radar detection in multipath," *IEE Proc.-Radar, Sonar and Navigation*, vol. 146, no. 1, pp. 45–54, Feb. 1999
- [13] A. Ephrath, "Using vertical and horizontal multipath models in radar simulations," in *Proc. 38th European Microwave Conference (EuMC'08)*, Amsterdam, Netherlands, Oct. 2008, pp. 971–974.
- [14] S. Sen and A. Nehorai, "Adaptive OFDM Radar for Target Detection in Multipath Scenarios," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 59, no. 1, pp. 78–90, Jan. 2011.
- [15] L. V. Blake, *Radar Range-Performance Analysis*, 1st ed. Artech House., 1986.
- [16] M. A. Richards, *Fundamentals of Radar Signal Processing*, 2nd ed. McGraw Hill., 2014.
- [17] K. A. Norton and A. C. Omberg, "The Maximum Range of a Radar Set," *Proceedings of the I.R.E. and Waves and Electrons*, vol. 35, no. 1, pp. 4–24, Jan. 1947.