

# Transceptor MIMO em Sistemas de Comunicações Móveis Sem Fio com Multipontos Coordenados

Francisco M. C. Caldas, Carlos I. R. Bandeira e Walter C. Freitas Jr.

Universidade Federal do Ceará - UFC

Grupo de Pesquisa em Telecomunicações Sem Fio - GTEL

Emails:{fcomarcio, carlosigor, walter}@gtel.ufc.br

**Resumo**— Neste trabalho avalia-se o desempenho de transceptores MIMO (do inglês, *Multiple-Input-Multiple-Output*) em uma nova arquitetura proposta para os sistemas de comunicações móveis sem fio de próxima geração. Foi considerado um transceptor MIMO denominado como híbrido, capaz de obter conjuntamente ganhos de multiplexação espacial e de diversidade no cenário de cooperação com multipontos coordenados CoMP (do inglês, *Coordinated Multi-Point*), bem como no cenário co-localizado, em que avaliou-se o desempenho comparativo em ambos os cenários: CoMP e co-localizado. Nossa análise foi dividida em duas partes: uma análise sistêmica, em que observamos o comportamento da SINR (do inglês, *Signal to Interference plus Noise Ratio*) utilizando os transceptores VBLAST (do inglês, *Vertical Bell-Labs Space-Time*) e STBC (do inglês, *Space-Time Block Codes*), e outra de enlace, na qual aplicamos um transceptor MIMO híbrido para fornecer uma análise da PEP (do inglês, *Pairwise Error Probability*). Os resultados mostraram que por meio da cooperação, um desempenho semelhante ao cenário co-localizado pode ser obtido com um menor número de antenas nas estações rádio-base, representando uma economia nos dispêndios de capital em infra-estrutura, bem como uma redução na taxa de erro.

**Palavras-Chave**— Estruturas MIMO, Sistemas Cooperativos e Comunicações Sem Fio.

**Abstract**— In this work evaluated the performance of the MIMO transceiver in a new architecture proposed for mobile communication systems in the next generation. It was considered the transceiver MIMO called hybrid, which can obtain spatial multiplexing gains and diversity in the scenario of cooperation with CoMP coordinate multipoint, such as the co-located scenario, for evaluated the comparative performance in both scenarios: CoMP and Co-located. Our analysis has been divided into two parts: a systemic analysis, where we observe the behavior of the SINR for VBLAST and STBC's, and a link analysis which we apply the hybrid MIMO transceiver to provide a analysis of the PEP. The results showed that through cooperation, a similar performance can be obtained for the scenario co-located with a smaller number of antennas in the radio base stations, representing a saving for the lost costs in infrastructure CAPEX as well as a reduction in error rate.

**Keywords**— Hybrid MIMO Schemes, Cooperative Systems and Wireless Communications.

## I. INTRODUÇÃO

Durante a última década, os serviços de comunicações móveis sem fio tiveram um impressionante crescimento mundial. A próxima geração, se espera ser capaz de fornecer

Este trabalho foi financiado pela Fundação Cearense de Apoio ao Desenvolvimento Científico e Tecnológico - FUNCAP, Laboratório de Comunicação sem Fio - GTEL, Universidade Federal do Ceará - UFC.

uma variedade de serviços desde voz de alta qualidade até serviços multimídia sem fio, para qualquer pessoa, em qualquer lugar e a qualquer hora, comumente descrito como situação ABC (do inglês, *Always Best Connected*).

Em particular, o interesse dos usuários em aplicações multimídia sem fio é o motivo para a necessidade de altas taxas de transmissão de dados para os sistemas sem fio futuros. Com esse fim, sistemas móveis sem fio além da terceira geração (3G), algumas vezes definidos como sistemas móveis sem fio XG (do inglês, *Next Generation*) desejam satisfazer ao crescente aumento de demanda por serviços de banda-larga sem fio. Entretanto, os desafios impostos pelo canal rádio móvel em sistemas de comunicações móveis sem fio é um fator limitante para as taxas que se almeja atingir.

Uma estratégia de se obter os ganhos é a utilização de sistemas de múltiplas antenas em ambos transmissor e receptor. Essa técnica é utilizada atualmente como meio de fornecer ganho de diversidade e/ou de multiplexação espacial ao enlace de sistemas de comunicações móveis sem fio. Entretanto, após uma década de pesquisa em sistemas MIMO, fatores limitantes ainda permanecem para sua ampla utilização nos sistemas de próxima geração como a questão do espaço físico nos dispositivos móveis, o custo operacional do hardware envolvido e o poder de processamento em tais dispositivos.

Uma arquitetura promissora é o CoMP que está presente na norma do 3GPP (do inglês, *3rd Generation Partnership Project*) LTE (do inglês, *Long Term Evolution*) como uma forma de aperfeiçoar as redes celulares usando os recursos já existentes [1]. Os sistemas CoMP são compostos de várias Estações Rádio Base (ERB) distribuídas geograficamente e conectadas ou não através de uma Estação Base Central (EBC), de modo que todas as ERB's cooperam proporcionando uso mais eficiente dos recursos do sistema [2].

Dado esse novo cenário que se apresenta para as próximas gerações dos sistemas de comunicações móveis sem fio, nesse artigo avaliou-se uma comparação entre duas arquiteturas de rede: uma arquitetura com múltiplas antenas co-localizadas e outra com multipontos coordenados com três ERB's, ambas considerando diversos transceptores MIMO.

A análise foi dividida em duas partes: uma análise sistêmica, em que observa-se o comportamento da SINR utilizando VBLAST e STBC e outra de enlace, na qual utiliza-se um transceptor híbrido para fornecer uma análise da PEP. Usando o transceptor MIMO híbrido com três

antenas de transmissão denominado G2+1, composto por duas camadas em paralelo: Uma camada Alamouti STBC que trata-se de um esquema de multiplexação temporal capaz de fornecer ganho de diversidade, possibilitando maior confiabilidade nas transmissões de dados e uma VBLAST esquema de multiplexação espacial capaz de fornecer ganho de capacidade no sistema. Avalia-se também os resultados quando a célula co-localizada possui tamanho equivalente as três células cooperativas e quando as células possuem as mesmas dimensões.

O restante deste trabalho está organizado na seguinte estrutura. Na Seção II abordamos alguns conceitos sobre o sistema CoMP. A Seção III conceitua alguns aspectos sobre transceptores MIMO. A Seção IV apresenta os cenários propostos bem como os critérios e parâmetros utilizados. A Seção V apresenta os resultados de desempenho comparando o modelo co-localizado e o cooperativo por meio da PEP e SINR. Finalmente, a Seção VI conclui a respeito das contribuições do trabalho.

## II. SISTEMAS CoMP

Um sistemas CoMP é composto por um conjunto de Estações Rádio Base em que as ERB's são distribuídas geograficamente e conectadas, ou não, através de uma Estação Base Central, fornecendo serviços aos equipamentos de usuários (UE) como pode-se observar na Fig.1.

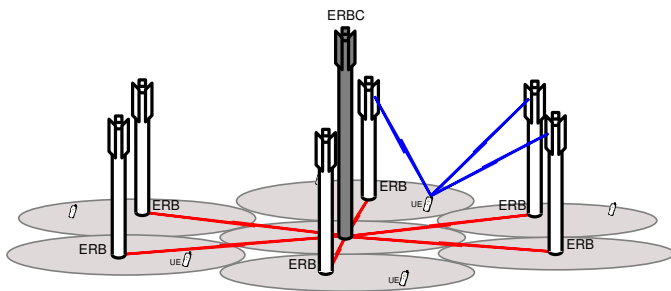


Fig. 1. Sistema CoMP.

A transmissão ou recepção usando CoMP é um conceito promissor para empregar uma maior reutilização de frequência e ao mesmo tempo suprimir a interferência intercélula. Isso é possível através da troca de informações sobre a qualidade do canal CQI (do inglês, *Channel Quality Indicator*) ou Informação do Estado do Canal CSI (do inglês, *Channel State Information*) de forma coordenada entre várias ERB's [2].

A utilização de antenas distribuídas introduz novos aspectos com relação aos sistemas convencionais como:

- Macro-diversidade e processamento: em geral, a distância dos UE's a uma ERB será consideravelmente menor que o caso co-localizado. Por um lado, isso permite associar os UE's às ERB's com melhor situação de canal, o que pode levar a ganhos de macro-diversidade, que presente nos sistemas abre espaço para a utilização de técnicas de processamento avançadas tomando proveito desta diversidade.
- Limitação de potência e autoconfiguração: diferentemente dos sistemas com antenas co-localizadas, as restrições de potência de transmissão nos sistemas de antenas distribuídas podem estar associadas a cada antena em particular.
- Localização de fontes: situadas em posições geograficamente distintas e conectadas por um enlace rápido a uma EBC, as antenas distribuídas podem ser consideradas ora como um arranjo distribuído de antenas, ora como antenas individuais possibilitando a localização de fontes de sinal.

### A. Processamento Conjunto

A troca de informação em sistemas CoMP pode ser classificada em duas categorias principais: processamento conjunto (do inglês, *Joint Processing*) e formatação de feixe coordenado (do inglês, *Coordinated Beamforming*). Na formatação de feixe coordenado, somente a CSI dos UE's são compartilhadas entre as células CoMP. Por outro lado, no processamento conjunto, ambas CSI e os dados dos UE's são compartilhados [3].

Desta maneira, assumindo o processamento conjunto na direção do *downlink* em sistemas CoMP, pode-se selecionar sob um determinado critério um conjunto de enlaces e recursos para um dado grupo de UE's próximos, assumindo que  $N$  é o número de antenas receptoras em um determinado UE e  $M$  o número de antenas transmissoras em cada ERB de cada célula CoMP e co-localizada [3]–[5].

## III. TRANSCETORES MIMO

A maioria dos esquemas MIMO são projetados tendo como objetivo atingir apenas um entre os seguintes ganhos: multiplexação ou diversidade. Por isso, esquemas MIMO que objetivam manter o compromisso entre tais ganhos são de grande utilidade na prática.

Na literatura foram propostas soluções denominadas de transceptores MIMO híbridos objetivando ganhos intermediários de diversidade e multiplexação, de forma que os dois ganhos pudessem ser obtidos ao mesmo tempo através de uma simples e única estrutura de transceptor [6]. Através de tais estruturas pode-se fornecer os ganhos de diversidade e multiplexação adaptados de acordo com a situação momentânea do canal rádio móvel (adaptação de enlace multidimensional).

Em geral o processo da transmissão de um esquema híbrido pode ser dividido em camadas, ampliando a definição de camada do caso clássico de obtenção do ganho de multiplexação. Baseado no conceito de camadas, os híbridos combinam esquemas de diversidade como STBC com esquemas de multiplexação VBLAST.

Os ganhos de diversidade presentes em um canal MIMO sem fio podem ser obtidos através do uso de códigos espaço-temporais STC (do inglês, *Space-Time Code*) [7], os quais utilizam técnicas simples de codificação de canal combinadas com o uso de múltiplas antenas, introduzindo correlação espacial e temporal nos sinais transmitidos pelas diferentes antenas, aumentando portanto a ordem de

diversidade no receptor. Duas técnicas amplamente utilizadas com o STC são códigos de bloco espaço-temporais STBC (do inglês, *Space-Time Block Code*) e em treliça espaço-temporais STTC (do inglês, *Space-Time Trellis Codes*) [7].

A fim de tratar a questão da complexidade de decodificação, Alamouti [8] propôs um esquema STBC denotado aqui como G2 utilizando duas antenas transmissoras em canais com desvanecimento plano e quase-estático. Devido sua estrutura de codificação e decodificação bastante simplificada, o esquema de Alamouti está sendo considerado como padrão nos mais diversos sistemas de quarta geração (4G).

A quantidade de redundância introduzida pelo STC é quantificada por sua taxa, enquanto que a sua capacidade de fornecer diversidade é quantificada por sua ordem de diversidade. A taxa do STC é definida em (1) como o número de símbolos que são codificados por intervalo de sinalização dado que  $K$  símbolos sejam transmitidos em  $T$  consecutivos intervalos de sinalização.

$$R = \frac{K}{T}. \quad (1)$$

Uma alta taxa  $R$  é desejável pois representa que uma larga fração dos símbolos transmitidos são informação útil e não redundância. Supondo que os símbolos de entrada do STC sejam símbolos de um alfabeto mapeado através de uma modulação  $\mathcal{M}$ -QAM (do inglês, *Quadrature Amplitude Modulation*) ou  $\mathcal{M}$ -PSK (do inglês, *Phase Shift Keying*, em que  $\mathcal{M}$  é a cardinalidade do esquema de modulação considerado e cada símbolo carrega  $\log_2(\mathcal{M})$  bits de informação.

Assumindo-se uma formatação de pulso idealizado (sem excesso de largura de banda), a eficiência espectral considerando o esquema de modulação do STC, é definida por

$$\eta = R \cdot \log_2(\mathcal{M}) \text{ bps/Hz}. \quad (2)$$

No restante desta seção descreve-se o transceptor MIMO híbrido considerado na análise de enlace para fornecer a PEP (do inglês, *Pairwise Error Probability*) e cuja notação assemelha-se a de [9]. As camadas STBC seguem a denominação utilizada pela camada G2 ou G3, enquanto que cada subcanal não codificado segue o esquema de transmissão VBLAST denotado no nome do transceptor como "+1". O esquema designado para três antenas transmissoras consistindo de duas camadas, uma codificada no espaço e no tempo através do STBC G2 e outra não codificada seguindo o esquema VBLAST é denotada como  $G2+1$ .

#### A. $G2+1$

No esquema  $G2+1$  os sinais transmitidos podem ser organizados na matriz de transmissão espaço-temporal como

$$\mathbf{S}_{G2+1[T=1, T=2]} = \begin{bmatrix} s_1 & s_2 & s_3 \\ -s_2^* & s_1^* & s_4 \end{bmatrix}. \quad (3)$$

Em (3) nota-se que  $K = 4$  símbolos de informação ( $s_1$ ,  $s_2$ ,  $s_3$  e  $s_4$ ) e são multiplexados em  $T = 2$  consecutivas realizações do canal, assim, a eficiência espectral efetiva desse esquema é igual a

$$\eta = (4/2) \cdot \log_2(\mathcal{M}) = 2 \cdot \log_2(\mathcal{M}) \text{ bps/Hz}. \quad (4)$$

Comparado ao STBC G3 em [9] esse esquema híbrido oferece um aumento de 300% na taxa de transmissão, já que o sistema G3 só atinge uma eficiência espectral de

$$\eta = (1/2) \cdot \log_2(\mathcal{M}) \text{ bps/Hz}. \quad (5)$$

#### IV. CENÁRIOS PROPOSTOS

Nos esquemas de multiplexação espacial têm-se interferência entre os subcanais espaciais devido aos símbolos multiplexados através das múltiplas antenas. Desta forma, algoritmos de cancelamento de interferência no receptor são mandatórios a fim de anular os efeitos das interferências, podendo fazer uso de um processamento linear ou não-linear [6].

Neste trabalho será assumida para a análise de enlace a utilização do processamento linear por meio do critério da minimização do erro quadrático médio MMSE (do inglês, *Minimum Mean Square Error*) e será considerado o transceptor MIMO híbrido composto por três antenas para a transmissão dos símbolos de informação dos UE's. O critério de processamento conjunto é utilizado possibilitando realizar a seleção de três antenas entre todas as  $M$  disponíveis em cada célula CoMP. Foram realizadas comparações entre a arquitetura CoMP com a co-localizada em dois cenários: um onde a célula co-localizada é três vezes maior que uma célula cooperativa denominado cenário 1 e outro onde todas as células possuem as mesmas dimensões denominado cenário 2, como podemos observar nas Fig. 2 e 3.

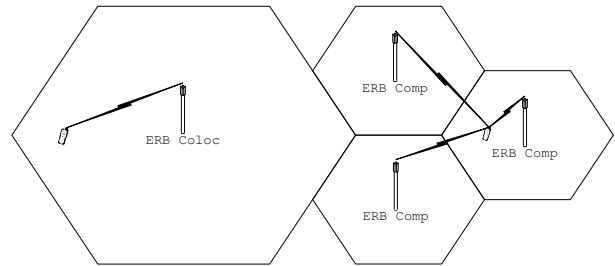


Fig. 2. Cenário 1

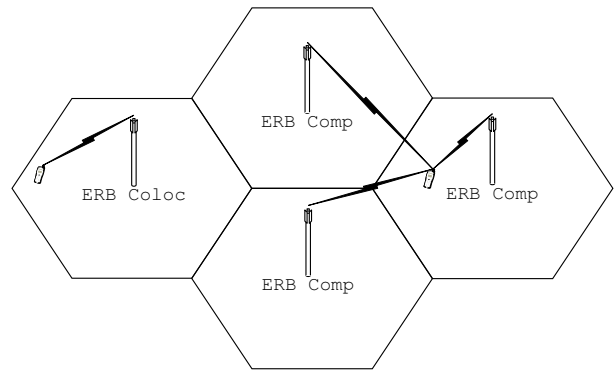


Fig. 3. Cenário 2

Na arquitetura CoMP é considerado o enlace direto (*downlink*) composto por  $J = 3$  células CoMP utilizando uma arquitetura distribuída. O número de antenas em cada ERB das

células CoMP é denotado por  $M = 2$  e na co-localizada  $M = 3$ , assim como o número de antenas em cada UE é definido por  $N = 3$ , cujo posicionamento é definido aleatoriamente próximo a borda da célula.

O critério utilizado pelo processamento conjunto é baseado na SNR de tal forma que os três melhores subcanais dentre as  $M$  antenas do cenário CoMP serão selecionadas para a transmissão utilizando o transceptor considerado [6], gerando assim uma matriz de canal com dimensões  $N = M = 3$ , de modo que os demais subcanais passam a ser desconsiderados e os interferentes ficam a critério dos próprios subcanais selecionados. Desse modo, os interferentes no caso da célula co-localizada são oriundos de subcanais da própria célula e no caso do cenário CoMP, de subcanais oriundos tanto da própria célula quanto de células adjacentes.

Utilizamos para o cálculo de perda de percurso o modelo de Okumura Hata para cenários urbanos denotado como PL (do inglês, *Path Loss*) conforme podemos observar em

$$PL = 69,55 + 26,16 \log(f_c) - 13,82 \log(h_{ERB}) - a(h_{UE}) + 44,9 - 6,55 \log(h_{ERB}) \log(d) \text{ dB}, \quad (6)$$

em que  $h_{ERB}$  é a altura da ERB,  $h_{UE}$  a altura do UE,  $f_c$  é a frequência da portadora e  $d$  é a distância entre a ERB e o UE. Define-se  $a_{h_{UE}}$  como o fator de correção para a altura efetiva do UE, cuja equação é dada por

$$a_{h_{UE}} = 3,2[\log(11,75h_{UE})]^2 - 4,97 \text{ dB}. \quad (7)$$

Além disso, foi utilizada uma perda por sombreamento de 8 dB e a geração de canal com desvanecimento rápido gerado por uma distribuição *Rayleigh*.

Como critério de avaliação dos resultados obtidos utilizou-se a *SINR* dada por

$$SINR = \frac{P}{Int + \sigma_0^2}, \quad (8)$$

em que  $P$  é a potência do sinal desejado,  $Int$  é a potência dos interferentes gerados a partir dos subcanais selecionados oriundos da mesma célula ou de células adjacentes e  $\sigma_0$  a variância do ruído.

## V. RESULTADOS

Nesta seção apresenta-se os resultados obtidos, os quais são avaliados através de simulações utilizando o método de Monte-Carlo.

Na Fig. 4 é apresentado o desempenho do sistema por meio da PEP em relação a SNR entre as duas arquiteturas consideradas utilizando o transceptor MIMO híbrido: co-localizada ( $M = 3$  e  $J = 1$ ) e CoMP ( $M = 2$  e  $J = 3$ ) totalizando, respectivamente, um conjunto de três e seis antenas transmissoras com  $N = 3$  antenas receptoras em cada UE. Pode-se observar um ganho da ordem de 2 dB para uma PEP de  $10^{-2}$  com a utilização da arquitetura CoMP em relação à co-localizada. Esse resultado pode representar uma vantagem do ponto de vista de infraestrutura para o sistema CoMP, uma vez que em cada ERB assume-se ( $M = 2$ ) contra ( $M = 3$ ) do caso co-localizado. Portanto, uma economia do ponto de vista do dispêndio de capital CAPEX (do inglês, *Capital*

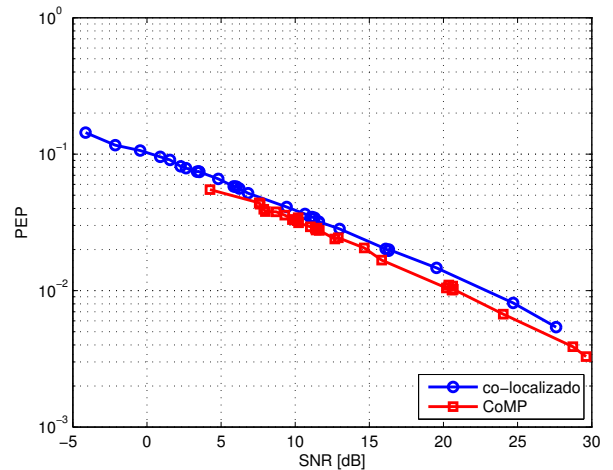


Fig. 4. Comparação entre os Modelos Co-localizado e Cooperativo aplicados no Cenário 1.

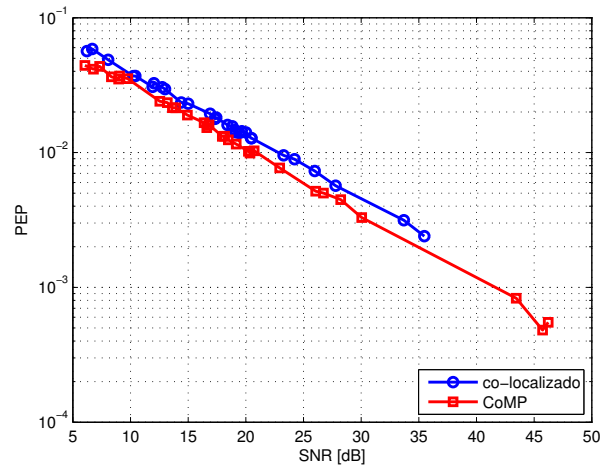


Fig. 5. Comparação entre os Modelos Co-localizado e Cooperativo aplicados no Cenário 2.

*Expenditure*) e operacional OPEX (do inglês, *Operational Expenditure*) da rede.

A Fig. 5 apresenta o resultado obtido através do cenário 2 mantendo as mesmas configurações de  $M$ ,  $N$ ,  $J$  e transceptor selecionado, no qual se pode observar um ganho a cerca de 2,6 dB para uma PEP de  $10^{-2}$  entre o caso CoMP e o co-localizado. Verifica-se que esse cenário alcançou valores de SNR maiores em relação aos resultados obtidos através do cenário 1, assim como uma redução na taxa de erro considerando que todas as vantagens obtidas no cenário 1 também se aplicam no cenário 2 comprovando assim sua maior eficiência.

A Fig. 6 apresenta a CDF (do inglês, *Cumulative Density Function*) em relação a SINR (do inglês, *Signal to Interference plus Noise Ratio*) no cenário 2 utilizando o VBLAST. Pode-se observar que mesmo a arquitetura CoMP sofrendo interferência tanto de subcanais da mesma célula como das adjacentes obteve melhores resultados de SINR em relação à co-localizada, a qual sofre interferência apenas



de subcanais da mesma célula. Outro resultado importante presente na Fig. 6 é a CDF em relação a SINR no cenário 2 utilizando o STBC. Percebe-se em até 75% dos casos que a arquitetura co-localizada supera a cooperativa, tendo em vista que as posições sorteadas dos UE's na célula co-localizada encontram-se mais próximas da ERB. Isso permite alcançar SNR's maiores que os UE's das células cooperativas, já que as distâncias médias obtidas em relação às suas ERB's são maiores. Em contrapartida, a partir de 75% as distâncias médias nas células cooperativas tornam-se menores em virtude de posicionamentos mais favoráveis dos UE's e da cooperação entre as ERB's. Tais condições permitem alcançar SNR's maiores, justificando a presença do cruzamento entre os gráficos em 23 dB e a partir desse ponto resultados superiores da arquitetura CoMP em relação à arquitetura co-localizada.

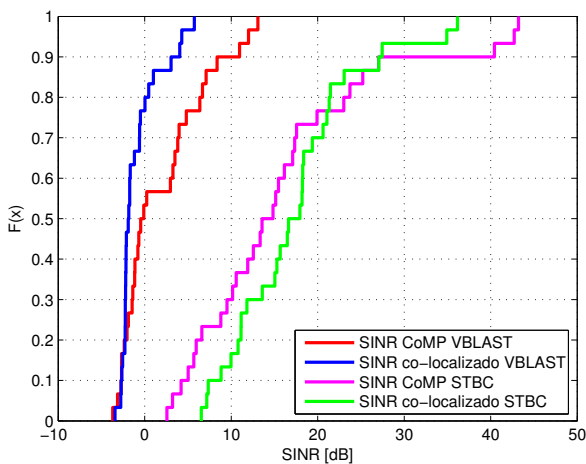


Fig. 6. CDF da SINR no Cenário 2 utilizando VBLAST e STBC.

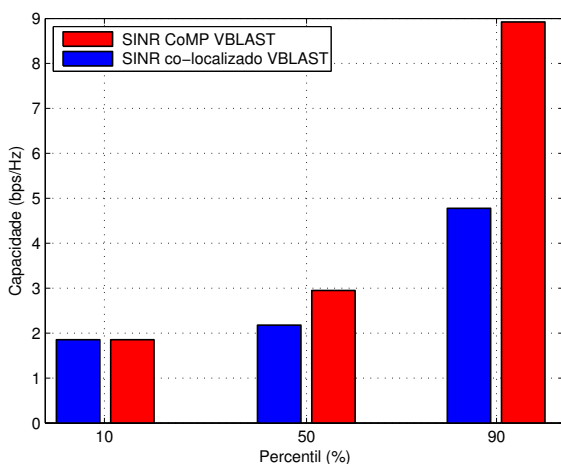


Fig. 7. Capacidade em relação ao percentil dos valores de SINR para as arquiteturas Comp e co-localizado utilizando o VBLAST no cenário 2

A Fig. 7 apresenta os valores usando a capacidade de Shannon em relação ao percentil dos valores obtidos de SINR para as arquiteturas CoMP e co-localizada utilizando o VBLAST no cenário 2. Verifica-se para o décimo percentil que

a capacidade para ambas as arquiteturas são equivalentes, pois através da cooperação a arquitetura CoMP, mesmo possuindo menos antenas, alcançou um valor de taxa semelhante à co-localizada. Para o quinquagésimo e o nonagésimo percentil a capacidade na arquitetura CoMP supera a co-localizada respectivamente em 1 bps/Hz e 4 bps/Hz, comprovando a eficiência de uma estrutura cooperativa que requer menos recursos de *hardware* para fornecer ganhos superiores.

## VI. CONCLUSÕES

Neste trabalho, os dois cenários propostos foram avaliados através de simulação utilizando o desempenho de um sistema CoMP composto por três células em comparação com um sistema co-localizado composto por uma. Em ambas as arquiteturas, consideramos transceptores MIMO e que o equipamento de usuário encontrava-se próximo a borda da célula. Comprovou-se que os resultados obtidos com o sistema CoMP oferecem vantagens em relação ao co-localizado do ponto de vista de infraestrutura simplificada, PEP, SINR e taxa, evidenciando que um melhor desempenho em relação ao cenário co-localizado pode ser obtido com um menor número de antenas nas estações rádio-base utilizando a cooperação.

Desse modo, este trabalho traz como contribuição o comparativo entre as estruturas CoMP e co-localizada, comprovando o desempenho superior da cooperação, que se reflete nos dispêndios de capital em infra-estrutura, bem como no melhor uso dos recursos disponíveis para os sistemas de comunicações móveis sem fio de próxima geração.

## REFERÊNCIAS

- [1] D. Gesbert, S. Hanly, H. Huang, S. Shlomo, O. Simeone e W. Yu, "Multi-cell MIMO cooperative networks: A new look at interference," *IEEE Journal on Selected Areas in Communications* **28**, pp. 1380–1408, Dezembro 2010.
- [2] T. F. Maciel, E. M. G. Stancanelli, J. C. Feitosa, W. C. Freitas Jr. e F. R. P. Cavalcanti, "Scheduling strategies for coordinated multi-point systems," *Simpósio Brasileiro de Telecomunicações (SBrT'09)*, Setembro 2009.
- [3] R. L. Batista, "Radio resource allocation for coordinated multi-point systems," Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Ceará - UFC, Agosto 2011.
- [4] H. Zhang, H. Dai e Quan Zhou, "Base station cooperation for multiuser MIMO: Joint transmission and bs selection," *Conference on Information Sciences and Systems*, Março 2004.
- [5] R. L. Batista, R. B. dos Santos, T. F. Maciel, W. C. Freitas Jr. e F. R. P. Cavalcanti, "Performance evaluation for resource allocation algorithms in CoMP systems," in *IEEE 72nd Vehicular Technology Conference Fall (VTC 2010-Fall)*, pp. 1–5, Setembro 2010.
- [6] W. C. Freitas Jr., *Esquemas de Transceptores MIMO e Adaptação de Enlace Multidimensional em Comunicações Sem Fio*. Tese de Doutorado, Universidade Federal do Ceará - UFC, Setembro 2006.
- [7] V. Tarokh, N. Seshadri e A. Calderbank, "Space-time codes for high data rate wireless communication: performance criterion and code construction," *IEEE Transactions on Information Theory* **44**, pp. 744–765, Março 1998.
- [8] S. Alamouti, "A simple transmit diversity technique for wireless communications," *IEEE Journal on Selected Areas in Communications* **16**, pp. 1451–1458, Outubro 1998.
- [9] V. Tarokh, H. Jafarkhani e A. Calderbank, "Space-time block codes from orthogonal designs," *IEEE Transactions on Information Theory* **45**, pp. 1456–1467, Julho 1999.