

Generalização da KAT para Estimação de Imagens Acústicas com Arranjos Não-Separáveis

Bruno S. Masiero, César Belli Arroyo e Vítor H. Nascimento

Resumo—Recentemente foi desenvolvida a Transformada de Kronecker para Arranjos (KAT), que possibilita uma redução considerável do custo computacional de algoritmos de imagens acústicas—como *beamforming*, DAMAS2 e otimização com normas promotoras de esparsidade. Para que isto seja possível, a KAT requer que os microfones estejam distribuídos em uma geometria *separável*, o que nem sempre é possível. Neste artigo descrevemos como os cálculos com a KAT podem ser adaptados para permitir seu uso com arranjos que não apresentam geometria separável. Como exemplo, aplicamos a KAT adaptada para obter a imagem acústica medida por um arranjo separável, mas com elementos danificados.

Palavras-Chave—Imagens Acústicas, Beamforming, Arranjos de microfones.

Abstract—The recently proposed Kronecker Array Transform (KAT) allows a considerable reduction in the computational cost of acoustic imaging algorithms—such as beamforming, DAMAS2 or sparse regularized optimization. To achieve this reduction, the KAT requires the microphones to be positioned in a *separable* geometry, which is not always achievable. In this manuscript we describe how acoustic imaging calculation can be adapted to apply the KAT to non-separable arrays. To exemplify our method, we apply the KAT to calculate the acoustic image measured with a separable array with three damaged microphones.

Keywords—Acoustic Images, Beamforming, Microphone Array.

I. INTRODUÇÃO

Uma *imagem acústica* é um mapa do nível sonoro que incide sobre um arranjo de microfones em função da direção de chegada destes sons. Estas imagens acústicas podem ser sobrepostas a uma fotografia do ambiente de medição para, por exemplo, ajudar na identificação de uma fonte de ruído ou comparar o nível sonoro relativo emitido por um conjunto de fontes sonoras.

As imagens acústicas são usualmente obtidas aplicando-se um filtro espacial (ou em inglês *beamforming*) aos sinais recebidos pelos microfones do arranjo [1]. Este método assume que as ondas acústicas incidindo sobre o arranjo são ondas planas e que todas as fontes sonoras são descorrelacionadas. A principal limitação da filtragem espacial é a sua baixa *resolução espacial*, ou seja, sua reduzida capacidade de discriminar fontes sonoras adjacentes [2]. A resolução espacial pode ser melhorada aumentando-se a quantidade de microfones no arranjo, ou, até certo ponto, por técnicas mais modernas

de processamento de arranjos, como a técnica DAMAS2 [3] ou técnicas de super-resolução baseadas em otimização com minimização de norma ℓ_1 [4] ou TV [5]. No entanto, a aplicação destas técnicas mais avançadas de imageamento acústico esbarra no seus elevados custos computacionais.

Justamente para acelerar o cálculo de imagens acústicas que foi proposto o uso da *Kronecker array transform* (KAT) [6]. Este algoritmo possibilita a obtenção de imagens acústicas a um custo computacional reduzido, mas com a condição de que o arranjo de microfones utilizado possua geometria separável. A viabilidade de se aplicar a KAT aos métodos listados acima foi discutida em [7].

A restrição imposta pela KAT da geometria do arranjo de microfones ser separável usualmente não influencia a qualidade das imagens acústicas obtidas. Em [8] foi verificado que, usando as técnicas de processamento mais avançadas, a qualidade das imagens acústicas obtidas com arranjos de geometria separável e arranjos de geometria espiral eram equivalentes.

Um problema surge, no entanto, caso um microfone do arranjo separável esteja danificado. Isto porque, ao excluirmos este microfone do processamento, a KAT não poderá mais ser aplicada diretamente, já que o arranjo de microfones *ativos* não possui mais uma estrutura separável. A solução mais simples para esta situação seria excluir do cálculo da imagem acústica toda uma linha (ou coluna) do arranjo que contenha o microfone defeituoso. Mas a redução no número de microfones reduzirá, também, a resolução espacial obtida com este arranjo.

Para evitar este cenário, propomos neste artigo uma generalização da KAT para arranjos de microfones de geometria não-separável. Neste caso, o arranjo em questão deverá ser substituído por um arranjo separável que contenha todos os elementos do arranjo original e uma matriz de seleção será aplicada para selecionar quais elementos deste novo arranjo deverão ser considerados para o cálculo da imagem acústica.

O artigo está organizado como segue. Primeiro é descrito o problema de imageamento acústico e alguns dos métodos utilizados para a estimativa desta imagem acústica. Em seguida é apresentada a transformada rápida KAT, usada para acelerar o cálculo da imagem acústica obtida com um arranjo de geometria separável. Para aliviar esta restrição, apresentamos uma generalização da KAT para arranjos de geometria quase separável. Por fim, apresentamos resultados de uma medição processada com o método proposto e traçamos algumas conclusões.

II. MÉTODOS DE RECONSTRUÇÃO DE IMAGENS ACÚSTICAS

Aplicações mais usuais de arranjos, como arranjos de antenas, radares ou sonares, são desenvolvidos para atuar com sinais de banda estreita. Neste caso, o arranjo é projetado para atuar apenas na frequência de portadora do sinal em questão. Sinais acústicos, no entanto, geralmente são sinais de banda larga. E como todos os métodos que iremos apresentar nesta seção calculam a imagem acústica através do *vetor diretor*, que depende da frequência, em todos os casos a imagem acústica deve ser calculada independentemente para diversas versões de banda estreita do sinal e, caso desejado, superpostas posteriormente para formar uma imagem acústica de banda larga.

Divide-se a imagem acústica em M pontos, ou pixels, cada um representando uma determinada *direção de visada* \mathbf{u}_m . Além disto, assume-se que o arranjo de microfones está posicionado no campo distante de todas as fontes sonoras que geram o campo sonoro a ser estimado. Assim sendo, todos os métodos de reconstrução de imagem acústica em questão estimam o nível de pressão sonora de uma onda plana que incide sobre o arranjo proveniente de \mathbf{u}_m .

A direção de visada \mathbf{u}_m , comumente descrita em coordenadas esféricas com ângulos de elevação θ e azimute ϕ , pode ser parametrizada no espaço U tal que

$$\mathbf{u}_m = \begin{bmatrix} \sin \theta \cos \phi \\ \sin \theta \sin \phi \\ \cos \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_x \\ u_y \\ \sqrt{1 - u_x^2 - u_y^2} \end{bmatrix}, \quad (1)$$

onde $u_x \in [-1, 1]$, $u_y \in [-1, 1]$ e $(u_x^2 + u_y^2) \leq 1$.

A parametrização da semisfera unitária no espaço U nos permite desacoplar u_x e u_y em uma geometria separável, requisito para a aplicação da KAT. Por construção, o arranjo com N microfones nas coordenadas $\mathbf{p}_n \in \mathbb{R}^3$ também tem geometria separável.

Para a estimação da imagem acústica supomos que o campo sonoro incidente sobre o arranjo seja causado por M fontes de onda plana $f_m(\omega)$. Neste caso, o vetor $\mathbf{x}(\omega)$ contendo os sinais recebidos por cada sensor do arranjo é a superposição dos sinais emitidos por cada fonte, e pode ser escrito como

$$\mathbf{x}(\omega) = \mathbf{v}(\mathbf{u}_0)f_0(\omega) + \dots + \mathbf{v}(\mathbf{u}_{M-1})f_{M-1}(\omega). \quad (2)$$

$\mathbf{v}(\mathbf{u}_m)$ é o vetor diretor, que descreve a relação de atrasos temporais observada em cada microfone em termos de fase calculados na frequência ω para a direção de visada \mathbf{u}_m , tal que

$$\mathbf{v}(\mathbf{u}_m) = \begin{bmatrix} e^{-j\omega\tau_{0,m}} \\ e^{-j\omega\tau_{1,m}} \\ \vdots \\ e^{-j\omega\tau_{(N-1),m}} \end{bmatrix}, \quad (3)$$

onde $\tau_{n,m} = \mathbf{u}_m^T \mathbf{p}_n / c$ é o atraso (relativo à origem do sistema de coordenadas) com que o sinal da m -ésima fonte chega ao n -ésimo microfone, sendo c a velocidade do som.

A matriz de autocorrelação de $\mathbf{x}(\omega)$ é dada por

$$\mathbf{S}(\omega) = E \{ \mathbf{x}(\omega) \mathbf{x}^H(\omega) \}, \quad (4)$$

em que $\mathbf{x}^H(\omega)$ é a transposta conjugada de $\mathbf{x}(\omega)$.

Substituindo (2) em (4) e assumindo que as fontes $f_m(\omega)$ não são correlacionadas, isto é, $E \{ f_k(\omega) f_l(\omega) \} = 0$ quando $k \neq l$, em [6] demonstra-se que é possível reescrever (4) como

$$\mathbf{s}(\omega) = \mathbf{A} \mathbf{y}(\omega), \quad (5)$$

onde $\mathbf{s}(\omega) = \text{vec}(\mathbf{S}(\omega))$, o vetor $\mathbf{y}(\omega)$ contém a imagem acústica que se deseja estimar e a matriz \mathbf{A} , de dimensões $N^2 \times M$, é definida como

$$\mathbf{A} = [\mathbf{v}^*(\mathbf{u}_0) \otimes \mathbf{v}(\mathbf{u}_0) \cdots \mathbf{v}^*(\mathbf{u}_m) \otimes \mathbf{v}(\mathbf{u}_m)], \quad (6)$$

onde \otimes é o produto de Kronecker e $\mathbf{v}^*(\mathbf{u}_m)$ é o conjugado de $\mathbf{v}(\mathbf{u}_m)$.

A notação como em (5) permite o uso da KAT, que será discutida em detalhes na seção III. Para simplificar a notação, de agora em diante iremos suprimir o argumento ω .

A. Delay and Sum Beamformer

O *Delay and Sum beamformer* (DAS) é uma das técnicas mais simples de processamento de sinais com arranjos de microfones [9]. A ideia principal do método é alinhar os sinais provenientes da direção de interesse, por meio de atrasos (ou mudanças de fase, para processamento em banda estreita, como no nosso caso). Somando-se os sinais resultantes, enfatiza-se os sinais da direção de interesse.

O DAS é comumente realizado como um filtro espacial. De acordo com [10], o vetor de pesos usado pelo DAS para direcionar eletronicamente o arranjo na direção \mathbf{u}_m é $\mathbf{w} = \mathbf{v}^*(\mathbf{u}_m) / \sqrt{N}$, e a estimativa da imagem nesta direção é dada por

$$\check{Y}_m = \mathbf{w}^H \mathbf{S} \mathbf{w} = [\mathbf{v}^H(\mathbf{u}_m) \mathbf{S} \mathbf{v}(\mathbf{u}_m)] / N. \quad (7)$$

Aplicando-se a igualdade

$$\text{vec}(\mathbf{A} \mathbf{C} \mathbf{B}) = (\mathbf{B}^T \otimes \mathbf{A}) \text{vec}(\mathbf{C}), \quad (8)$$

verifica-se que (7) pode ser reescrita como

$$\check{y} = \mathbf{A}^H \mathbf{s} / N, \quad (9)$$

em que \check{y} é o vetor que contém a imagem digital estimada com DAS. O termo do numerador em (9) pode ser acelerada com a KAT.

B. DAMAS2

As imagens \check{Y} produzidas pelo DAS são a convolução bidimensional da imagem *limpa* \mathbf{Y} com o padrão de espalhamento espacial do arranjo \mathbf{P} , tal que $\check{Y} = \mathbf{P} * \mathbf{Y}$ [6]. O padrão de espalhamento espacial do arranjo descreve a resposta do arranjo a uma onda plana proveniente de uma dada direção. Como os arranjos de microfones, em geral, possuem um padrão de espalhamento bastante suave, esta convolução resulta em uma estimativa de imagem acústica bastante *borrada*, ou de baixa resolução.

Para melhorar a resolução da imagem acústica obtida, o método DAMAS2 [3] procura realizar a deconvolução da imagem acústica obtida pelo DAS com o padrão de espalhamento do arranjo—que se supõe conhecido—através da iteração

$$\hat{\mathbf{Y}}^{(k+1)} = \max \left\{ \hat{\mathbf{Y}}^{(k)} + \frac{1}{a} \left[\check{\mathbf{Y}} - (\mathbf{P} * \hat{\mathbf{Y}}^{(k)}) \right], 0 \right\}, \quad (10)$$

onde $\hat{\mathbf{Y}}^{(k)}$ é a imagem reconstruída na iteração k , $\hat{\mathbf{Y}}^{(0)} = 0$, $a = \sum_{i,j} |\mathbf{P}|_{i,j}$ e $\max\{\cdot, \cdot\}$ retorna o máximo ponto a ponto.

Como mostrado em [6], a convolução bidimensional $\check{\mathbf{Y}} = \mathbf{P} * \mathbf{Y}$ pode ser reescrita como

$$\check{\mathbf{y}} = \mathbf{A}^H \mathbf{A} \mathbf{y}, \quad (11)$$

que também pode ter seu cálculo acelerado através da KAT.

C. Regularização ℓ_1

Assumimos agora que o campo acústico incidindo sobre o arranjo de microfones é gerado por apenas algumas poucas fontes sonoras distribuídas no espaço, isto é, que a distribuição das fontes sonoras é esparsa. Neste caso, de acordo com [4], [11], podemos usar a norma promotora de esparsidade ℓ_1 para regularizar a inversão de (5). Isto resulta em um problema de otimização que pode ser solucionado com um algoritmo do tipo *basis pursuit with denoising* [4], que soluciona

$$\min_{\hat{\mathbf{y}}} \|\hat{\mathbf{y}}\|_1 \quad \text{sujeito a} \quad \|\mathbf{s} - \mathbf{A}\hat{\mathbf{y}}\|_2 \leq \sigma, \quad (12)$$

onde σ^2 é a variância do ruído de medida presente nos microfones.

D. Regularização TV

Para situações onde não se espera que a imagem acústica seja esparsa em sua representação canônica, uma outra possibilidade para sua estimação é o uso da regularização por *total variation* (TV) [5].

Dado $\mathbf{Y} \in \mathbb{C}^{M_x \times M_y}$, define-se sua variação isotrópica total (*bounded variation*) como

$$\|\mathbf{Y}\|_{BV} = \sum_{i,j} \sqrt{|\nabla_x \mathbf{Y}|_{i,j}^2 + |\nabla_y \mathbf{Y}|_{i,j}^2}, \quad (13)$$

onde ∇_x e ∇_y são operadores de primeira diferença ao longo das dimensões x e y com limites periódicos, para $0 \leq i < M_x$ e $0 \leq j < M_y$.

Resolve-se então o seguinte problema de otimização:

$$\begin{aligned} \underset{\hat{\mathbf{Y}}}{\text{minimize}} \quad & \|\hat{\mathbf{Y}}\|_{BV} + \mu \left\| \mathbf{s} - \mathbf{A} \text{vec}(\hat{\mathbf{Y}}) \right\|_2^2 \\ \text{sujeito a} \quad & [\hat{\mathbf{Y}}]_{i,j} \geq 0, \end{aligned} \quad (14)$$

onde μ é o parâmetro de regularização.

III. KRONECKER ARRAY TRANSFORM

A KAT permite realizar de maneira mais eficiente o cálculo de $\mathbf{A}\mathbf{y}$, $\mathbf{A}^H\mathbf{s}$ e $\mathbf{A}^H\mathbf{A}\hat{\mathbf{y}}$. Para que isto seja possível, assume-se que tanto o reticulado da imagem acústica (com $M_x \times M_y$ pixels) quanto a geometria do arranjo de microfones (com $N_x \times N_y$ elementos) sejam separáveis. Neste caso, de acordo com [6], verifica-se que

$$\mathbf{A} = \Xi_s (\mathbf{V}_x \otimes \mathbf{V}_y), \quad (15)$$

onde Ξ_s é uma matriz de permutação, \mathbf{V}_x é uma matriz de dimensões $N_x^2 \times M_x$, dependente somente das coordenadas do eixo x , e \mathbf{V}_y é uma matriz de dimensões $N_y^2 \times M_y$, dependente somente das coordenadas do eixo y .

Substituindo-se (15) em (5) e aplicando a igualdade (8) verifica-se que

$$\mathbf{s} = \Xi_s (\mathbf{V}_x \otimes \mathbf{V}_y) \mathbf{y} = \Xi_s \text{vec}\{\mathbf{V}_y \mathbf{Y} \mathbf{V}_x^T\}, \quad (16)$$

onde $\mathbf{y} = \text{vec}\{\mathbf{Y}\}$.

A equação (16) pode ser interpretada como uma transformada rápida, haja visto que a aplicação da matriz de permutação Ξ_s é computacionalmente simples e que o cálculo de $\mathbf{V}_y \mathbf{Y} \mathbf{V}_x^T$ requer somente $\frac{1}{2} N_y^2 M_x M_y + N_x^2 N_y^2 M_x$ operações enquanto que o produto direto $\mathbf{A}\mathbf{y}$ requer $\frac{1}{2} M_x M_y N_x^2 N_y^2$ operações. Para $M_x = M_y = 256$ e $N_x = N_y = 8$, o ganho de eficiência produzido pelo uso da KAT é de aproximadamente 42 vezes. Ribeiro [6] demonstra que a KAT também pode ser aplicada para o cálculo eficiente de $\mathbf{A}^H\mathbf{s}$ e $\mathbf{A}^H\mathbf{A}\mathbf{y}$.

IV. KAT PARA ARRANJOS NÃO-SEPARÁVEIS

A KAT foi desenvolvida com a premissa de uso com arranjos de geometria separável, como mencionado na seção anterior. Mas nem sempre um arranjo com geometria separável está disponível, seja porque o arranjo não foi projetado com a KAT em mente e logo não possui geometria separável, seja porque algum elemento de um arranjo originalmente separável está danificado e, ao ser descartado, resulta em um arranjo não-separável.

Para poder aplicar a KAT nestes casos, se faz necessário uma generalização do método, que permite selecionar quais elementos dentro de um arranjo separável deverão ser considerados no cálculo da imagem acústica. Desta forma, é possível selecionar um arranjo separável com $N' \geq N$ elementos, permitindo assim o uso da KAT, e que contenha todos os elementos do arranjo original, de forma que a imagem acústica seja obtida usando-se apenas a informação contida nestes elementos do arranjo original não-separável.

Definimos \mathbf{x}_{ns} como o vetor contendo os sinais recebidos por cada sensor do arranjo original não-separável e \mathbf{A}_{ns} como a matriz construída de acordo com (6) usando $\mathbf{v}_{ns}(\mathbf{u}_m)$, que é vetor diretor para este arranjo não-separável. Também definimos \mathbf{x}_s como o vetor contendo os sinais recebidos por cada sensor do novo arranjo separável e \mathbf{A}_s como a matriz construída de acordo com (6) usando $\mathbf{v}_s(\mathbf{u}_m)$, que é o vetor diretor para este arranjo separável. Por fim, definimos a matriz de pesos $\mathbf{\Gamma}$ tal que $\mathbf{v}_{ns}(\mathbf{u}_m) = \mathbf{\Gamma} \mathbf{v}_s(\mathbf{u}_m)$ e $\mathbf{x}_{ns} = \mathbf{\Gamma} \mathbf{x}_s$. A matriz $\mathbf{\Gamma} \in \mathbb{R}^{N \times N'}$ é construída definindo-se $w_{ij} = 1$ quando o j -ésimo elemento de \mathbf{x}_s for equivalente ao i -ésimo elemento de \mathbf{x}_{ns} e $w_{ij} = 0$ caso contrário.

A matriz de autocorrelação de \mathbf{x}_{ns} é dada por $\mathbf{S}_{ns} = \mathbf{\Gamma} \mathbf{S}_s \mathbf{\Gamma}^T$, ou aplicando-se a igualdade (8),

$$\mathbf{s}_{ns} = (\mathbf{\Gamma} \otimes \mathbf{\Gamma}) \mathbf{s}_s \triangleq \mathbf{W} \mathbf{s}_s. \quad (17)$$

Note que $\mathbf{s}_{ns} = \mathbf{A}_{ns} \mathbf{y}$ não pode ser calculado usando-se a KAT, mas $\mathbf{s}_s = \mathbf{A}_s \mathbf{y}$ permite a utilização da KAT. Desta forma generalizamos a aplicação da transformada rápida direta para arranjos de geometria não-separável, dado que

$$\mathbf{s}_{ns} = \mathbf{W} \mathbf{s}_s = \mathbf{W} \mathbf{A}_s \mathbf{y}. \quad (18)$$

Portanto, os métodos de estimação da imagem acústica por otimização com regularização ℓ_1 e TV podem ser generalizados para o uso da KAT com qualquer geometria de arranjo

substituindo-se o termo $(s - \mathbf{A}\mathbf{y})$ presente em (12) e (14) pelo termo $(\mathbf{s}_{ns} - \mathbf{W}\mathbf{A}_s\mathbf{y})$.

Para obter a transformada rápida adjunta começamos verificando que o numerador do último elemento de (7) pode ser reescrito como

$$\mathbf{v}_{ns}^H(\mathbf{u}_m)\mathbf{S}_{ns}\mathbf{v}_{ns}(\mathbf{u}_m) = \mathbf{v}_s^H(\mathbf{u}_m)\mathbf{\Gamma}^T\mathbf{S}_{ns}\mathbf{\Gamma}\mathbf{v}_s(\mathbf{u}_m). \quad (19)$$

Aplicando a igualdade (8), e também a igualdade

$$(\mathbf{A}\mathbf{C}) \otimes (\mathbf{B}\mathbf{D}) = (\mathbf{A} \otimes \mathbf{B})(\mathbf{C} \otimes \mathbf{D}), \quad (20)$$

temos que

$$\mathbf{A}_{ns}^H\mathbf{s}_{ns} = \mathbf{A}_s^H\mathbf{W}^T\mathbf{s}_{ns}. \quad (21)$$

Portanto, a estimação da imagem acústica por DAS pode ser generalizada para o uso da KAT com qualquer geometria de arranjo substituindo-se (9) por

$$\tilde{\mathbf{y}} = \mathbf{A}_s^H\mathbf{W}^T\mathbf{s}_{ns}/N. \quad (22)$$

Por fim, a transformada rápida direta-adjunta pode ser generalizada substituindo-se (18) em (21), que resulta em

$$\mathbf{A}_{ns}^H\mathbf{A}_{ns}\mathbf{y} = \mathbf{A}_s^H\mathbf{W}^T\mathbf{W}\mathbf{A}_s\mathbf{y}. \quad (23)$$

Sendo assim, a estimação da imagem acústica por DAMAS2 pode ser generalizada para o uso da KAT com qualquer geometria de arranjo substituindo-se (11) por (23).

V. RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Para exemplificar o uso da KAT generalizada apresentamos nesta seção os resultados de uma medição realizada com um arranjo de microfones de geometria separável, mas, que por possuir três microfones danificados, não mais permitia o uso da KAT.

As medições foram realizadas no estúdio do Laboratório de Processamento de Sinais da EP-USP. O estúdio é uma sala no formato de caixa de sapato com dimensões de $2,91 \times 2,56 \times 2,93 \text{ m}^3$. Este estúdio possui paredes de madeira dupla recobertas com um material absorvedor acústico do tipo Sonex de 5 cm de espessura. O piso é recoberto com carpete. Em uma das paredes laterais do estúdio há uma janela de vidro com 1 m^2 . Durante as medições esta janela foi recoberta com material absorvedor acústico para minimizar reflexões.

Como fonte de excitação foi utilizado um alto-falante miniaturizado modelo X-mini II, que possui uma potência nominal de 2,5 W e faixa nominal de frequência de 100 Hz a 20 kHz.

As medições foram controladas e pós-processadas por um PC com processador Intel Core i7-3770 através do software Matlab e do pacote de funções ITA-Toolbox¹. A interface de áudio entre o PC e o alto-falante foi feita com uma placa Edirol Firewire.

O arranjo utilizado é composto por 64 microfones e cada linha e cada coluna do arranjo possui oito elementos em uma distribuição não redundante [12]. Foram utilizados microfones do tipo MEMS (micro electrical-mechanical system), que foram soldados diretamente sobre uma única placa de circuito impresso (ver Fig. 1 (a)) pela técnica de solda por refusão, que garante que os desvios de posicionamento dos microfones em

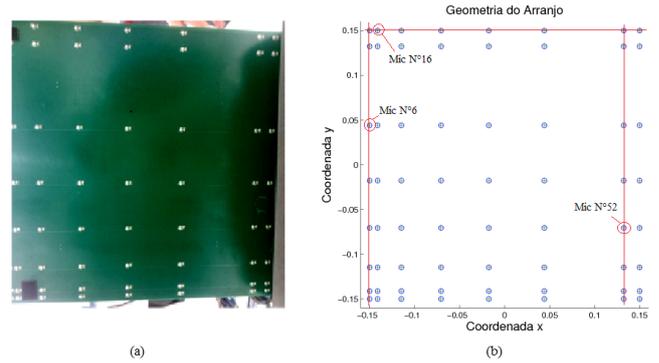


Fig. 1. Geometria separável do arranjo de microfones com $N_x = N_y = 8$. Em (a) observa-se a placa de circuito impresso do arranjo. Em (b) observa-se a distribuição dos 64 microfones em uma geometria separável. Os três elementos danificados (nº 6, nº 16 e nº 52), são destacados, assim como as linhas e as colunas eliminadas no pós-processamento.

relação à geometria ideal sejam desprezíveis. Estes microfones possuem um conversor A/D sigma-delta de 1 bit integrado à sua cápsula. Foi utilizada uma FPGA Altera Stratix III para realizar a aquisição destes dados, subamostrar estes sinais a uma taxa de 48 kHz e armazená-los na memória da placa para então serem enviados via USB 2.0 para um computador.

Infelizmente verificou-se que três microfones deste arranjo estavam danificados e que, por possuírem encapsulamento SMD, sua substituição não era viável. Portanto para manter a estrutura separável do arranjo e continuar usando a KAT em sua formulação original seria necessário eliminar, por exemplo, uma linha e duas colunas completas, como mostrado na Fig. 1 (b). Isto resulta em um arranjo com apenas 42 microfones, ou seja, uma perda de 19 microfones além dos três danificados.

Para poder comprovar o funcionamento da generalização da KAT dentro de todos os algoritmos de reconstrução de imagens apresentados na seção IV, são comparados resultados obtidos processando-se este arranjo com apenas 42 microfones com a KAT e processando-se um arranjo com 61 microfones—eliminando-se apenas aqueles microfones danificados, que é o melhor resultado que podemos obter com este arranjo—com a KAT generalizada.

Posicionamos o alto-falante a uma distância de 1,5 m do centro do arranjo de microfones, ambos a uma altura de 1,4 m do chão. Foi usado um sinal de excitação tipo ruído branco gaussiano com duração de 2^{17} amostras e taxa de amostragem de 48 kHz. A matriz de autocorrelação \mathbf{S} foi obtida da média de 65 janelas de \mathbf{x}^H com 2048 amostras cada. Para todos os métodos foi utilizada a calibração dos microfones descrita em [13].

A reconstrução regularizada ℓ_1 foi realizada com o solver SPGL1 [4] limitado a no máximo 200 iterações, com o parâmetro $\sigma = 0.1 \|\mathbf{S}\|_F$, onde $\|\cdot\|_F$ é a norma de Frobenius. A reconstrução regularizada TV foi realizada com o solver TVAL3 [5] também limitado a no máximo 200 iterações e com o parâmetro $\mu = 2^{10}$. E o método DAMAS2 foi limitado a 1000 iterações. A média do tempo de reconstrução observada foi a seguinte: 0,13 s para DAS, 1,58 s para DAMAS2, 1,96 s para a regularização ℓ_1 e 2,46 s para a regularização TV.

¹Disponível em www.ita-toolbox.org.

Nestas condições, a KAT permite um ganho de eficiência de aproximadamente 40 vezes quando comparada com a estimação da imagem acústica pelo método tradicional.

A Fig. 2 mostra os resultados obtidos para uma frequência de 2 kHz. As imagens acústicas foram discretizadas uniformemente com $M_x \times M_y = 256 \times 256$ pixels. Note que alguns pontos calculados estarão fora da área visível definida por $u_x^2 + u_y^2 > 1$. Um bom teste preliminar para verificar a qualidade dos algoritmos de reconstrução é observar se as imagens resultantes apresentam valores próximos de zero fora desta região visível.

Observa-se, como esperado, que as imagens obtidas com todos os métodos apresentam uma melhor resolução quando calculadas com o arranjo de 61 microfones do que quando utilizando o arranjo com apenas 42 microfones, fornecendo uma imagem mais simétrica. Também observa-se que o método DAS apresenta uma imagem com resolução bastante reduzida quando comparada aos outros métodos, resultado da influência da convolução da imagem acústica com o padrão de espalhamento do arranjo, que se torna mais compacto conforme aumentamos o número de microfones no arranjo.

Para o caso específico deste exemplo com um campo sonoro gerado por uma única fonte pontual, podemos observar que os métodos de reconstrução DAMAS2 e regularização TV apresentam os resultados mais próximos do esperado. A regularização ℓ_1 também permite detectar claramente a presença da fonte na direção central do arranjo, mas a imagem resultante contém diversos artefatos, possivelmente próprios do algoritmo. Já os padrões observados neste últimos três algoritmos abaixo e à direita da fonte são provavelmente causados por reflexão da onda sonora no chão e na janela de vidro da sala.

VI. CONCLUSÃO

Este trabalho descreve alterações na KAT para permitir seu uso com arranjos de microfones sem geometria separável. As modificações foram testadas com dados reais, usando um arranjo separável com 64 microfones em que três microfones estavam danificados. Os resultados mostraram que a generalização proposta permite uma aceleração considerável dos cálculos da imagem acústica para arranjos que são quase separáveis. A questão que fica é determinar para quais situações deve-se usar a KAT generalizada e quando é mais vantajoso utilizar o cálculo tradicional.

REFERENCES

- [1] H. L. van Trees, *Optimum Array Processing: Part IV of Detection, Estimation and Modulation Theory*. John Wiley & Sons, 2002.
- [2] F. G. a. Caduda, *Método de alta resolução em imageamento acústico*. M.sc., Universidade de São Paulo, 2011.
- [3] R. P. Dougherty, "Extensions of DAMAS and Benefits and Limitations of Deconvolution in Beamforming," in *11th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference (26th AIAA Aeroacoustics Conference)*, pp. 1–13, 2005.
- [4] E. van den Berg and M. P. Friedlander, "Probing the Pareto Frontier for Basis Pursuit Solutions," *SIAM Journal on Scientific Computing*, vol. 31, no. 2, pp. 890–912, 2008.
- [5] C. Li, *An Efficient Algorithm For Total Variation Regularization with Applications to the Single Pixel Camera*. Master thesis, Rice University, 2009.
- [6] F. P. Ribeiro, *Arrays de Microfones para Medida de Campos Acústicos*. Ph.d., Universidade de São Paulo, 2012.

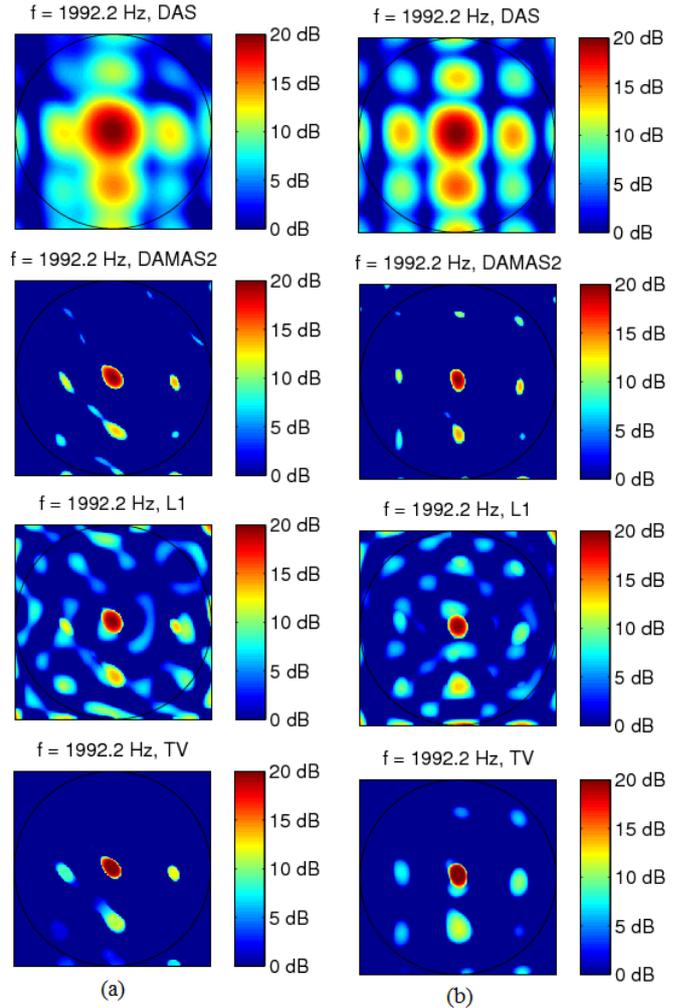


Fig. 2. Resultados utilizando todos os métodos de reconstrução de imagens, com frequência de 2 kHz e com calibração do arranjo. Em todas as figuras o eixo vertical representa $u_y \in [-1, 1]$ e o eixo horizontal representa $u_x \in [-1, 1]$. O círculo interno à circunferência representa a região visível do arranjo. Coluna (a): Medições com 42 microfones (22 elementos eliminados). Coluna (b): Medições com 61 microfones (3 elementos eliminados). Linha 1: DAS. Linha 2: DAMAS2. Linha 3: regularização ℓ_1 . Linha 4: regularização TV.

- [7] F. P. Ribeiro and V. H. Nascimento, "Fast transforms for acoustic imaging—part I: Theory," *IEEE Transactions on Image Processing*, vol. 20, no. 8, pp. 2229–2240, 2011.
- [8] F. P. Ribeiro and V. H. Nascimento, "Fast transforms for acoustic imaging—part II: Applications," *IEEE Transactions on Image Processing*, vol. 20, no. 8, pp. 2241–2247, 2011.
- [9] A. Cigada, F. Ripamonti, and M. Vanali, "The delay & sum algorithm applied to microphone array measurements: Numerical analysis and experimental validation," *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 21, pp. 2645–2664, Aug. 2007.
- [10] H. Krim and M. Viberg, "Two decades of array signal processing research: the parametric approach," *IEEE Signal Processing Magazine*, vol. 13, no. 4, pp. 67–94, 1996.
- [11] T. Yardibi, J. Li, P. Stoica, N. S. Zawodny, and L. N. Cattafesta, "A covariance fitting approach for correlated acoustic source mapping," *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 127, no. 5, pp. 2920–2931, 2010.
- [12] E. Vertatschitsch and S. Haykin, "Nonredundant arrays," 1986.
- [13] B. S. Masiero, C. S. B. Arroyo, V. H. Nascimento, and F. P. Ribeiro, "Fast acoustic imaging with separable arrays," in *Proceedings of the 5th International Symposium on Solid Mechanics*, (Belo Horizonte, Brasil), 2015.