

# Receptor Ótimo para Sistemas OFDM Cooperativos com Amplificadores de Potência Não Lineares

Éder Jacques P. Farias<sup>\*</sup>, Diego A. Sousa<sup>\*</sup>, C. Alexandre R. Fernandes<sup>◊</sup> e C. Estêvão R. Fernandes<sup>†</sup>

**Resumo**—A diversidade de cooperação e a multiplexação por divisão de frequências ortogonais (*orthogonal frequency division multiplexing* - OFDM) são duas das principais tecnologias para os sistemas de comunicação sem fio. Neste artigo, propõe-se um receptor ótimo, no sentido da razão sinal ruído (*signal-to-noise ratio* - SNR), para um sistema OFDM cooperativo não linear. O modelo de sistema utilizado inclui um transmissor com amplificador de potência não linear e um repetidor (*relay*) do tipo amplifica-e-encaminha (*amplify-and-forward* - AF), sendo este último também equipado com um amplificador de potência não linear. Usando a técnica de diversidade por combinação de razão máxima (*maximum ratio combining* - MRC) para tratar os sinais recebidos, o receptor proposto considera tanto as informações oriundas do caminho direto (fonte-destino) como as provenientes do repetidor. Resultados numéricos de simulação são apresentados, evidenciando o desempenho do receptor proposto.

**Palavras-Chave**—OFDM, diversidade de cooperação, amplificador não linear, receptor ótimo, MRC.

**Abstract**—Cooperation diversity and orthogonal frequency division multiplexing (OFDM) are two key technologies for wireless communication systems. In this paper, we develop the optimum receiver, in the signal-to-noise ratio (SNR) sense, for a nonlinear OFDM cooperative system. The system model considered includes a transmitter with a nonlinear power amplifier and an amplify-and-forward (AF) relay also using a nonlinear power amplifier. The proposed receiver uses a maximum ratio combining (MRC) diversity technique to treat the received signals, assuming that both the direct link (source-destination) and the relay link are available. Numerical simulation results are provided to illustrate the performance of the proposed receiver.

**Keywords**—OFDM, cooperative diversity, nonlinear power amplifier, optimum receiver, MRC.

## I. INTRODUÇÃO

A tecnologia de multiplexação por divisão de frequências ortogonais (OFDM, *orthogonal frequency division multiplexing*) pode ser encontrada em diversos padrões de transmissão sem fio, como IEEE 802.11a, IEEE 802.16, 3GPP LTE, DVB-T (*Digital Video Broadcasting - Television*), DAB-T (*Digital Audio Broadcasting - Television*), bem como nos padrões de redes celulares 4G e 4.5G [1], [2]. Este tipo de modulação multiportadora é muito eficaz no combate à interferência entre-símbolos (ISI, *intersymbol interference*) e aproveita bem

o espectro utilizando frequências ortogonais. Os símbolos OFDM são transmitidos em bandas superpostas de forma a não haver a necessidade de banda de guarda entre as subportadoras. Além disso, a implementação digital dos transceptores OFDM é bastante simples, diferentemente da tecnologia predecessora, a multiplexação por divisão de frequências (FDM, *Frequency-Division Multiplexing*), que tinha alto custo de implementação e menor eficiência espectral.

Um dos grandes problemas das modulações multiportadoras é a alta razão entre a potência de pico e a potência média (PAPR, *peak average power ratio*) do sinal recebido [1]. A PAPR é definida como a razão entre a potência máxima instantânea e a potência média do sinal transmitido. Devido às várias subportadoras com símbolos independentes, a soma coerente destes pode gerar um alto valor em amplitude, ocasionando uma alta PAPR. Por conta da não linearidade dos amplificadores de potência (PA, *power amplifier*) existentes nos transmissores, quando a PAPR é elevada, os picos do sinal podem atingir a região de saturação da curva de resposta do amplificador, resultando em distorções que podem causar erros na detecção do sinal [5], [3], [4]. A fim de não deteriorar a qualidade do enlace, o transmissor deve utilizar um alto valor de recuo de entrada (IBO, *input back-off*) [5]. O IBO é definido como a razão entre a potência de saturação e a potência média na entrada do PA. Altos valores de IBO resultam em uma baixa razão sinal ruído (SNR, *signal-to-noise ratio*) no receptor e em uma perda de eficiência de potência de transmissão, ocasionando uma subutilização do PA.

Assim como o OFDM, a diversidade de cooperação assumiu um papel de destaque no desenho das tecnologias de comunicações móveis atuais e futuras. Sistemas com diversidade de cooperação têm sido objeto de pesquisa de muitos trabalhos que tratam da transmissão de dados sem fio [6]. Tais sistemas têm como principais objetivos ampliar a cobertura, eficiência espectral e capacidade. Em sistemas de múltiplas entradas e múltiplas saídas (MIMO, *multiple-input multiple-output*), o uso da diversidade de cooperação permite que se explore a diversidade espacial, com a vantagem de não precisar utilizar múltiplas antenas em um mesmo terminal [7], [8]. Os sistemas cooperativos são compostos por um transmissor, um ou mais repetidores (*relays*) distribuídos e um ou mais receptores (destino) [9], [6]. O modo de funcionamento desses repetidores é definido pelo seu protocolo de retransmissão. Atualmente, existem vários destes protocolos para sistemas cooperativos, dentre os quais destacam-se as estratégias ‘amplifica-e-encaminha’ (AF, *amplify-and-forward*) e ‘decodifica-e-encaminha’ (DF, *decode-and-forward*). Neste

<sup>\*</sup>Dpto. Eng. Teleinformática, Univ. Federal do Ceará, Fortaleza, Brasil, <sup>◊</sup>Engenharia da Computação, Univ. Federal do Ceará, Campus UFC Sobral, Brasil, <sup>†</sup>Centro de Tecnologia, Univ. Federal do Ceará, Fortaleza, Brasil, E-mails: eder.jacques@gmail.com, diego@gtel.ufc.br, alexandrefernandes@ufc.br, estevao@ufc.br. Este trabalho recebeu suporte financeiro dos seguintes projetos de pesquisa: CAPES/DS, PRONEX/Funcap contrato N° 21.01.00/08, PPP/Funcap contrato N° CV2153/SUB10 (FCPC) e BPI/FUNCAP contrato N° BPI-0031-00106.01.00/10.

trabalho, o protocolo AF será utilizado por razões de simplicidade computacional e de latência do sistema, visto que neste caso o repetidor não realiza operações de codificação e decodificação.

Neste artigo, propõe-se um receptor ótimo, no sentido de maximizar a razão sinal ruído (SNR, *signal-to-noise ratio*), para um sistema OFDM cooperativo do tipo AF assumindo que ambos os enlaces fonte-destino e fonte-repetidor-destino estão disponíveis e que os PAs tanto da fonte quanto do repetidor são não lineares. Com o intuito de explorar a diversidade espacial, o receptor proposto utiliza um algoritmo de combinação de razão máxima (MRC, *maximum ratio combining*), uma técnica clássica de diversidade baseada na combinação de réplicas descorrelacionadas de um sinal recebidas em um arranjo de antenas [10]. Contudo, antes de modelar o receptor MRC, faz-se necessário fazer um pré-branqueamento dos sinais recebidos. Esse pré-branqueamento é mandatório, pois, como verificaremos adiante, os ruídos provenientes das distorções não lineares adicionados aos dois sinais recebidos no destino são correlacionados, fato que inviabiliza a realização do receptor MRC na sua forma clássica. Resultados numéricos de simulação são apresentados, evidenciando o desempenho do receptor proposto. Na etapa de simulações, faremos análises de taxa de erro de símbolo do receptor proposto, para várias SNRs e IBOs, fazendo comparações com receptores que não consideram a diversidade e com casos em os PAs são lineares.

Atualmente, existem poucos trabalhos que investigam o impacto das distorções não lineares em sistemas de comunicação cooperativos. Deve ser destacado que, no melhor do nosso conhecimento, não há trabalhos na literatura que considerem um sistema cooperativo onde ambos, fonte e repetidor, possuem amplificadores não lineares e onde ambos os enlaces fonte-destino e fonte-repetidor-destino são utilizados. Em [11], um receptor ótimo para um sistema de comunicação cooperativo OFDM-AF foi proposto, considerando não linearidade apenas no repetidor. Em [12], foi proposta uma técnica de alocação de potência para um sistema com múltiplos repetidores AF com PAs não lineares. Uma análise de probabilidade de *outage* (interrupção de serviço) de um sistema de comunicação cooperativo AF foi desenvolvida em [13], [14], levando em consideração o impacto da saturação da potência média. No entanto, não se considera em [13] as distorções não lineares causadas pela saturação da amplitude instantânea dos sinais transmitidos e, e em [14] é considerado que apenas o *relay* possui amplificador de potência não linear. Em [15], uma expressão de probabilidade de erro de bit foi desenvolvida para um sistema cooperativo, assumindo não linearidade no transmissor e no repetidor. Vale salientar que em [15], [12], [13] é assumido que não existe caminho direto entre a fonte e o destino.

O restante do artigo está organizado da seguinte forma. A Sessão II descreve o modelo de sistema considerado; na Sessão III, o receptor ótimo proposto é desenvolvido; na Sessão IV resultados de simulação computacional são apresentados e, finalmente, a Sessão V sintetiza as conclusões deste artigo e discute perspectivas para trabalhos futuros.

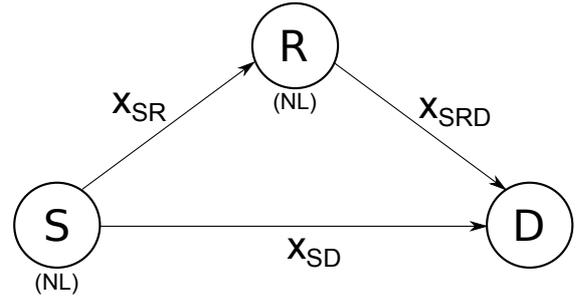


Fig. 1. Modelo de Transmissão

## II. MODELAGEM DO SISTEMA

O cenário do sistema proposto é composto por três componentes básicos: a fonte (S), o *relay* (R) e o destino (D), onde se presume que a fonte e o *relay* possuem PAs não lineares, como mostrado na Fig. 1. Tanto o caminho direto entre a fonte e o destino (S-D), quanto o caminho passando pelo *relay* (S-R-D) são levados em consideração, sendo o *relay* do tipo AF. A transmissão dos dados é feita utilizando OFDM e todos os nós são equipados com uma única antena operando em modo half-duplex. Assumimos que os canais sem fio são seletivos em frequência com desvanecimento Rayleigh e que os símbolos transmitidos pelos três nós estão sincronizados. Além disso, considera-se que todas as subportadoras do sinal transmitido na fonte possuem a mesma potência  $P_s$ .

Seja  $s_n$  o símbolo de informação que será transmitido na  $n$ -ésima subportadora no domínio da frequência, com  $1 \leq n \leq N$ , onde  $N$  é o número de subportadoras, e  $s'_{n'}$  o sinal transmitido no domínio do tempo, ou seja, a transformada discreta de Fourier inversa (IDFT, *inverse discrete Fourier transform*) de  $s_n$ , com  $1 \leq n' \leq N$ . Os dados transmitidos  $s_n$  são assumidos independentes e identicamente distribuídos (i.i.d.), com distribuição uniforme e modulação de amplitude em quadratura (QAM, *Quadrature Amplitude Modulation*) ou modulação por deslocamento de fase (PSK, *Phase Shift Keying*). Para um alto número  $N$  de subportadoras,  $s'_{n'}$  pode ser considerado uma variável aleatória com distribuição Gaussiana complexa [16]. Assumindo que a forma de onda é retangular e usando a extensão do Teorema de Busgang para entrada Gaussiana complexa, podemos expressar a saída do PA da fonte no domínio do tempo como [16]:

$$f'^S(s'_{n'}) = \alpha_s s'_{n'} + d'_{n'}^{(S)}, \quad (1)$$

onde  $d'_{n'}^{(S)}$  é uma distorção descorrelacionada com  $s'_{n'}$ ,  $\alpha_s$  é uma constante complexa e  $f'^S(\cdot)$  é uma função não linear sem memória que modela o PA da fonte. No domínio da frequência, escreve-se:

$$f_n^S = \alpha_s s_n + d_n^{(S)}, \quad (2)$$

onde  $f_n^S$ ,  $s_n$  e  $d_n^{(S)}$  são respectivamente as transformadas discretas de Fourier (DFT, *discrete Fourier transform*) de  $f'^S(s'_{n'})$ ,  $s'_{n'}$  e  $d'_{n'}^{(S)}$ , com  $1 \leq n, n' \leq N$ .

Assumindo que o tamanho do prefixo cíclico do OFDM é maior ou igual ao espalhamento de atrasos do canal (*delay spread*) e denotando por  $x_n^{(SR)}$  o sinal em banda base discreto no domínio da frequência, da  $n$ -ésima subportadora, recebido

no enlace entre a fonte (S) e o relay (R), com  $1 \leq n \leq N$ , obtém-se:

$$x_n^{(\text{SR})} = h_n^{(\text{SR})} f_n^S + \eta_n^{(\text{SR})}, \quad (3)$$

onde  $h_n^{(\text{SR})}$  é a resposta em frequência da  $n$ -ésima subportadora do canal SR e  $\eta_n^{(\text{SR})}$  é o ruído branco Gaussiano aditivo (AWGN, *additive white gaussian noise*) do caminho entre fonte (S) e relay (R) da  $n$ -ésima subportadora.

Aplicando (2) em (3), obtém-se:

$$\begin{aligned} x_n^{(\text{SR})} &= h_n^{(\text{SR})} \left( \alpha_s s_n + d_n^{(\text{S})} \right) + \eta_n^{(\text{SR})}, \\ &= h_n^{(\text{SR})} \alpha_s s_n + h_n^{(\text{SR})} d_n^{(\text{S})} + \eta_n^{(\text{SR})}. \end{aligned} \quad (4)$$

Será considerado que o *relay* adiciona um ganho variável  $g_n$  a cada subportadora do sinal recebido  $x_n^{(\text{SR})}$ , dado por:

$$g_n = \frac{\sqrt{P_r}}{\sqrt{\left| h_n^{(\text{SR})} \right|^2 P_s + \sigma_{\eta_n^{(\text{SR})}}^2}}. \quad (5)$$

onde  $P_r$  é a potência do sinal no *relay* e  $\sigma_{\eta_n^{(\text{SR})}}^2$  é a potência do AWGN do caminho entre fonte (S) e relay (R) da  $n$ -ésima subportadora.

De forma similar a (1) e (2), podemos expressar a  $n$ -ésima subportadora da saída  $f_n^R$  do PA do relay no domínio da frequência, como:

$$f_n^R = \alpha_r (g_n x_n^{(\text{SD})}) + d_n^{(\text{R})}, \quad (6)$$

onde  $\alpha_r$  é uma constante complexa,  $d_n^{(\text{R})}$  é uma distorção decorrelacionada com  $g_n x_n^{(\text{SD})}$  e  $f_n^R$  é uma função não linear sem memória que modela o PA do *relay*.

Deve-se ressaltar que, para a aplicação do Teorema de Bussgang no PA do *relay*, é necessário assumir que o sinal recebido no *relay* no domínio do tempo seja uma sinal Gaussiano complexo. Esta hipótese é justificada considerando-se que o ruído  $\eta_n^{(\text{SR})}$  é Gaussiano e que a resposta ao impulso do canal é de média ou longa duração, como ilustrado nas simulações apresentadas na Seção IV. Ademais,  $\alpha_s$  e a potência de  $d_n^{(\text{S})}$  dependem do modelo do PA da fonte, enquanto  $\alpha_r$  e a potência de  $d_n^{(\text{R})}$  dependem do modelo do PA do *relay*. Para certas classes de modelos de PA, expressões fechadas para estes parâmetros podem ser obtidas [15], [16].

Dessa forma, o sinal recebido pelo destino através do relay (canal RD) na  $n$ -ésima subportadora no domínio da frequência é dado por:

$$x_n^{(\text{SRD})} = h_n^{(\text{RD})} f_n^R + \eta_n^{(\text{RD})}, \quad (7)$$

onde  $h_n^{(\text{RD})}$  é a resposta em frequência da  $n$ -ésima subportadora do canal RD e  $\eta_n^{(\text{RD})}$  é o correspondente AWGN.

De forma similar, aplicando (6) em (7), temos que:

$$\begin{aligned} x_n^{(\text{SRD})} &= h_n^{(\text{RD})} \left( g_n \alpha_r x_n^{(\text{SR})} + d_n^{(\text{R})} \right) + \eta_n^{(\text{RD})} \\ &= h_n^{(\text{RD})} h_n^{(\text{SR})} \alpha_s \alpha_r g_n s_n + h_n^{(\text{RD})} h_n^{(\text{SR})} \alpha_r g_n d_n^{(\text{S})} + \\ &\quad + h_n^{(\text{RD})} \alpha_r g_n \eta_n^{(\text{SR})} + h_n^{(\text{RD})} d_n^{(\text{R})} + \eta_n^{(\text{RD})}. \end{aligned} \quad (8)$$

Por outro lado, usando (6), o sinal recebido pelo destino diretamente da fonte (canal SD) na  $n$ -ésima subportadora no domínio da frequência pode ser escrito da seguinte forma:

$$x_n^{(\text{SD})} = h_n^{(\text{SD})} \alpha_s s_n + h_n^{(\text{SD})} d_n^{(\text{S})} + \eta_n^{(\text{SD})}, \quad (9)$$

onde  $h_n^{(\text{SD})}$  é a resposta em frequência da  $n$ -ésima subportadora do canal SD e  $\eta_n^{(\text{SD})}$  é o correspondente AWGN.

Dessa forma, os sinais recebidos no destino podem ser expressos como:

$$\begin{cases} x_n^{(\text{SRD})} = h_{1n} s_n + \nu_{1n} \\ x_n^{(\text{SD})} = h_{2n} s_n + \nu_{2n} \end{cases}, \quad (10)$$

onde

$$h_{1n} = h_n^{(\text{RD})} h_n^{(\text{SR})} \alpha_s \alpha_r g_n, \quad (11)$$

$$h_{2n} = h_n^{(\text{SD})} \alpha_s, \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \nu_{1n} &= h_n^{(\text{SR})} h_n^{(\text{RD})} \alpha_r g_n d_n^{(\text{S})} + h_n^{(\text{RD})} \alpha_r g_n \eta_n^{(\text{SR})} + \\ &\quad + h_n^{(\text{RD})} g_n d_n^{(\text{R})} + \eta_n^{(\text{RD})}, \end{aligned} \quad (13)$$

$$\nu_{2n} = h_n^{(\text{SD})} d_n^{(\text{S})} + \eta_n^{(\text{SD})}. \quad (14)$$

As equações definidas em (10), caracterizam um modelo linearizado para o sistema não linear utilizado neste trabalho, permitindo assim que seja desenvolvido um receptor ótimo baseado em MRC, que será apresentado na próxima seção.

### III. RECEPTOR ÓTIMO

Nesta seção, será desenvolvido o modelo de um receptor que maximiza a SNR do sistema cooperativo OFDM não linear decrito na Seção II. Neste modelo, será utilizado o MRC para combinar as duas componentes do sinal recebido no destino e fazer a recuperação da informação transmitida. É assumido que o receptor possui conhecimento exato dos canais sem fio, dos parâmetros dos PAs e da variância do ruído.

No entanto, para a realização deste tipo de receptor é necessário que os ruídos  $\nu_{1n}$  e  $\nu_{2n}$  sejam decorrelacionados. Contudo, uma vez que a distorção não linear  $d_n^{(\text{S})}$  introduzida pelo PA da fonte está presente tanto em  $\nu_{1n}$  quanto em  $\nu_{2n}$ , pode-se concluir que  $\nu_{1n}$  e  $\nu_{2n}$  são correlacionados. Desta forma torna-se necessário fazer um pré-branqueamento dos sinais recebidos.

Para iniciar o processo de pré-branqueamento, os sinais recebidos são reescritos na forma matricial, da seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} x_n^{(\text{SRD})} \\ x_n^{(\text{SD})} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{1n} \\ h_{2n} \end{bmatrix} s_n + \begin{bmatrix} \nu_{1n} \\ \nu_{2n} \end{bmatrix}, \quad (15)$$

ou de forma resumida

$$\mathbf{x}_n = \mathbf{h}_n s_n + \boldsymbol{\nu}_n. \quad (16)$$

Denota-se por  $\mathbf{A}_n$  a matriz de pré branqueamento que é definida de forma que:

$$\mathbf{A}_n \mathbf{R}_{\boldsymbol{\nu}_n} \mathbf{A}_n^H = \mathbf{I}_2, \quad (17)$$

onde  $\mathbf{I}_2$  é a matriz identidade de dimensão  $2 \times 2$  e  $\mathbf{R}_{\boldsymbol{\nu}_n}$  é a matriz de correlação do vetor de ruídos  $\boldsymbol{\nu}_n$  dada por:

$$\mathbf{R}_{\boldsymbol{\nu}_n} = \begin{bmatrix} E\{|\nu_{1n}|^2\} & E\{\nu_{1n}\nu_{2n}^*\} \\ E\{\nu_{1n}^*\nu_{2n}\} & E\{|\nu_{2n}|^2\} \end{bmatrix}. \quad (18)$$

Calculando os componentes da matriz  $\mathbf{R}_{\nu_n}$ , obtém-se:

$$\begin{aligned} E\{|\nu_{1n}|^2\} &= |h_n^{(SR)}|^2 |h_n^{(RD)}|^2 |\alpha_r|^2 g_n^2 \sigma_{d_n}^2 + \\ &+ |h_n^{(RD)}|^2 |\alpha_r|^2 g_n^2 \sigma_{\eta_n}^2 + \\ &+ |h_n^{(RD)}|^2 g_n^2 \sigma_{d_n}^2 + \sigma_{\eta_n}^2, \end{aligned} \quad (19)$$

$$E\{|\nu_{2n}|^2\} = |h_n^{(SD)}|^2 \sigma_{d_n}^2 + \sigma_{\eta_n}^2, \quad (20)$$

$$E\{\nu_{1n} \nu_{2n}^*\} = h_n^{(SD)*} h_n^{(SR)} h_n^{(RD)} g_n \alpha_r \sigma_{d_n}^2, \quad (21)$$

e, finalmente,

$$E\{\nu_{1n}^* \nu_{2n}\} = h_n^{(SD)} h_n^{(SR)*} h_n^{(RD)*} g_n \alpha_r^* \sigma_{d_n}^2. \quad (22)$$

Assim, define-se a matriz de pré branqueamento  $\mathbf{A}_n$  como:

$$\mathbf{A}_n = \mathbf{\Lambda}_n^{-\frac{1}{2}} \mathbf{E}_n^H, \quad (23)$$

onde  $\mathbf{E}_n$  e  $\mathbf{\Lambda}_n$  representam respectivamente as matrizes de autovetores e de autovalores da matriz  $\mathbf{R}_{\nu_n}$ , e o expoente  $H$  denota o Hermitiano (conjugado-transposto) de uma matriz. Assim:

$$\mathbf{\Lambda}_n = \begin{bmatrix} \lambda_{1,n} & 0 \\ 0 & \lambda_{2,n} \end{bmatrix}, \quad (24)$$

$$\mathbf{E}_n = \begin{bmatrix} e_{1,n} & e_{2,n} \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad (25)$$

onde

$$\lambda_{1,n} = \frac{E\{|\nu_{1n}|^2\} + E\{|\nu_{2n}|^2\} - \sqrt{\Delta_n}}{2}, \quad (26)$$

$$\lambda_{2,n} = \frac{E\{|\nu_{1n}|^2\} + E\{|\nu_{2n}|^2\} + \sqrt{\Delta_n}}{2}, \quad (27)$$

$$e_{1,n} = \frac{\lambda_{1,n} - E\{|\nu_{2n}|^2\}}{E\{\nu_{1n}^* \nu_{2n}\}}, \quad (28)$$

$$e_{2,n} = \frac{\lambda_{2,n} - E\{|\nu_{2n}|^2\}}{E\{\nu_{1n}^* \nu_{2n}\}}, \quad (29)$$

em que  $\lambda_{1,n}, \lambda_{2,n} \in \mathbb{R} \geq 0$  e  $\Delta_n = (E\{|\nu_{1n}|^2\} - E\{|\nu_{2n}|^2\})^2 + 4E\{\nu_{1n} \nu_{2n}^*\} E\{\nu_{1n}^* \nu_{2n}\}$ .

Dessa forma a matriz de branqueamento é definida como:

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_n &= \mathbf{\Lambda}_n^{-\frac{1}{2}} \mathbf{E}_n^H, \\ &= \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{\lambda_{1,n}}} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{\lambda_{2,n}}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_{1,n}^* & 1 \\ e_{2,n}^* & 1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \frac{e_{1,n}^*}{\sqrt{\lambda_{1,n}}} & \frac{1}{\sqrt{\lambda_{1,n}}} \\ \frac{e_{2,n}^*}{\sqrt{\lambda_{2,n}}} & \frac{1}{\sqrt{\lambda_{2,n}}} \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (30)$$

Aplicando a matriz de branqueamento  $\mathbf{A}_n$  nos sinais recebidos, pode-se definir um novo sistema com ruídos ortonormais como:

$$\mathbf{x}_{bn} = \mathbf{A}_n \mathbf{x}_n = \mathbf{A}_n \mathbf{h}_n s_n + \mathbf{A}_n \boldsymbol{\nu}_n \quad (31)$$

$$= \mathbf{h}_{bn} s_n + \boldsymbol{\nu}_{bn} \quad (32)$$

onde  $\boldsymbol{\nu}_{bn} = \mathbf{A}_n \boldsymbol{\nu}_n$  é o vetor contendo os ruídos ortonormais e  $\mathbf{h}_{bn} = \mathbf{A}_n \mathbf{h}_n$  é o vetor contendo os coeficientes do sistema na nova base. Note que  $E\{\boldsymbol{\nu}_{bn} \boldsymbol{\nu}_{bn}^H\} = \mathbf{I}_2$ .

Usando o MRC, conclui-se que o receptor ótimo para o sistema proposto em (10) é dado por  $y_n = \mathbf{w}_n^T \mathbf{x}_{bn}$ , onde  $\mathbf{w}_n = \mathbf{h}_{bn}^* / \|\mathbf{h}_{bn}\|^2 \in \mathbb{C}^{2 \times 1}$ ,  $\|\cdot\|$  representando a norma de um vetor.

A SNR na saída do MRC é então dada por:

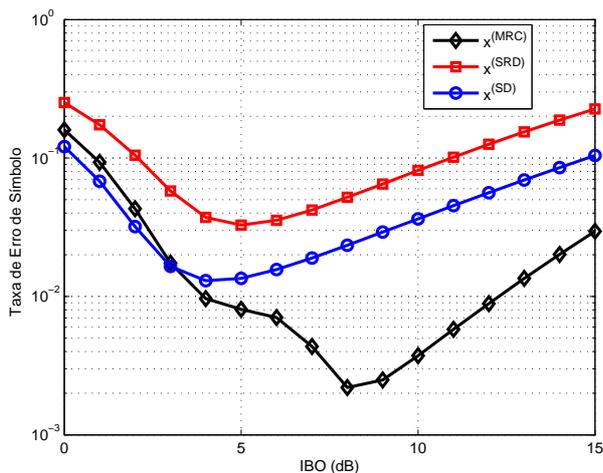
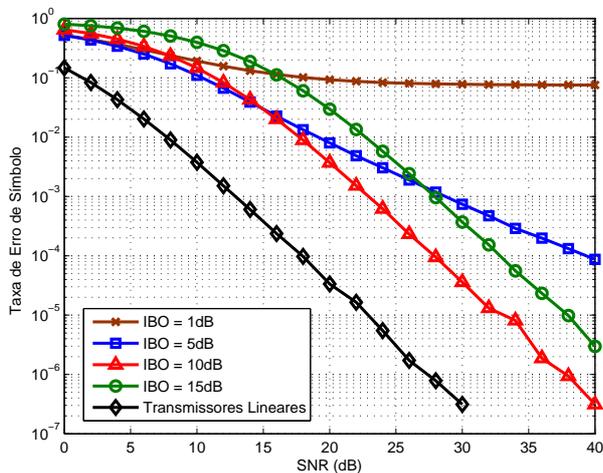
$$\begin{aligned} \text{SNR} &= \sigma_s^2 \|\mathbf{h}_{bn}\|^2 = \sigma_s^2 \mathbf{h}_n^H \mathbf{A}_n^H \mathbf{A}_n \mathbf{h}_n, \\ &= \sigma_s^2 \mathbf{h}_n^H \mathbf{E}_n \mathbf{\Lambda}_n^{-1} \mathbf{E}_n^H \mathbf{h}_n, \\ &= \sigma_s^2 \mathbf{h}_n^H \mathbf{R}_\nu^{-1} \mathbf{h}_n. \end{aligned} \quad (33)$$

#### IV. RESULTADOS DE SIMULAÇÃO

Nesta seção, serão apresentados resultados de simulações computacionais a fim de promover uma avaliação de desempenho do modelo de receptor proposto. No que segue, assume-se seletividade em frequência e desvanecimento Rayleigh para todos os canais, e os símbolos transmitidos pertencem a uma constelação 16-QAM (distribuição uniforme entre 0 e 15). Considera-se que os amplificadores de potência, da fonte e do *relay*, são limitados em potência usando *soft-clipping*, cujo modelo é definido no apêndice I, com potência de saturação igual a 0 dB. O prefixo cíclico do sinal OFDM é assumido igual ou maior que o espalhamento de atraso do canal (*delay spread*). Em todas as simulações, foram utilizadas 64 subportadoras no transmissor OFDM e os resultados apresentados são a média de  $10^5$  simulações de Monte Carlo. Análises de taxa de erro de símbolo (SER, *symbol error ratio*) são apresentadas para diversos cenários de comparação.

A Fig. 2 mostra a comparação do receptor MRC,  $x^{(\text{MRC})}$ , com os receptores individuais do caminho direto entre a fonte e o destino,  $x^{(\text{SD})}$ , e do caminho passando pelo *relay*,  $x^{(\text{SRD})}$ , considerando a SNR igual a 20 dB. Verifica-se que, para a maior parte dos valores de IBO testados, o receptor  $x^{(\text{MRC})}$  apresenta um ganho considerável quando comparado com  $x^{(\text{SD})}$  e  $x^{(\text{SRD})}$ , fornecendo uma SER aproximadamente 10 vezes menor no ponto ótimo de IBO do receptor, ponto esse que é de 8 dB para o sistema proposto. A existência do ponto ótimo é explicada pelo fato de que, para altos valores de IBO, temos uma menor potência de transmissão e, por consequência, um sinal mais fraco é obtido no receptor. Por outro lado, para valores muito baixos de IBO, os efeitos da não linearidade sobre o sinal transmitido são acentuados, criando assim um ponto em que a SER é piorada, mesmo quando se aumenta a IBO. Para baixos valores de IBO ( $\text{IBO} \leq 3$  dB), o receptor  $x^{(\text{SRD})}$  apresenta desempenho praticamente igual ao receptor  $x^{(\text{SD})}$ , devido aos efeitos da não linearidade do amplificador sobre o sinal.

Na Fig. 3, estudou-se o receptor  $x^{(\text{MRC})}$  considerando IBOs iguais a 1 dB, 5 dB, 10 dB, 15 dB e considerando PAS lineares na fonte e no *relay*. Podemos verificar que, para baixos valores de IBO e elevados valores de SNR, o receptor  $x^{(\text{MRC})}$  tem o seu desempenho prejudicado pelas altas distorções não lineares. Nota-se uma considerável melhora na SER à medida em que se aumenta a IBO, para SNRs elevadas e moderadas. é interessante notar que, o receptor  $x^{(\text{MRC})}$  com IBO fixada


 Fig. 2. SER versus IBO para  $SNR = 20dB$ 

 Fig. 3. SER versus SNR para  $IBO = 1dB/5dB/10dB/15dB$  e canais lineares

em 10 dB tem uma menor SER que o receptor com IBO fixada em 15 dB, o que demonstra mais uma vez que existe um compromisso na escolha da potência do sinal, devido às distorções não lineares adicionadas ao sinal.

## V. CONCLUSÕES

Neste artigo, um receptor MRC com pré-branqueamento dos sinais recebidos foi proposto para um sistema OFDM cooperativo AF com amplificadores de potência não lineares na fonte e no *relay*. Os resultados das simulações realizadas mostraram que o sistema proposto apresenta um valor ótimo de IBO e que, a partir desse ponto há uma deterioração do sinal recebido, que ocorre devido o fato de que para IBOs baixas a distorção não linear é grande e para IBOs muito altas a potência do sinal é reduzida.

Em trabalhos futuros, serão feitas análises de capacidade, de probabilidade de *outage* e de otimização da potência da fonte e do *relay* para o sistema considerado. Além disto,

será desenvolvido um receptor ótimo considerando múltiplos *relays*.

## REFERÊNCIAS

- [1] T. Hwang, C. Yang, G. Wu, S. Li, and G. Y. Li, "OFDM and its wireless applications: a survey". IEEE Transactions on Vehicular Technology, vol. 58, n. 4, pág. 1673-1694, Maio, 2009.
- [2] C. Ciocchina, F. Buda e H. Sari, "An Analysis of OFDM Peak Power Reduction Techniques for WiMAX Systems". IEEE International Conference on Communications, vol. 10, pág.4676-4681, Junho, 2006.
- [3] R. Prasad, *OFDM for Wireless Communications Systems*. Artech House, Inc., 1st edition, 2004.
- [4] D. A. Sousa, C. A. R. Fernandes, C. E. R. Fernandes, L. S. Cardoso "Análise de PAPR em sistemas VFDM para Rádio Cognitivo". Simpósio Brasileiro de Telecomunicações, Outubro, 2011.
- [5] D.W. Chi and P. Das, "Effect of nonlinear amplifier in companded OFDM with application to 802.11n wlan.", in IEEE Global Telecommunications Conference (GLOBECOM), pág. 1-6, Dezembro 2009.
- [6] J. N. Laneman, D. N. C. Tse, and G. W. Wornell, "Cooperative diversity in wireless networks: Efficient protocols and outage behavior.", IEEE Trans. Inform. Theory, vol. 50, n. 12, pág. 3062-3080, Dezembro, 2004.
- [7] Q. H. Spencer, C. B. Peel, A.L. Swindlehurst, M. Haardt, "An introduction to the multi-user MIMO downlink". IEEE Communications Magazine, vol. 42, n. 10, pág. 60-67, Outubro, 2004.
- [8] H. Falk, "Prolog to Multi-User MIMO-OFDM for Next-Generation Wireless". Proceedings of the IEEE, vol. 95, n.7, pág.1428-1429, Julho, 2007.
- [9] A. Bletsas, H. Shin, M. Z. Win, "Cooperative Communications with Outage-Optimal Opportunistic Relaying". IEEE Transactions on Wireless Communications, vol. 6, n. 9, Setembro, 2007.
- [10] Winters, J.H., "Optimum combining in digital mobile radio with cochannel interference". IEEE Transactions on Vehicular Technology, vol. 33, n. 3, pág. 144-155, Agosto 1984.
- [11] V. del Razo, T. Riihonen, F. H. Gregorio, S. Werner, and R. Wichman, "Nonlinear amplifier distortion in cooperative amplify-and-forward OFDM systems". in Wireless Communications and Networking Conference (WCNC), Budapest, Hungary, Abril, 2009.
- [12] C. Zhang, P. Ren, J. Peng, G. Wei, Q. Du, and Y. Wang, "Optimal relay power allocation for amplify-and-forward relay networks with nonlinear power amplifiers". CoRR, vol. abs/1105.0116, Abril, 2011.
- [13] M. O. Hasna and M.-S. Alouini, "A performance study of dual-hop transmissions with fixed gain relays". IEEE Transactions on Wireless Communications, vol. 3, n. 6, pág. 1963-1968, Novembro, 2004.
- [14] C.A.R. Fernandes, "Outage performance of cooperative amplify-and-forward OFDM systems with nonlinear power amplifiers". IEEE International Workshop on Signal Processing Advances in Wireless Communications, 2012.
- [15] T. Riihonen, S. Werner, F. Gregorio, R. Wichman, and J. Hamalainen, "BEP analysis of OFDM relay links with non-linear power amplifiers". in IEEE Wireless Communications and Networking Conference (WCNC), Sydney, Australia, pág. 1-6, Abril, 2010.
- [16] D. Dardari, V. Tralli, and A. Vaccari, "A theoretical characterization of nonlinear distortion effects in OFDM systems". IEEE Transactions on Communications, vol. 48, n. 10, pág. 1755-1764, Outubro 2000.

## APÊNDICE I

O modelo de amplificador soft-clipping é definido como:

$$f^{(NL)}(x) = \begin{cases} x, & \text{se } x \leq P_{sat} \\ P_{sat}e^{j\angle x}, & \text{se } x > P_{sat}, \end{cases} \quad (34)$$

onde  $P_{sat}$  representa o ponto de saturação do amplificador [14], [16].

Aplicando a extensão do teorema de Bussgang no referido amplificador, como mostrado em (6), obtêm-se que  $\alpha$  é dado por:

$$\alpha = 1 - e^{-\frac{P_{sat}}{P_s}} + \frac{\sqrt{\pi}P_{sat}}{2\sqrt{P_s}} \operatorname{erfc}\left(\frac{P_{sat}}{\sqrt{P_s}}\right) \quad (35)$$

e a potência do ruído  $d$  proveniente da distorção é dada por:

$$\sigma_d^2 = P_s \left(1 - e^{-\frac{P_{sat}}{P_s}} - |\alpha|^2\right) \quad (36)$$