

# Desempenho de Sistemas de Diversidade Cooperativa com Constelações $\theta$ -QAM sob Desvanecimento $\kappa$ - $\mu$

Rafael F. Lopes, Wamberto J. L. Queiroz e Marcelo S. Alencar

**Resumo**— Este artigo apresenta expressões matemáticas para a avaliação da probabilidade de erro de símbolo (*Symbol Error Probability* – SEP) de sistemas de diversidade cooperativa, baseados no esquema decodifica-e-encaminha (*Decode-and-Forward* – DF), que utilizam constelações  $\theta$ -QAM. A avaliação do sistema é realizada sob desvanecimento  $\kappa$ - $\mu$ , um modelo de desvanecimento generalizado para o canal de comunicações. A expressão obtida é representada como uma soma de integrais definidas da função geratriz de momentos (*Moment Generating Function* – MGF) da distribuição da SNR de canais com desvanecimento  $\kappa$ - $\mu$  e permite calcular a SEP desses sistemas considerando canais com características heterogêneas. Simulações de Monte Carlo foram utilizadas para confirmar os resultados teóricos obtidos.

**Palavras-Chave**— Diversidade cooperativa, Constelações  $\theta$ -QAM, Desvanecimento  $\kappa$ - $\mu$

**Abstract**— This paper presents mathematical expressions to evaluate the symbol error probability (SEP) of cooperative diversity systems, based on the Decode-and-Forward (DF) scheme, that uses  $\theta$ -QAM constellations. The system evaluation is performed for a channel subject to  $\kappa$ - $\mu$  fading, a generalized fading model. The obtained expression includes a sum of definite integrals of the Moment Generating Function (MGF) of the instantaneous  $\kappa$ - $\mu$  channel SNR distribution, which allows to calculate the SEP of those systems, considering channels with heterogeneous characteristics. Monte Carlo simulations were used to confirm the theoretical results.

**Keywords**— Cooperative diversity,  $\theta$ -QAM constellations,  $\kappa$ - $\mu$  fading.

## I. INTRODUÇÃO

As técnicas de diversidade consistem em aproveitar a redundância do sinal transmitido de forma que múltiplas cópias do sinal original sejam transmitidas por percursos independentes e assim experimentem diferentes níveis de desvanecimento e interferência. Quando combinadas apropriadamente na recepção, as diversas réplicas do sinal original geram um sinal cujos efeitos do desvanecimento podem ser amenizados.

Um importante método de diversidade que vem sendo estudado nos últimos anos é a técnica de diversidade cooperativa [1]. Nessa técnica, vários terminais de uma rede combinam seus recursos para melhorar o desempenho das transmissões. Um nó origem que deseje transmitir dados para um nó destino pode se beneficiar de outros nós em sua vizinhança (nós *relays*) para realizar o reencaminhamento de cópias do sinal original ao destino. O nó destino realiza uma combinação apropriada de todos os sinais recebidos, melhorando o desempenho do sistema de comunicações.

Dessa forma, por meio da cooperação entre múltiplos terminais espacialmente distribuídos, um arranjo virtual de antenas é formado. Diversas cópias do mesmo sinal são transmitidas por canais de comunicações independentes e um ganho de diversidade é alcançado.

Rafael F. Lopes, Federal Institute of Maranhão (IFMA), São Luís, Brazil. Wamberto J. L. de Queiroz and Marcelo S. de Alencar, UFCG Electrical Engineering Department, Campina Grande, Brazil, E-mails: {rafaelf, wamberto, malencar}@iecom.org.br.

No esquema de diversidade cooperativa, dois modos de operação são fundamentalmente estudados na literatura: (a) amplifica-e-encaminha (*Amplify-and-Forward* – AF) e (b) decodifica-e-encaminha (*Decode-and-Forward* – DF). Na primeira abordagem, ao receber os sinais da origem, os nós *relays* amplificam o sinal recebido e os retransmitem para o destino. Na segunda abordagem, os sinais recebidos pelos *relays* são completamente decodificados e recodificados antes de serem retransmitidos ao destino. Assim, enquanto no esquema AF os nós *relays* atuam como repetidores analógicos, no esquema DF os *relays* atuam como repetidores digitais regenerativos [2].

Algumas pesquisas constataram que, para valores específicos de relação sinal-ruído (*Signal-to-Noise Ratio* – SNR), as menores taxas de erro nas transmissões são obtidas por diferentes estruturas de constelações triangulares [3]. Dessa forma, uma generalização dos esquemas de modulação em quadratura chamada  $\theta$ -QAM é proposta em [3], [4].

O esquema de modulação  $\theta$ -QAM (*Theta Quadrature Amplitude Modulation*) representa uma família de esquemas de modulação em quadratura, parametrizada pelo parâmetro  $\theta$ , cujos símbolos adjacentes são vértices de triângulos isósceles (com o ângulo desigual  $\theta$  podendo assumir diferentes valores). A mudança do ângulo  $\theta$  permite gerar diferentes constelações de sinais, como as constelações quadradas (*Square Quadrature Amplitude Modulation* – SQAM) e triangulares (*Triangular Quadrature Amplitude Modulation* – TQAM) como casos especiais. Essa característica pode ser aproveitada para melhorar o desempenho das técnicas de diversidade.

Dessa forma, este artigo apresenta uma análise do desempenho de sistemas de diversidade cooperativa baseados no uso de constelações  $\theta$ -QAM. Uma nova expressão analítica para o cálculo da probabilidade de erro de símbolo (*Symbol Error Rate* – SEP) desses sistemas é proposta considerando o uso da distribuição  $\kappa$ - $\mu$  para modelar as flutuações da amplitude do desvanecimento. Esse modelo de desvanecimento foi adotado por sua flexibilidade na caracterização de diferentes cenários para o desvanecimento do canal [5]. O modelo foi adotado pois são completamente caracterizadas em termos de seus parâmetros físicos, além de modelar diversas distribuições clássicas, como Rayleigh, Rice e Nakagami- $m$  [6]. A expressão obtida é baseada na função geratriz de momentos (*Moment Generating Function* – MGF) da distribuição da SNR de canais com desvanecimento  $\kappa$ - $\mu$ , proposta em [7].

Além desta seção introdutória, este artigo é composto por mais 4 seções, cujos conteúdos são sucintamente apresentados a seguir. A Seção II descreve o modelo de sistema adotado neste artigo. Na Seção III são apresentados os conceitos relativos aos esquemas paramétricos de modulação em quadratura  $\theta$ -QAM, bem como apresenta suas expressões analíticas. O processo de obtenção das expressões para o cálculo da SEP em sistemas  $\theta$ -QAM cooperativos sob desvanecimento  $\kappa$ - $\mu$  e uma avaliação de desempenho do sistema são descritos na

Seção IV. Por fim, na Seção V são apresentadas as conclusões do trabalho.

## II. MODELO DE SISTEMA

No modelo considerado, foi admitido um sistema composto por três nós: uma estação base (*Base-Station* – BS), uma estação *relay* (*Relay Station* – RS) e um terminal de usuário (*User Terminal* – UT), que utilizam uma única antena. A RS colabora com as transmissões do BS reencaminhando cópias de seus sinais para o UT (visto que este sofre normalmente com más condições de canal). A RS utiliza a estratégia DF para colaborar com as transmissões. O *relay* não pode transmitir e receber simultaneamente e, portanto, utiliza um modo de transmissão *half-duplex* em canais ortogonais (considerando um esquema de divisão por tempo). A Figura 1 ilustra o modelo do sistema considerado.

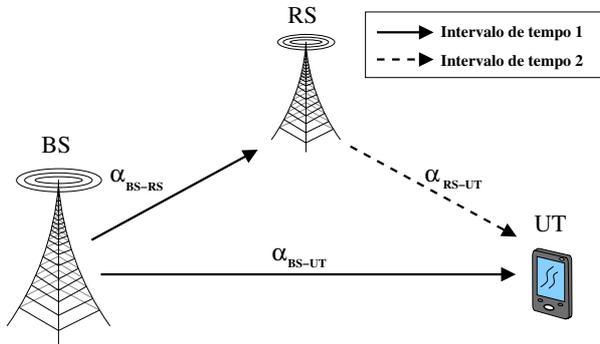


Fig. 1. Modelo do sistema cooperativo com um único nó *relay*.

A BS transmite para a RS um pacote contendo  $T$  símbolos de dados no primeiro intervalo de tempo. Devido à natureza de difusão dos canais de comunicações sem fio, o UT também recebe o pacote da BS. O nó RS então o recebe o pacote e verifica se ele está correto, por exemplo, com o auxílio de um código de verificação de redundância cíclica (*Cyclic Redundancy Check* – CRC).

Caso o pacote tenha sido corretamente recebido, a RS o retransmite no segundo intervalo de tempo. Caso contrário, a RS se abstém de retransmitir o pacote e envia um *bit* de confirmação negativa à BS, indicando que houve erros na recepção do pacote (considera-se que essa confirmação é sempre recebida sem erros). Nesse caso, a BS utiliza o segundo intervalo de tempo para enviar o pacote novamente ao UT. Finalmente, o UT utiliza as duas transmissões para decodificar o pacote. Com esse protocolo, os erros de detecção realizados pela RS não são propagados para o UT. Além disso, dado que a RS é fixo, ele pode ser instalado em uma posição estratégica em que exista uma linha de visada entre a BS e a RS. Todas as transmissões utilizam constelações  $\theta$ -QAM normalizadas com  $M$  pontos na constelação.

No sistema DF considerado, ambos BS e RS utilizam as mesmas constelações nas transmissões. Os símbolos das constelações de sinais utilizados em ambas as transmissões são  $\{s_1, s_2, \dots, s_M\}$ , cada um deles representado por valores complexos.

Dessa forma, o modelo para os canais BS-UT, BS-RS e RS-UT, respectivamente, podem ser escritos como

$$r_{SD} = \alpha_{SD} s + z_{SD}, \quad (1)$$

$$r_{SR} = \alpha_{SR} s + z_{SR}, \quad (2)$$

$$r_{RD} = \alpha_{RD} s + z_{RD}, \quad (3)$$

em que  $\alpha_{SD}$ ,  $\alpha_{SR}$  e  $\alpha_{RD}$  são os coeficientes da amplitude do desvanecimento de cada enlace sem fio e  $z_{SD}$ ,  $z_{SR}$  e  $z_{RD}$  representam as amostras de ruído AWGN do enlace sem fio. Por simplicidade da notação, foram omitidos os indexadores temporais das amostras.

Considera-se que os coeficientes dos canais,  $\alpha_{SD}$ ,  $\alpha_{SR}$  e  $\alpha_{RD}$ , são conhecidos pelos receptores e modelados por variáveis aleatórias  $\kappa$ - $\mu$  [6]. Os coeficientes relativos a cada um dos canais,  $\alpha_{SD}$ ,  $\alpha_{SR}$  e  $\alpha_{RD}$ , apresentam características heterogêneas, tendo seus formatos definidos pelos parâmetros  $\kappa_{SD}$  e  $\mu_{SD}$ ,  $\kappa_{SR}$  e  $\mu_{SR}$ , e  $\kappa_{RD}$  e  $\mu_{RD}$ , respectivamente

As amostras de ruído  $z_{SD}$ ,  $z_{SR}$  e  $z_{RD}$  são modeladas por variáveis aleatórias gaussianas complexas, circularmente simétricas, independentes e identicamente distribuídas com média zero e variância  $N_0/2$  por dimensão. O valor da SNR média de cada canal é calculado como:  $\bar{\gamma}_{SD} = E[|\alpha_{SD}|^2]/N_0$ ,  $\bar{\gamma}_{SR} = E[|\alpha_{SR}|^2]/N_0$  e  $\bar{\gamma}_{RD} = E[|\alpha_{RD}|^2]/N_0$  (considerando constelações com energia média normalizada).

O UT utiliza os sinais recebidos de dois ramos independentes (BS-UT e RS-UT) para alcançar a diversidade espacial, caso o sinal original de BS seja recebido corretamente no nó RS. Por outro lado, tanto na combinação dos sinais recebidos pelos ramos BS-UT e RS-UT (no caso da recepção correta dos sinais pelo nó RS), quanto na recepção de dois sinais transmitidos pelo ramo BS-UT, o receptor se beneficia da diversidade temporal.

No sistema, um detector MRC (*Maximal-ratio combining*) é utilizado no nó UT para combinar os sinais recebidos. Logo, a partir dos símbolos recebidos  $r_{SD}$  e  $r_{RD}$  (ou seja, caso a RS consiga receber corretamente os sinais), é realizada a estimativa do símbolo  $\hat{s} = s_i$ , de acordo com o critério de distância mínima

$$\hat{i} = \underset{k=1, \dots, M}{\operatorname{argmin}} \left\{ |r_{SD} - \alpha_{SD} s_k|^2 + |r_{RD} - \alpha_{RD} s_k|^2 \right\}, \quad (4)$$

em que, para um símbolo  $x$ ,  $|x|^2 = xx^*$ . Esse detector requer um total de  $M$  comparações para decodificar um símbolo.

Por outro lado, caso a RS não receba corretamente os símbolos transmitidos por BS, este último é então sinalizado do erro para realizar uma nova transmissão. No entanto, no modelo do sistema adotado, não há diferença entre os critérios de decisão em ambos os cenários, visto que  $\alpha_{SD}$  e  $\alpha_{RD}$  são modelados estatisticamente pela mesma distribuição de probabilidade ( $\kappa$ - $\mu$ ). Dessa forma, na avaliação realizada, é considerado o uso do critério apresentado na Expressão 4.

## III. ESQUEMAS PARAMÉTRICOS DE MODULAÇÃO EM QUADRATURA $\theta$ -QAM

O uso de esquemas de modulação de alta ordem é um dos métodos mais comuns para aumentar a taxa de transmissão em sistemas de comunicações sem impor novos requisitos em relação à largura de banda utilizada. Consideráveis esforços foram empregados com o intuito de estabelecer constelações para esquemas de modulação em quadratura (QAM – *Quadrature Amplitude Modulation*) com probabilidade de erro mínima e com restrições na potência média de transmissão [8], [9].

Por meio do uso de técnicas de otimização e de simulações, alguns autores demonstraram que constelações QAM formadas por grades de triângulos equiláteros (TQAM – *Triangular QAM*) apresentam ganhos de até 0,5 dB em termos da taxa de erro de símbolo (SER – *Symbol Error Rate*) em relação a constelações QAM quadradas (SQAM – *Square QAM*) [8], [10], [11]. No entanto, em [3], [4], os autores verificaram que, para valores específicos de SNR, o máximo desempenho da transmissão é obtido por diferentes estruturas de constelações

$$P_S(\gamma, \theta, M) = c_1 \left\{ c_2 \int_{\frac{\pi-\theta}{2}}^{\frac{\pi+\theta}{2}} \exp(-\gamma \delta^2 \csc^2 \phi) d\phi + c_3^2 \int_{\theta}^{\pi-\theta} \exp\left(-\gamma \delta^2 \csc^2 \phi \sec^2 \frac{\theta}{2} \sin^2 \theta\right) d\phi + c_4 \int_{\frac{\pi-\theta}{2}}^{\pi} \exp(-\gamma \delta^2 \csc^2 \phi) d\phi + \right. \\
 \left. c_5 \int_{\frac{\pi-\theta}{2}}^{\frac{\pi+2\theta}{2}} \exp(-\gamma \delta^2 \csc^2 \phi) d\phi c_6 \int_{2\theta}^{\pi} \exp(-4\gamma \delta^2 \csc^2 \phi \sin^2 \theta) d\phi \right\}. \quad (8)$$

triangulares. Dessa forma, uma generalização dos esquemas de modulação em quadratura (que inclui as constelações SQAM e TQAM como casos especiais) foi proposta por esses autores, gerando uma família de esquemas paramétricos de modulação em quadratura, chamada  $\theta$ -QAM. Esta seção apresenta informações sobre os esquemas de modulação  $\theta$ -QAM e suas expressões analíticas.

#### A. Constelações $\theta$ -QAM

Assim como ocorre nas demais constelações de sinais, as constelações  $\theta$ -QAM são representações geométricas formadas por  $M$  pares  $(x_i, y_j)$  dispostos em um plano cartesiano cujos eixos ortogonais representam as componentes em fase e em quadratura do sinal transmitido. Especificamente cada par representa um símbolo transmitido  $s_{i,j}$ . A distância euclidiana entre os símbolos vizinhos mais próximos é  $2d$ , com o valor de  $d$  dependendo da ordem da modulação  $M$  e da energia média da constelação  $E_{AV}$ .

Na família de constelações  $\theta$ -QAM os símbolos são vértices de triângulos isósceles. O ângulo desigual dos triângulos isósceles, denominado  $\theta$ , afeta a distância euclidiana de símbolos não adjacentes. Por exemplo, para o caso da constelação TQAM (que pertence à família  $\theta$ -QAM, com  $\theta = \pi/3$ ) a energia média por símbolo é menor que em constelações SQAM ( $\theta = \pi/2$ ), levando à redução da SER para um mesmo valor de  $E_{AV}$  (por conta do incremento na distância euclidiana entre os símbolos).

As coordenadas  $(x_i, y_j)$  dos símbolos de uma constelação  $\theta$ -QAM  $M$ -ária são obtidas com a seguinte expressão [4]

$$(x_i, y_j) = \left( \left[ 2(j-1) + 1 - \sqrt{M} \right] d + [2 \bmod(i, 2) - 1] \frac{a}{2}, \right. \\
 \left. - \left[ 2(i-1) + 1 - \sqrt{M} \right] \frac{b}{2} \right), \quad (5)$$

em que  $i = 1, \dots, \sqrt{M}$ ,  $j = 1, \dots, \sqrt{M}$ , com  $M = 4^k$  e  $k \in \mathbb{Z}^+$ ,  $\bmod(a, b)$  representa o resto da divisão inteira de  $a$  por  $b$ ,  $2d$  é a distância euclidiana entre símbolos vizinhos mais próximos,  $a = 2d \cos \theta$  e  $b = 2d \sin \theta$ . O ângulo  $\theta$  pode assumir valores no intervalo  $(0, \pi)$ . Entretanto, de forma a manter a simetria da constelação, somente ângulos até o valor  $\pi/2$  são considerados.

Tomando por base a Fórmula 5, é possível calcular a energia média por símbolo de constelações  $\theta$ -QAM usando [4]

$$E_{AV} = [3M + (4 - M) \cos(2\theta)] d^2 / 6, \quad (6)$$

que pode ser solucionada em relação a  $d$ , obtendo-se

$$d = \sqrt{6E_{AV} / [3M + (4 - M) \cos(2\theta)]}. \quad (7)$$

Com a Fórmula 7 é possível definir a distância entre símbolos vizinhos mais próximos em constelações  $\theta$ -QAM para um dado valor de energia média igual a  $E_{AV}$ , necessária para definir a posição dos pontos da constelação.

#### B. Avaliação da SER em canais AWGN

A SER das constelações  $\theta$ -QAM pode ser avaliada por meio do cálculo da média das probabilidades de ocorrência de erros de símbolos em cada região de decisão. Assim, em [4] a probabilidade de erro, para cada região, foi calculada com o uso de coordenadas cilíndricas. Após todas as manipulações matemáticas, a expressão para o cálculo da SER pode ser escrita conforme a Fórmula 8, em que  $\gamma = E_{AV}/N_0$  é a SNR média,  $\delta = d/\sqrt{E_{AV}}$ ,  $\csc(\cdot) = 1/\sin(\cdot)$ ,  $c_1 = 1/(2\pi M)$ ,  $c_2 = 4(\sqrt{M} - 2)(\sqrt{M} - 1)$ ,  $c_3 = \sqrt{2}(\sqrt{M} - 1)$ ,  $c_4 = 5(\sqrt{M} - 2) + 6$ ,  $c_5 = 3(\sqrt{M} - 2) + 2$  e  $c_6 = \sqrt{M}$ .

#### IV. SEP DOS SISTEMAS $\theta$ -QAM COOPERATIVOS EM CANAIS $\kappa$ - $\mu$

Nesta seção, uma expressão para o cálculo da SEP do sistema de diversidade cooperativa em canais  $\kappa$ - $\mu$  é obtida. A avaliação da SEP deve levar em consideração duas situações distintas do protocolo discutido na Seção II: (1) caso o nó RS consiga receber corretamente os dados enviados pela BS ele então retransmite os dados para o UT; e (2) caso os dados não sejam recebidos corretamente a BS fica responsável por retransmitir os dados no segundo intervalo de tempo.

Dessa forma, a expressão geral para a SEP do esquema DF pode ser escrita como a seguir

$$P_c = P_r \cdot P_f + (1 - P_r) \cdot P_{\text{coop}}, \quad (9)$$

em que  $P_r$  é a probabilidade de erro associada à recepção da mensagem pela RS, dado que ela foi enviada pela BS no primeiro intervalo de tempo,  $P_{\text{coop}}$  é a probabilidade de erro no UT quando a RS colabora com a transmissão (*i.e.*, quando o UT combina os sinais transmitidos pela BS e pela RS) e  $P_f$  é a probabilidade de erro no UT quando a BS realiza a retransmissão no segundo intervalo de tempo devido à recepção incorreta dos dados pela RS (*i.e.*, quando o UT combina os dois sinais transmitidos pela BS). Considerando que os três canais apresentam características distintas (valores de SNR e parâmetros de canal), as expressões de  $P_r$ ,  $P_f$  e  $P_{\text{coop}}$  devem contemplar essa heterogeneidade de cenários.

A probabilidade de erro na RS ( $P_r$ ) deve considerar a recepção de pacotes de tamanho  $T$ , conforme o modelo de sistema descrito na Seção II. Assim,  $1 - P_r$  representa a probabilidade de não ocorrer nenhum erro de símbolo no pacote recebido.

Para a obtenção de  $P_r$  é necessário que a expressão da SEP na RS ( $P_c$ ) seja calculada. Logo,

$$P_c(\bar{\gamma}_{\text{SR}}) = \int_0^{\infty} P_S(\gamma_{\text{SR}}) f_{\gamma_{\text{SR}}}(\gamma_{\text{SR}}; \bar{\gamma}_{\text{SR}}) d\gamma_{\text{SR}}, \quad (10)$$

em que  $P_S(\gamma)$  é a função da SEP de sistemas  $\theta$ -QAM em canais AWGN, dada pela Fórmula 8, e  $f(\gamma; \bar{\gamma})$  é a função

$$\begin{aligned}
 P_e(\bar{\gamma}_{SR}) = & c_1 c_2 \int_{\frac{\pi-\theta}{2}}^{\frac{\pi+\theta}{2}} M_{\gamma_{SR}}(\delta^2 \operatorname{cosec}^2(\Phi)) d\Phi + c_1 c_3 \int_{\theta}^{\pi-\theta} M_{\gamma_{SR}}\left(\delta^2 \sec^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \operatorname{sen}^2(\theta) \operatorname{cosec}^2(\Phi)\right) d\Phi + \\
 & c_1 c_4 \int_{\frac{\pi-\theta}{2}}^{\pi} M_{\gamma_{SR}}(\delta^2 \operatorname{cosec}^2(\Phi)) d\Phi + c_1 c_5 \int_{\frac{\pi-\theta}{2}}^{\frac{\pi+2\theta}{2}} M_{\gamma_{SR}}(\delta^2 \operatorname{cosec}^2(\Phi)) d\Phi + c_1 c_6 \int_{2\theta}^{\pi} M_{\gamma_{SR}}(4\delta^2 \operatorname{sen}^2(\Phi) \operatorname{cosec}^2(\Phi)) d\Phi, \quad (14)
 \end{aligned}$$

densidade de probabilidade (fdp) da SNR de canais  $\kappa$ - $\mu$ , dada por [6]

$$\begin{aligned}
 f(\gamma; \bar{\gamma}) = & \frac{\mu(1+\kappa) \frac{\mu-1}{2} \gamma^{\frac{\mu-1}{2}}}{\kappa^{\frac{\mu-1}{2}} \exp(\kappa\mu) \bar{\gamma}^{\frac{\mu+1}{2}}} \exp\left[-\frac{\mu(1+\kappa)\gamma}{\bar{\gamma}}\right] \\
 & I_{\mu-1}\left[2\mu\sqrt{\frac{\kappa(1+\kappa)\gamma}{\bar{\gamma}}}\right], \gamma \geq 0, \quad (11)
 \end{aligned}$$

em que  $I_\nu(\cdot)$  denota a função de Bessel modificada de primeiro tipo e ordem  $\nu$  [12, 8.431],  $\kappa > 0$  representa a razão entre a potência total das componentes dominantes e a potência total das componentes espalhadas e  $\mu = \frac{E^2[\alpha^2]}{\operatorname{Var}[\alpha^2]} \frac{1+2\kappa}{(1+\kappa)^2}$ ,  $\bar{\gamma}$  representa a SNR média do canal e  $\gamma$  é a SNR instantânea do canal.

Da mesma forma que realizado em [13], substituindo as Fórmulas 8 e 11 na Fórmula 10, verifica-se que a expressão obtida pode ser reescrita em termos da MGF da SNR do desvanecimento  $\kappa$ - $\mu$ , cuja expressão é dada por [7]

$$M_\gamma(s) = \left(\frac{\mu(1+\kappa)}{\mu(1+\kappa) + s\bar{\gamma}}\right)^\mu \exp\left(\frac{\mu^2 \kappa(1+\kappa)}{\mu(1+\kappa) + s\bar{\gamma}} - \kappa\mu\right), \quad (12)$$

dando origem à Fórmula 14 (que coincide com a expressão proposta em [13] para apenas um ramo), em que  $\delta$ ,  $c_1$ ,  $c_2$ ,  $c_3$ ,  $c_4$ ,  $c_5$  e  $c_6$  são constantes relacionadas à geometria da constelação  $\theta$ -QAM, cujos valores são apresentados na Seção III-B,  $M_{\gamma_{SR}}(\cdot)$  é a função geratriz de momentos do desvanecimento  $\kappa$ - $\mu$  (proposta em [7] e apresentada na Fórmula 12) com os parâmetros relacionados ao enlace BS-RS ( $\bar{\gamma}_{SR}$ ,  $\kappa_{SR}$ ,  $\mu_{SR}$ ).

Logo, o cálculo de  $P_r$  pode ser realizado conforme a fórmula a seguir

$$P_r(\bar{\gamma}_{SR}) = 1 - (1 - P_e(\bar{\gamma}_{SR}))^T, \quad (13)$$

em que  $T$  é o número de símbolos do pacote. É possível verificar que para o caso  $T = 1$  (*i.e.*, o pacote contém apenas um símbolo) a expressão se reduz à Fórmula 14.

A probabilidade de erro de símbolo do receptor MRC considerando a falha da RS (ou seja, no caso da recepção de dois sinais transmitidos pelo BS) é obtida a partir da fórmula proposta em [13], para dois ramos independentes e com os parâmetros de canal do enlace BS-UT ( $\bar{\gamma}_{SD}$ ,  $\kappa_{SD}$ ,  $\mu_{SD}$ ), conforme a Fórmula 15.

Por fim, a expressão para o cálculo da probabilidade de erro de símbolo considerando a cooperação entre o BS e a RS (ou seja, no caso da RS decodificar corretamente os sinais transmitidos pela BS) deve considerar a heterogeneidade dos parâmetros dos enlaces BS-UT ( $\bar{\gamma}_{SD}$ ,  $\kappa_{SD}$ ,  $\mu_{SD}$ ) e RS-UT ( $\bar{\gamma}_{RD}$ ,  $\kappa_{RD}$ ,  $\mu_{RD}$ ). Essa expressão pode ser obtida realizando a média da fórmula da probabilidade de erro de símbolo de constelações  $\theta$ -QAM em canais AWGN e da fdp conjunta da SNR dos dois canais  $\kappa$ - $\mu$ . Dado que os canais BS-UT e RS-UT são independentes e que a SNR resultante na saída

do combinador MRC é a soma dos valores de SNR em cada ramo, então  $P_{\text{coop}}(\bar{\gamma}_{SD}, \bar{\gamma}_{RD})$  pode ser calculado conforme apresentado na Fórmula 16.

Com base na Fórmula 9 e nas expressões apresentadas (calculadas por meio de técnicas numéricas de integração) é possível avaliar o desempenho de sistemas  $\theta$ -QAM com diversidade cooperativa em canais  $\kappa$ - $\mu$ . A Figura 2 apresenta as curvas de SEP teóricas e simuladas de um sistema  $\theta$ -QAM ( $M = 16$ ,  $\theta = \pi/3$ ) cooperativo.

Na avaliação foram considerados pacotes com  $T = 100$  símbolos e foram definidos os seguintes parâmetros para o desvanecimento:  $\kappa_{SR} = 6,5$ ,  $\mu_{SR} = 2,0$  (enlace BS-RS),  $\kappa_{SD} = 0,1$ ,  $\mu_{SD} = 0,5$  (enlace BS-UT) e  $\kappa_{RD} = 0,25$ ,  $\mu_{RD} = 1,0$  (enlace RS-UT). Além disso, dois cenários foram utilizados: (a) o caso simétrico, em que todos os canais estão sujeitos à mesma SNR, *i.e.*,  $\bar{\gamma}_{SD} = \bar{\gamma}_{SR} = \bar{\gamma}_{RD}$ , e (b) o caso assimétrico, em que os canais apresentam diferentes valores de SNR, *i.e.*,  $\bar{\gamma}_{SR} = \bar{\gamma}_{RD} + 15$  dB,  $\bar{\gamma}_{SD} = \bar{\gamma}_{RD} - 15$  dB. foi adotado nos experimentos.

Os valores dos parâmetros de desvanecimento foram definidos arbitrariamente de forma que o enlace BS-RS apresentasse uma forte componente de visada, o enlace BS-UT sofresse com condições severas de desvanecimento e que o enlace RS-UT fosse modelado com um desvanecimento menos severo que o do enlace BS-UT, mas que também não tivesse uma componente de visada direta muito significativa como ocorre com BS-RS.

O aumento no declive da curva no caso simétrico, que pode ser observado na região entre 15 e 20 dB, corresponde aos valores de SNR em que a RS começa a receber com sucesso os pacotes mais frequentemente, fazendo com que o enlace RS-UT (que sofre de condições menos severas de desvanecimento) seja mais utilizado, reduzindo a SEP do sistema. Por outro lado, no caso assimétrico há um aumento considerável na SEP média do sistema (aproximadamente 5 dB para uma SEP de  $2 \times 10^{-3}$ ), visto que as condições de enlace BS-UT (que é sempre utilizado na recepção dos sinais) pioram bastante (perde 15 dB em termos da SNR).

## V. CONCLUSÃO

Os esquemas de diversidade vêm sendo largamente explorados com o intuito de mitigar os efeitos deletérios dos canais de comunicações sem fio. Na diversidade cooperativa, vários terminais de uma rede combinam seus recursos para melhorar o desempenho das transmissões. Assim, um nó origem que deseje transmitir dados para um nó destino pode se beneficiar de outros nós em sua vizinhança (nós *relays*) para realizar o reencaminhamento de cópias do sinal original ao destino. Por meio da cooperação entre múltiplos terminais espacialmente distribuídos, um arranjo virtual de antenas é formado. Dessa maneira, dado que diversas cópias do mesmo sinal são transmitidos por canais de comunicações independentes, um ganho de diversidade é alcançado.

$$P_f(\bar{\gamma}_{SD}) = c_1 c_2 \int_{\frac{\pi-\theta}{2}}^{\frac{\pi+\theta}{2}} [M_{\gamma_{SD}} (\delta^2 \operatorname{cosec}^2(\Phi))]^2 d\Phi + c_1 c_3^2 \int_{\theta}^{\pi-\theta} \left[ M_{\gamma_{SD}} \left( \delta^2 \sec^2 \left( \frac{\theta}{2} \right) \sin^2(\theta) \operatorname{cosec}^2(\Phi) \right) \right]^2 d\Phi +$$

$$c_1 c_4 \int_{\frac{\pi-\theta}{2}}^{\pi} [M_{\gamma_{SD}} (\delta^2 \operatorname{cosec}^2(\Phi))]^2 d\Phi + c_1 c_5 \int_{\frac{\pi-\theta}{2}}^{\frac{\pi+2\theta}{2}} [M_{\gamma_{SD}} (\delta^2 \operatorname{cosec}^2(\Phi))]^2 d\Phi + c_1 c_6 \int_{\frac{\pi-\theta}{2}}^{\pi} [M_{\gamma_{SD}} (4\delta^2 \sin^2(\Phi) \operatorname{cosec}^2(\Phi))]^2 d\Phi,$$

$$P_{\text{coop}}(\bar{\gamma}_{SD}, \bar{\gamma}_{RD}) = c_1 c_2 \int_{\frac{\pi-\theta}{2}}^{\frac{\pi+\theta}{2}} [M_{\gamma_{SD}} (\delta^2 \operatorname{cosec}^2(\Phi))] \cdot [M_{\gamma_{RD}} (\delta^2 \operatorname{cosec}^2(\Phi))] d\Phi +$$

$$c_1 c_3^2 \int_{\theta}^{\pi-\theta} \left[ M_{\gamma_{SD}} \left( \delta^2 \sec^2 \left( \frac{\theta}{2} \right) \sin^2(\theta) \operatorname{cosec}^2(\Phi) \right) \right] \cdot \left[ M_{\gamma_{RD}} \left( \delta^2 \sec^2 \left( \frac{\theta}{2} \right) \sin^2(\theta) \operatorname{cosec}^2(\Phi) \right) \right] d\Phi +$$

$$c_1 c_4 \int_{\frac{\pi-\theta}{2}}^{\pi} [M_{\gamma_{SD}} (\delta^2 \operatorname{cosec}^2(\Phi))] \cdot [M_{\gamma_{RD}} (\delta^2 \operatorname{cosec}^2(\Phi))] d\Phi + c_1 c_5 \int_{\frac{\pi-\theta}{2}}^{\frac{\pi+2\theta}{2}} [M_{\gamma_{SD}} (\delta^2 \operatorname{cosec}^2(\Phi))] \cdot [M_{\gamma_{RD}} (\delta^2 \operatorname{cosec}^2(\Phi))] d\Phi +$$

$$c_1 c_6 \int_{\frac{\pi-\theta}{2}}^{\pi} [M_{\gamma_{SD}} (4\delta^2 \sin^2(\Phi) \operatorname{cosec}^2(\Phi))] \cdot [M_{\gamma_{RD}} (4\delta^2 \sin^2(\Phi) \operatorname{cosec}^2(\Phi))] d\Phi.$$

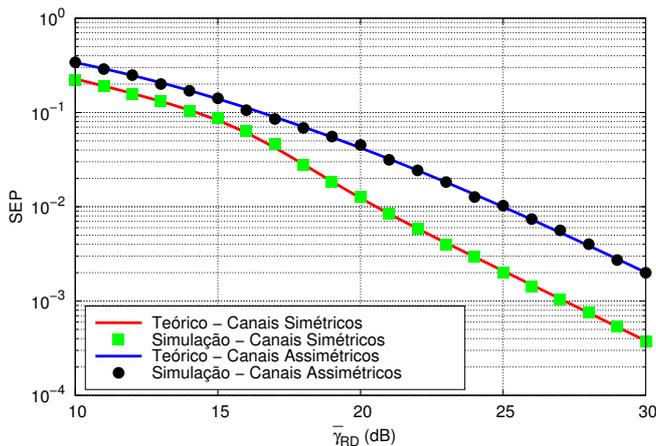


Fig. 2. Curvas para a SEP do sistema  $\theta$ -QAM com  $M = 16$ ,  $\theta = \pi/3$  e diversidade cooperativa em canais  $\kappa$ - $\mu$ . Avaliação com pacotes de  $T = 100$  símbolos em canais simétricos e assimétricos. Parâmetros do desvanecimento:  $\kappa_{SR} = 6, 5$ ,  $\mu_{SR} = 2, 0$  (enlace BS-RS),  $\kappa_{SD} = 0, 1$ ,  $\mu_{SD} = 0, 5$  (enlace BS-UT) e  $\kappa_{RD} = 0, 25$ ,  $\mu_{RD} = 1, 0$  (enlace RS-UT).

Visando avaliar o desempenho dos sistemas de diversidade cooperativa baseados no esquema de DF, uma expressão para o cálculo da SEP de sistemas  $\theta$ -QAM com diversidade cooperativa foi apresentada neste artigo. A expressão proposta se mostrou eficaz ao modelar uma generalização das constelações de sinais (devido ao uso do  $\theta$ -QAM) e dos modelos de desvanecimento do canal (por conta da adoção do modelo de desvanecimento  $\kappa$ - $\mu$ ). Além disso, ela permite avaliar sistemas com enlaces com características heterogêneas.

#### AGRADECIMENTOS

Os autores gostariam de agradecer ao IFMA, à COPELE, à UFCG, ao Iecom, à Fapema e à Capes por apoiar esta pesquisa.

#### REFERÊNCIAS

- [1] J. N. Laneman, D. N. C. Tse, and G. W. Wornell, "Cooperative diversity in wireless networks: efficient protocols and outage behavior," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 50, no. 12, pp. 3062–3080, December 2004.
- [2] M. N. Khorramji and E. G. Larsson, "Improving collaborative transmit diversity by using constellation rearrangement," in *IEEE Wireless Communications and Networking Conference (WCNC 2007)*, March 2007, pp. 803–807.
- [3] K. N. Pappi, A. S. Lioumpas, G. K. Karagiannidis, and S. A. Kotsoopoulos, "Performance analysis of variable-angle quadrature amplitude constellations," in *IEEE International Conference on Wireless and Mobile Computing, Networking and Communications (WIMOB 2009)*, October 2009, pp. 314–319.
- [4] K. N. Pappi, A. S. Lioumpas, and G. K. Karagiannidis, " $\theta$ -QAM: A parametric quadrature amplitude modulation family and its performance in AWGN and fading channels," *IEEE Transactions on Communications*, vol. 58, no. 4, pp. 1014–1019, April 2010.
- [5] R. F. Lopes, W. J. L. Queiroz, W. A. Lopes, and M. S. Alencar, "Performance of the modulation diversity technique for  $\kappa$ - $\mu$  fading channels," *EURASIP Journal on Wireless Communications and Networking*, vol. 2013, no. 1, p. 17, 2013.
- [6] M. D. Yacoub, "The  $\kappa$ - $\mu$  distribution and the  $\eta$ - $\mu$  distribution," *IEEE Antennas and Propagation Magazine*, vol. 49, no. 1, pp. 68–81, February 2007.
- [7] N. Y. Ermolova, "Moment generating functions of the generalized  $\eta$ - $\mu$  and  $\kappa$ - $\mu$  distributions and their applications to performance evaluations of communication systems," *IEEE Communications Letters*, vol. 12, no. 7, pp. 502–504, July 2008.
- [8] G. Foschini, R. Gitlin, and S. Weinstein, "Optimization of two-dimensional signal constellations in the presence of gaussian noise," *IEEE Transactions on Communications*, vol. 22, no. 1, pp. 28–38, January 1974.
- [9] J.-K. Han and H.-M. Kim, "Optimization of QAM signal constellation in the presence of Rayleigh fading," *Signal Processing*, vol. 68, no. 1, pp. 113–118, 1998. [Online]. Available: <http://www.sciencedirect.com/science/article/B6V18-3V5BGGJ-29/2/e7d08b9a9feefbc187bbe6443c718e5e>
- [10] M. Kifle and M. Vanderaar, "Bounds and simulation results of 32-ary and 64-ary quadrature amplitude modulation for broadband-isdn via satellite," Technical Memorandum, NASA, February 1994.
- [11] S.-J. Park, "Triangular quadrature amplitude modulation," *IEEE Communications Letters*, vol. 11, no. 4, pp. 292–294, April 2007.
- [12] I. S. Gradshteyn and I. M. Ryzhik, *Table of integrals, series, and products*, 6th ed. New York, USA: Academic, 2000.
- [13] W. J. L. Queiroz, F. Madeiro, W. T. A. Lopes, and M. S. Alencar, "Desempenho do receptor MRC para modulação  $\theta$ -QAM sob desvanecimento generalizado," in *XXIX Brazilian Symposium on Telecommunications (SBRT 2011)*, Curitiba, PR, October 2011.