# Modulação Espacial: Complexidade e Desempenho

Reginaldo Nunes, Taufik Abrão

Resumo—Este trabalho faz uma revisão dos principais esquemas de modulação espacial para sistemas de comunicação sem fio. São analisados o desempenho, a complexidade e o ganho de diversidade de três esquemas relativamente novos para sistemas com múltiplas antenas no transmissor e receptor (MIMO): a) esquema de transmissão por modulação espacial (SM); b) modulação por chaveamento espacial (SSK); c) modulação por chaveamento espacial generalizado (GSSK). Estes três esquemas oferecem baixa complexidade de implementação, maior taxa de dados quando comparado a sistemas com uma única antena no transmissor e no receptor (SISO), bem como oferecem flexibilidade de projeto, enquanto fazem uso das características aleatórias do canal de comunicação para transmissão de dados. O trabalho tem por objetivo explorar as principais características destes três esquemas e avaliar o compromisso desempenhocomplexidade para determinar qual dos esquemas de modulação espacial apresenta maior potencialidade em termos de eficiência em potência e espectral.

Palavras-Chave—SM, MIMO, SIMO, GSSK, SSK, ML.

Abstract—This work provides a review on the main spatial modulation (SM) schemes, suitable to wireless communication systems. Performance, complexity and diversity gain of the three new spatial SM schemes suitable for multiple-input-multiple-output (MIMO) communication systems are analyzed: a) transmission by spatial modulation (SM) scheme; b) space shift keying (SSK); c) generalized space shift keying (GSSK). These three schemes offer low complexity, higher data rate when compared to single-input-single-output (SISO) communication systems, as well as design flexibility, while exploits randomness characteristics of wireless communication channel for data transmission. The paper aims to explore the main features of those three SM schemes and to evaluate the inherent performance-complexity trade-off in order to determine which of those schemes results in a higher energy and spectral efficiencies.

Keywords-SM, MIMO, SIMO, GSSK, SSK, ML detection.

# I. Introdução

Os sistemas MIMO podem ser caracterizados em três diferentes grupos. Em um primeiro grupo, a codificação espaçotemporal, cite-se o esquema de Alamouti [1], é capaz de produzir diversidade a partir de múltiplas (duas) antenas de transmissão, alcançando assim ganho de diversidade mas não obtém ganho na multiplexação. O segundo grupo MIMO assume o conhecimento do canal no lado da transmissão e usa a decomposição por valores singulares (SVD - singular value decomposition) para obter ganho na capacidade [2]. Finalmente, com o terceiro grupo, denominado multiplexação espacial, obtém-se aumento na taxa de dados, porém apresenta alta interferência entre canais (ICI - interchannel interference) no lado da recepção e não necessariamente fornece diversidade na transmissão. Como exemplo deste grupo, destaca-se a técnica BLAST (Bell Labs Lavered Space-Time) [3]. Alternativamente a estes cenários, Mesleh et al. propuseram a técnica de modulação espacial (SM - spatial modulation) aplicada a canais MIMO sem fio [4]. Na modulação espacial, um bloco de bits de informação é mapeado em um ponto da constelação

R. Nunes e T. Abrão, Electrical Engineering Dept., State University of Londrina; reginaldouel@gmail.com, taufik@uel.br.

no domínio do sinal, e um ponto da constelação no domínio espacial. Em cada instante de tempo somente uma antena de transmissão do conjunto será ativada enquanto as outras antenas transmitirão potência zero. Isto permite ao esquema SM evitar inteiramente a ICI, não requerer sincronização entre as antenas transmissoras e usar somente uma conexão de rádio frequência. No esquema SM, a posição de cada antena do conjunto de antenas transmissoras é usada como fonte de informação, ou seja, o índice da antena ativa mapeia parte dos bits a serem transmitidos. Esta característica permite ao esquema SM obter ganho de multiplexação em relação ao sistemas convencionais, com uma única antena de transmissão. Ademais, apesar de uma única antena ser ativada a cada instante, o SM também obtém alta vazão de dados.

Em [5] foi proposto um esquema de detecção ótima SM baseado no detector de máxima verossimilhança (ML - *Maximum Likelihood*), o qual identifica o índice da antena transmissora e o símbolo transmitido de forma conjunta. A detecção ótima apresenta melhores resultados que a detecção proposta anteriormente em [4], com ganho aproximado de 4dB. O desempenho dos algoritmos de detecção MIMO baseados na busca em árvore segundo o princípio do raio ajustável da hiperesfera (SD - *sphere decoding*), aplicados aos sistemas SM, é analisado em [6]. Para uma mesma taxa de erro, o desempenho obtido pelo algoritmo SD-MIMO é equivalente ao apresentado pela detecção ML, porém com significativa redução na complexidade computacional quando a relação sinal-ruído (SNR - *Signal to Noise Ratio*) média ou elevada.

Um esquema de modulação espacial na ausência de mapeamento e/ou codificação de símbolo na transmissão foi proposto em [7], denominado modulação por chaveamento espacial (SSK - space shift keying). Neste sistema mais simples que o SM clássico, a informação a ser transmitida é mapeada somente através das antenas transmissoras, ou seja, a forma de onda transmitida não carrega informação. Esta característica faz da detecção SSK menos complexa que a detecção SM, porém mantém o ganho de multiplexação do SM [8].

Ademais, quando a implantação de antenas for um limitante, um esquema variante do SSK pode ser usado: trata-se do esquema SSK generalizado (GSSK - generalized SSK) [9]. O conceito GSSK está no uso da combinação dos índices das antenas de transmissão, contrastando com o uso de apenas um único índice utilizado no esquema SSK. O ganho obtido com o SSK se mantém no GSSK, porém ao custo da manutenção de sincronismo entre as antenas transmissoras e também necessitar de múltiplas conexões de rádio frequência. De fato, observa-se que o esquema SSK é um caso particular do GSSK, quando somente uma antena é empregada no transmissor a cada período de símbolo.

Notação empregada neste trabalho: símbolos minúsculos em negrito representam vetores e maiúsculos em negritos, matrizes. Símbolos itálicos denotam valores escalares. As notações  $\left(\cdot\right)^{T}, \left(\cdot\right)^{H}, \left\|\cdot\right\|$  e  $\left\|\cdot\right\|_{F}$  representam transposta, Hermitiano,

norma dois e norma de Frobenius de uma matriz ou vetor, respectivamente. O operador | denota valor absoluto de um escalar.  $\mathcal{CN}\left(\mu,\sigma^{2}\right)$  representa uma distribuição Gaussiana complexa de uma variável aleatória com média  $\mu$  e variância  $\sigma^2$ .  $P(\cdot)$  é a probabilidade de ocorrência de um evento;  $p_Y$ denota a função densidade probabilidade da variável aleatória y e  $\mathbb{E}_{\mathbf{x}}[.]$  denota esperança estatística com respeito à x.

#### II. MODULAÇÃO ESPACIAL

Seja um sistema MIMO com  $N_t$ ,  $N_r$  antenas de transmissão e recepção, respectivamente;  $h_{\nu,\tau}$  é o ganho de canal entre a antena de transmissão  $\tau$  e a antena de recepção  $\nu$ . Para modulação M-QAM,  $m = \log_2(M)$  é o número de bits/símbolo;  ${\bf b}$  é um vetor de n bits a ser transmitido. O vetor binário é mapeado em outro vetor  $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} 0 & x_t & \cdots & 0 \end{bmatrix}^T$  de tamanho  $N_t$ onde somente um elemento é diferente de zero. O símbolo de número  $\iota$  no vetor resultante  $\mathbf{x}$  é  $x_{\iota}$ , onde  $\iota$  é o número da antena de transmissão mapeada,  $\iota \in [1:N_t]$ .

O símbolo  $x_{\iota}$  é transmitido pela antena de número  $\iota$  sobre o canal MIMO, denotado pela matrix H, caracterizado por um canal Rayleigh plano não seletivo em frequência com amostras independentes e identicamente distribuídas (i.i.d.) de acordo com a distribuição  $\mathcal{CN}(0,1)$ . O vetor recebido é dado por:

$$\mathbf{y} = \mathbf{h}_{(\nu = \iota)} x_{\iota} + \boldsymbol{\eta} \tag{1}$$

sendo  $h_{\nu}$  a  $\nu$ -ésima coluna de  $\mathbf{H}$  e  $\boldsymbol{\eta}$  é o vetor do ruído aditivo Gaussiano branco (AWGN - Additive White Gaussian Noise)  $\boldsymbol{\eta} = \begin{bmatrix} \eta_1 & \eta_2 & \cdots & \eta_{N_r} \end{bmatrix}^T \sim \mathcal{CN}(0, \sigma_n^2)$ . O número de bits que pode ser transmitido usando modulação espacial é dado por  $n = \log_2(N_t) + m = \log_2(MN_t)$ . Observa-se que o número de bits pode ser ajustado de duas maneiras: a) alterando a ordem de modulação do sinal; b) ajustando o número de símbolos associados a cada antena.

# A. Estimativa do Símbolo Transmitido

Na modulação espacial, a informação binária é mapeada combinando-se a designação de símbolo (modulação digital M-ária) e do índice da antena de transmissão. Existem duas formas de se estimar o índice da antena e o símbolo transmitido: a sub-ótima [4] e a ótima, que emprega a técnica de máxima verossimilhança [5].

1) Detecção Sub-Ótima: O vetor recebido y é iterativamente multiplicado pelos respectivos ganhos de percurso do canal, admitido conhecidos na recepção, tendo em vista estimar tanto o símbolo transmitido como o índice da antena de transmissão da seguinte forma [4]:

$$g_j = \frac{\mathbf{h}_j^H \mathbf{y}}{\|\mathbf{h}_j\|_F^2}, \quad \text{para } j = 1:N_t$$
 (2)

$$\mathbf{g} = [g_1 \ g_2 \ \cdots \ g_{N_t}]^T \tag{3}$$

$$\mathbf{g} = [g_1 \ g_2 \ \cdots \ g_{N_t}]^T$$

$$\tilde{\iota} = \arg \max_{j} |\mathbf{g}|, \quad e \quad \tilde{x}_{\iota} = Q(\mathbf{g}_{(j=\tilde{\iota})})$$

$$(3)$$

onde  $\tilde{\iota}$  é o índice estimado da antena,  $\tilde{x}_{\iota}$  é o símbolo estimado e  $Q(\cdot)$  é a função de quantização (slicing) relativa a constelação utilizada. Note-se que os resultados de simulação obtidos em [4] não podem ser reproduzidos utilizando-se as aproximações convencionais descritas acima. Uma maneira de assegurar a estimativa correta do índice da antena de transmissão pelo detector baseado na métrica MRC (maximum

ratio combining) consiste em normalizar os coeficientes de canal antes da transmissão, i.e., fazendo-se  $\|\mathbf{h}_j\|_F^2 = c$  para todos os j, onde c é uma constante [5]. Esta condição pode ser vista substituindo-se (1) (na ausência de ruído) em (2), obtendo  $g_k = rac{{f h}_k^H {f h}_k x_k}{\|{f h}_k\|_F^2}$ . Para se detectar corretamente o índice da antena transmissora, ou seja,  $k=\iota$ , é necessário que  $\frac{\mathbf{h}_k^H \mathbf{h}_\iota}{\|\mathbf{h}_k\|_F^2} < 1$ . Utilizando a desigualdade de Cauchy do lado esquerdo desta equação, e uma vez que  $\left\|\mathbf{h}_{k}^{H}\right\|_{F}=\left\|\mathbf{h}_{k}\right\|_{F}$ , obtém-se:

$$\|\mathbf{h}_{k}^{H}\|_{F} \|\mathbf{h}_{t}\|_{F} \leq \|\mathbf{h}_{k}\|_{F}^{2}$$
 ou  $\|\mathbf{h}_{t}\|_{F} \leq \|\mathbf{h}_{k}\|_{F}$  (5)

Este resultado é uma condição necessária para que o índice da antena transmissora seja estimado corretamente pelo detector baseado na métrica MRC (maximum ratio combining) na ausência de ruído. A estimativa do índice da antena de transmissão é baseada na correlação cruzada entre os diferentes canais de percurso. Portanto, da mesma forma que na técnica de multiplexação espacial, o desempenho do algoritmo de detecção/decodificação SM depende da correlação do canal, ou seja, se os coeficientes instantâneos de canal,  $\mathbf{h}_{\iota}$  e  $\mathbf{h}_{k}$ , nas  $N_r$  antenas de recepção oriundos das antenas de transmissão com índices  $\iota, k \in [1:N_t]$  resultarem muito semelhantes entre si, então a desigualdade em (5) nem sempre será válida, impactando negativamente no desempenho SER/BER do sistema SM.. Por sua vez, a correlação dos coeficientes de canal no esquema SM depende tão somente das características do canal e não do espaçamento entre as antenas de transmissão já que somente uma antena transmite de cada vez, principalmente se o período de ativação das antenas for superior ao tempo de coerência do canal sem fio.

2) Detecção Ótima: Já que a entrada do canal é assumido ser igualmente equiprovável, o detector ótimo [5] pode ser baseado no princípio da máxima verossimilhança conjunta (jointly ML), ou seja, em termos de otimização, encontrar os índices j e q tal que:

$$[\tilde{\iota}_{ML}, \tilde{x}_{\iota ML}] = \arg \max_{j,q} p_{\mathbf{Y}}(\mathbf{y}|\mathbf{x}_{jq}, \mathbf{H})$$
$$= \arg \min_{j,q} (\|\mathbf{g}_{jq}\|_F^2 - 2\text{Re}\{\mathbf{y}^H \mathbf{g}_{jq}\}) \quad (6)$$

sendo  $\mathbf{g}_{jq} = \mathbf{h}_j x_q$ , com  $1 < j < N_t$ , 1 < q < M, e  $p_{\mathbf{Y}}(\mathbf{y}|\mathbf{x}_{jq},\mathbf{H}) = \pi^{-N_r} \exp(-\|\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{x}_{jq}\|_F^2)$  é a função densidade de probabilidade (PDF - *Probability Density Function*) de y, condicionada a  $\mathbf{x}_{jq}$  e H. Com isso, pode-se verificar que a detecção ótima requer uma detecção conjunta do índice da antena e do símbolo. Adicionalmente, para o detector SM ótimo, a condição de normalização de canal antes da transmissão, descrita na seção II-A.1, não se faz necessária.

### III. MODULAÇÃO POR CHAVEAMENTO ESPACIAL (SSK)

Modulação por chaveamento espacial é um esquema de modulação de baixa complexidade baseado nos conceitos de modulação espacial. Esta técnica utiliza somente o índice da antena ativa durante a transmissão na codificação da informação, ao invés do símbolo transmitido em si. Esta ausência de informações nos símbolos simplifica o projeto tanto do transmissor como do receptor, uma vez que os blocos iniciais de modulação necessários para transmissão e detecção por amplitude e fase convencional (APM - amplitude/phase modulation), como por exemplo os blocos necessários à detecção coerente, são eliminados.

# A. Descrição do Esquema SSK

Seja o mesmo sistema MIMO anterior  $(N_t$  e  $N_r$  antenas). Uma sequência aleatória de bits  $\mathbf{b} = [b_1 \ b_2 \ \cdots \ b_k]$  é mapeada a cada grupo de  $m = \log_2(N_t)$  em outro vetor  $\mathbf{x} = [x_1 \ x_2 \ \cdots \ x_{N_t}]^T$ . Este sinal é então transmitido sobre o canal MIMO,  $\mathbf{H} \ N_r \times N_t$ , caracterizado por um canal Rayleigh não seletivo em frequência com amostras i.i.d de acordo com a distribuição  $\mathcal{CN} \ (0,1)$  e sofre o efeito do ruído AWGN  $\mathbf{\eta} = [\eta_1 \ \eta_2 \ \cdots \ \eta_{N_r}]^T$ . O sinal recebido é então dado por  $\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{\eta}$ . O vetor  $\mathbf{\eta}$  é constituído por amostras i.i.d. de acordo com  $\mathcal{CN} \ (0,\sigma^2)$ . No receptor, o detector SSK estima o índice da antena usada durante a transmissão e decodifica os bits de informação originalmente transmitidos, gerando o vetor de bits estimados  $\hat{\mathbf{b}}$ .

I) Transmissão e Detecção: A modulação SSK consiste de grupos de m bits que são mapeados em um símbolo  $x_j$ , que então é transmistido energizando-se a j-ésima antena de transmissão. O símbolo  $x_j$  é admitido sendo  $x_j=1$  para todo j, ou seja, não contém informação. Porém, a posição deste símbolo dentro do vetor  $\mathbf{x}$  contém a informação. De forma análoga à modulação SM, o vetor  $\mathbf{x}_j \triangleq \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}^T$  contém o elemento 1 ocupando a j-ésima posição que indica a antena ativa durante a transmissão enquanto todas as outras permanecem desativadas. Com isso, o sinal recebido quando a j-ésima antena é ativada será dado por

$$\mathbf{y} = \mathbf{h}_j + \boldsymbol{\eta} \tag{7}$$

sendo  $\mathbf{h}_j$  a j-ésima coluna de  $\mathbf{H}$ . Uma vez que a entrada do canal é assumida igualmente equiprovável, o detector ótimo resultante [7] para o esquema SSK, será obtido a partir do princípio da verossimilhança, sendo dado por:

$$\widehat{j} = \arg \max_{j} p_{\mathbf{Y}}(\mathbf{y}|\mathbf{x}_{j}, \mathbf{H}) = \arg \min_{j} \|\mathbf{y} - \mathbf{h}_{j}\|^{2}$$

$$= \arg \max_{j} \operatorname{Re} \left\{ \left(\mathbf{y} - \frac{\mathbf{h}_{j}}{2}\right)^{H} \mathbf{h}_{j} \right\}$$
(8)

sendo  $\widehat{j}$  o índice da antena estimado,  $1 < j < N_t$ , que maximiza a eq. (8) e  $p_{\mathbf{Y}} = (\mathbf{y}|\mathbf{x}_j, \mathbf{H}) = \pi^{-N_r} \exp\left(-\|\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{x}_j\|_F^2\right)$  é a PDF condicional de  $\mathbf{y}$ .

# IV. MODULAÇÃO ESPACIAL GENERALIZADA (GSSK)

A modulação por chaveamento espacial generalizado explora o domínio espacial para modular a informação; no entanto, diferentemente do que ocorre no esquema SM convencional, no esquema GSSK somente os índices das antenas transmissoras contém informação.

# A. Descrição do Esquema GSSK

Seja mesmo sistema MIMO com  $N_t$  e  $N_r$  antenas. Grupos de m bits de uma sequência aleatória de informação binária independente  $\mathbf{b} = \begin{bmatrix} b_1 & b_2 & \cdots & b_k \end{bmatrix}$  são mapeados em um vetor  $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & \cdots & x_{N_t} \end{bmatrix}^T$  que é constituído por pontos da constelação GSSK. Neste esquema, somente  $n_t$  antenas são ativadas durante a transmissão, o que implica que somente  $n_t$ 

elementos de  ${\bf x}$  serão diferentes de zero. Este sinal é então transmitido sobre o canal MIMO, caracterizado pela matriz de canal  ${\bf H}$ , dimensão  $N_r \times N_t$ , admitido não seletivo em frequência, com distribuição estatística de Rayleigh para as amplitudes e amostras i.i.d, de acordo com  ${\cal CN}\left(0,1\right)$ . O sinal recebido ainda está sujeito ao efeito aditivo do ruído AWGN, caracterizado pelo vetor  ${\boldsymbol \eta} = \left[\eta_1 \ \eta_2 \ \cdots \ \eta_{N_r}\right]^T$ , resultando:

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{x} + \boldsymbol{\eta} \tag{9}$$

sendo  $\eta$  constituída por amostras i.i.d. de acordo com  $\mathcal{CN}\left(0,\sigma^2\right)$  e com potência total proporcional ao número de antenas ativas, ou seja,  $\eta\sqrt{n_t}$ .

No receptor, o demodulador GSSK estima os índices das antenas usadas na transmissão e então decodifica o símbolo no vetor estimado de informação b.

I) Transmissão GSSK: O ponto fundamental do esquema GSSK está no fato de que a informação transmitida está contida apenas nos índices das antenas de transmissão. Um sistema GSSK usando  $n_t$  antenas ativas na transmissão de um total de  $N_t$  antenas no transmissor, é possível formar uma constelação com  $M' = \binom{N_t}{n_t}$  pontos. Dentre este total de pontos, será escolhida uma combinação de pontos múltipla de dois. Por exemplo, se  $n_t = 2$  e  $N_t = 7$ , obtém-se um total de M' = 21 combinações. Com isso, a constelação a ser utilizada será obtida a partir de  $M = 2^{\left \lfloor \log_2 M' \right \rfloor}$ , resultando, neste exemplo, em M = 16 pontos.

Observa-se que o conjunto de combinações de antenas  $\chi$  pode ser escolhido aleatoriamente dentre as  $M^{'}$  possíveis combinações. No entanto, como será visto na seção IV-B, é possível obter uma seleção ótima de antenas no sentido de minimizar a taxa de erro da informação detectada.

Após o conjunto  $\chi$  ser escolhido, grupos de  $m=\log_2 M$  bits são mapeados em um vetor  $\mathbf{x_j}$ , em que  $\mathbf{j} \in \chi$  representa o vetor de índices das antenas para um dado padrão de m. O vetor  $\mathbf{x_j} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 & 1 & \cdots & 1 \end{bmatrix}^T$  possui  $n_t$  elementos diferentes de zero e especifica as antenas ativas e inativas. Com isto, a forma de onda no receptor é dada por:

$$\mathbf{y} = \mathbf{h}_{\mathbf{j},\text{eff}} + \boldsymbol{\eta} \tag{10}$$

sendo  $\mathbf{h}_{\mathbf{j},\mathrm{eff}} = \mathbf{h}_{\mathbf{j}(1)} + \cdots + \mathbf{h}_{\mathbf{j}(n_t)} \mathrm{com} \ \mathbf{j}(\cdot) \in \{1, 2, \cdots, N_t\}$  indicando o índice da coluna da matriz de canal  $\mathbf{H}$ .

2) Detecção GSSK: A função principal do detector é estimar os índices das antenas utilizadas na transmissão dos dados. Uma vez que as entradas do canal são assumidas equiprováveis, o detector ótimo resultante [9], é obtido a partir do princípio de verossimilhança:

$$\widehat{\mathbf{k}} = \arg \max_{\mathbf{j}} p_{\mathbf{Y}}(\mathbf{y}|\mathbf{x}_{\mathbf{j}}, \mathbf{H}) = \arg \min_{\mathbf{j}} \|\mathbf{y} - \mathbf{h}_{\mathbf{j},\text{eff}}\|^{2}$$

$$= \arg \max_{\mathbf{j}} \operatorname{Re} \left\{ \left( \mathbf{y} - \frac{\mathbf{h}_{\mathbf{j},\text{eff}}}{2} \right)^{H} \mathbf{h}_{\mathbf{j},\text{eff}} \right\} \tag{11}$$

em que  $\hat{\mathbf{k}} \in \chi$  representa o vetor dos índices estimados para as antenas que maximizam a eq. (11) e  $p_{\mathbf{Y}}(\mathbf{y}|\mathbf{x_j},\mathbf{H})$  é a PDF condicional de  $\mathbf{y}$ , dada por:

$$p_{\mathbf{Y}}(\mathbf{y}|\mathbf{x}_{\mathbf{j}}, \mathbf{H}) = \frac{1}{\pi^{N_r}} \exp\left(-\|\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{x}_{\mathbf{j}}\|_F^2\right)$$
(12)

A métrica de decisão do esquema GSSK basea-se em um problema de maximização sobre todas as M colunas efetivas

da matriz de canal H. Portanto, a detecção GSSK depende somente das características do canal.

#### B. Constelação Ótima

A escolha da constelação ótima ( $\chi$ ) para o esquema GSSK é feita em termos da minimização da taxa de erro de bit. Em [9] foi mostrado que a seleção ótima de antenas apresenta uma grande complexidade, pois para cada  $N_t$  escolhido existirão  $N_t-1$  possíveis valores para  $n_t$ . Também foi demonstrado [9] que o problema de designação do conjunto ótimo de antenas pode se interpretado como uma escolha de combinações de antenas que são diferentes uma das outras o máximo possível. Para simplificar o problema de otimização relativo ao conjunto de antenas, neste trabalho assumiu-se que os seguintes parâmetros de projeto GSSK sejam conhecidos *a priori*:  $N_t$ ,  $n_t$ , bem como o número de bits transmitidos, m. Com isso, o problema de otimização simplifica-se:

$$\hat{\chi} = \arg\max_{\chi} \sum_{\mathbf{i}} \sum_{\mathbf{j}} d(\mathbf{i}, \mathbf{j})$$
 (13)

sendo  $\hat{\chi}$  a constelação ótima,  $d(\mathbf{i},\mathbf{j})$  o número de colunas distintas na matriz de canal  $\mathbf{H}$  resultante entre  $\mathbf{h}_{\mathbf{i},\text{eff}}$  e  $\mathbf{h}_{\mathbf{j},\text{eff}}$  da constelação  $\chi$  com índices  $\mathbf{i},\mathbf{j} \subset \{1,2,\ldots,N_t\}$ . Portanto, dado um valor para  $n_t$  e  $N_t$ , deve-se escolher o conjunto de antenas completo tal que  $d(\mathbf{i},\mathbf{j})$  seja maximizado. Este problema de maximização pode ser interpretado como sendo o conjunto de antenas ativas cujos índices sejam os mais diferentes possíveis entre si. Nota-se pelo critério descrito em eq. (13) que pode haver mais de um conjunto que maximize o desempenho do esquema GSSK.

# V. ANÁLISE DE COMPLEXIDADE

Esta seção traz uma análise comparada de complexidade para os esquemas de modulação espacial recentemente propostos na literatura (SM e SSK) e o esquema V-BLAST (*Vertical*-BLAST) [10]. A análise da complexidade computacional formulada neste trabalho é similar à análise realizada em [4] e [11], em que somente multiplicações e adições de números complexos foram consideradas.

# A. Complexidade Computacional: Esquema SM

O esquema SM sub-ótimo proposto por Mesleh [4] detecta o índice da antena de transmissão é pelas eq. (2) e (4). Em [4] foi mostrado que o numerador da eq. (2) resulta em  $(2N_r-1)$  operações complexas. Somando-se a contribuição do denominador e do cálculo do valor absoluto na eq. (4) obtém-se que a estimativa do índice da antena de transmissão requer  $\delta_{\rm ANT}=3N_rN_t$  operações complexas.

A complexidade da detecção do símbolo é obtida por meio de análise de operações complexas do quantizador (slicer). Cada limiar de comparação do quantizador é considerada como uma operação complexa. Dada a modulação M-QAM, em que  $m = \log_2(M)$  é o número de bits/símbolo, a análise será dividida pela disposição da constelação no diagrama de pontos: quadrada (m par) e retangular (m ímpar). O quantizador para m par requer  $2^{\left(\frac{2+m}{2}\right)}-2$  operações complexas. Para m ímpar são necessárias  $3.2^{\left(\frac{m-1}{2}\right)}-2$  operações complexas.

Com isso, tem-se que a complexidade computacional total do detector SM sub-ótimo é dada por:

$$\delta_{\text{SM-SUB}} = \begin{cases} 3N_r N_t + 2^{\left(\frac{2+m}{2}\right)} - 2, \text{ para } m \text{ par} \\ 3N_r N_t + 3.2^{\left(\frac{m-1}{2}\right)} - 2, \text{ para } m \text{ impar} \end{cases}$$
(14)

Por sua vez, a complexidade do detector SM ótimo (SMOD) será obtida pela análise da métrica de detecção ML dada pela eq. (6). O primeiro termo é simplificado como  $\|\mathbf{h}_j x_q\|_F^2 = \|\mathbf{h}_j\|_F^2 |x_q|^2$ , assim como em [5]. Deste modo, a complexidade obtida para o primeiro termo é dada por  $N_r N_t + M$ . A complexidade do segundo termo na na eq. (6) apresenta  $2N_r N_t + N_t M - N_t$  operações complexas [11]. Somando-se as complexidades dos dois termos, obtém-se a complexidade total para o detector ótimo:

$$\delta_{\text{SM-OD}} = 3N_r N_t + N_t M - N_t + M \tag{15}$$

# B. Complexidade para o Esquema SSK

A complexidade para o problema de detecção ótima SSK será feita pela análise do termo dominante  $(\mathbf{y}-\frac{\mathbf{h}_j}{2})^H\mathbf{h}_j$  da eq. (8). A primeira soma de matrizes realizado para as  $N_t$  antenas transmissoras produz  $N_rN_t$  operações complexas e a multiplicação apresenta  $N_t(2N_r-1)$  operações complexas para  $j\in[1:N_t]$ . Portanto, a complexidade para o detector ótimo SSK é dada por:

$$\delta_{\rm SSK} = 3N_r N_t - N_t \tag{16}$$

# C. Complexidade Computacional: V-BLAST

Similarmente à complexidade SM, a complexidade computacional do receptor V-BLAST de erro quadrático médio mínimo (MMSE - *Minimum Mean Squared Error*) foi obtido a partir de [12] para referência. O total de operações complexas no receptor é dado por:

$$\delta_{\text{V-BLAST}} = \sum_{j=1}^{N_t} \left( 6j^3 + 2N_r j^2 - j^2 \right)$$
 (17)

A Fig. 1 coloca em perspectiva as complexidades dos esquemas SM, SM-OD, SSK e V-BLAST quando são incrementados o número de antenas transmissoras e receptoras (BPSK e  $N_r, N_t \in [1:32]$ ). Neste gráfico, percebe-se que a ordem da complexidade V-BLAST é muito maior quando comparada com qualquer um dos esquemas de modulação espacial apresentados. Já o esquema SSK possui a menor complexidade computacional. Evidencia-se também a proximidade existente entre a complexidade do detector ótimo e sub-ótimo para o esquema de modulação espacial (SM). Desta forma, a métrica desempenho  $\times$  complexidade será decidida pelo desempenho do sistema em termos de taxa de erro, a ser discutido na seção subsequente.

# VI. RESULTADOS NUMÉRICOS E CONCLUSÕES

Os esquemas foram simulados empregando-se o método Monte Carlo, considerando-se canal Rayleigh plano, ruído AWGN e quatro antenas receptoras. Todas as configurações de sistema foram feitas de tal forma a resultar em um taxa de dados de 3bits/instante de Tx. Na Fig. 2 são apresentados resultados de desempenho ilustrativos para os esquemas de modulação espacial com quatro antenas transmissoras e constelação BPSK. Já para o sistema SSK foram utilizadas oito

antenas transmissoras. No sistema GSSK foram utilizadas três diferentes configurações no transmissor:  $(N_t=5,n_t=2)$ ,  $(N_t=7,n_t=2)$  e  $(N_t=8,n_t=1)$ . O diagrama da constelação espacial GSSK foi obtido a partir da eq. (13). O desempenho para o sistema V-BLAST com  $N_t=3$ , modulação BPSK e receptor MMSE com cancelamento de interferência sucessiva ordenada (OSIC - Ordered Successive Interference Cancellation) foi incluído para referência [5].

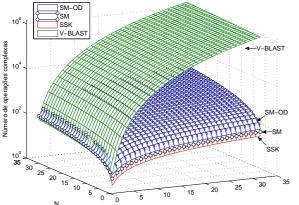


Fig. 1. Complexidade em termos de operações complexas para SM, SM-OD, SSK e V-BLAST variando  $N_r$  e  $N_t(M=2)$ 

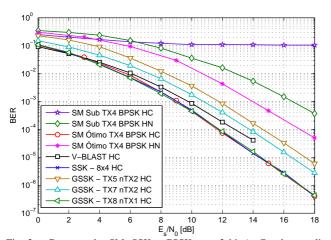


Fig. 2. Desempenho SM, SSK e GSSK para 3 bits/s. Canal normalizado (HN) e canal convencional (HC). Desempenho V-BLAST obtido de [5].

Observa-se que o desempenho do detector SM convencional sub-ótimo é muito degradado. No outro extremo, o detector SM convencional ótimo apresenta um desempenho comparável a outras topologias já consolidadas na literatura, como por exemplo V-BLAST. O ganho da modulação espacial com detecção ótima e canal convencional é de  $\approx 1 dB$  sobre o esquema V-BLAST à taxa de erro de bit de BER =  $10^{-4}$ . Adicionalmente, o desempenho do detector SM sub-ótimo é melhorado com a introdução da normalização do canal (seção II-A.1). Observe-se uma substancial melhoria em desempenho (> 6dB) para o esquema SM com detecção sub-ótima e canal normalizado. No entanto, a normalização do canal degrada o desempenho do detector ótimo em  $\approx 5 dB$  nas regiões de médio e alto SNR. Desta maneira, o detector ótimo com canal convencional (sem normalização dos coeficientes antes da transmissão), torna-se a melhor escolha para o sistema SM.

Sob mesma taxa de dados, observa-se que os desempenhos para SSK e GSSK com  $N_t=8\ {\rm e}\ n_t=1\ {\rm são}$  praticamente

idênticos ao obtido com detector SM ótimo, porém com complexidades computacionais relativamente menores. Esta baixa complexidade é atribuída ao fato dos símbolos nas topologias SSK e GSSK não carregarem informação, diferentemente do que é feito na modulação espacial e na modulação APM. Esta característica possibilita o uso de detectores não coerentes no receptor. Nota-se que SSK é um subgrupo do esquema GSSK. Nota-se também que o ganho de desempenho do esquema GSSK em relação ao esquema V-BLAST é de  $\approx 1 \mathrm{dB}$  para uma taxa de erro de bit de  $10^{-4}$ . A ordem de diversidade dos esquemas SSK e GSSK é igual a quatro, obtida pela inclinação assintótica ( $SNR \rightarrow \infty$ ) ou por  $N_r$ . Com isso, nota-se que apesar do sistema GSSK ativar mais de uma antena transmissora a cada instante, este sistema não obtém ganho de diversidade na transmissão. Finalmente, o desempenho GSSK é degradado com a diminuição do número de antenas transmissoras  $N_t$ .

Em conclusão, este trabalho apresentou uma análise comparada acerca da tecnologia de transmissão denominada modulação espacial e suas variações SSK e GSSK. Figuras de desempenho obtidas realçam o ganho de desempenho e de complexidade da técnica SM, que combina modulação espacial e de sinais, sobre o esquema clássico V-BLAST. A modulação GSSK também apresenta os mesmos ganhos obtidos por SSK, porém com maior flexibilidade no projeto devido à possível combinação que pode ser feita com as antenas. Tais resultados revelam que técnica SM é promissora para implementações de baixa complexidade em canais MIMO.

# REFERÊNCIAS

- S. Alamouti, "A simple transmit diversity technique for wireless communications," *IEEE J. Sel. Areas Commun.*, vol. 16, no. 8, pp. 1451–1458, October 1998.
- [2] G. Raleigh and J. Cioffi, "Spatio-temporal coding for wireless communication," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 46, no. 3, pp. 357–366, Mar. 1008
- [3] G. J. Foschini, "Layered space-time architecture for wireless communication in a fading environment when using multiple antennas," *Bell Labs Technical Journal*, vol. 1, no. 2, pp. 41–59, Autumm 1996.
- [4] R. Mesleh, H. Haas, C. W. Ahn, and S. Yun, "Spatial modulation a new low complexity spectral efficiency enhancing technique," in *ChinaCom'06 Commun. & Networking in China*, 2006, pp. 1–5.
- ChinaCom'06 Commun. & Networking in China, 2006, pp. 1–5.
  [5] J. Jeganathan, A. Ghrayeb, and L. Szczecinski, "Spatial modulation: optimal detection and performance analysis," *IEEE Commun. Lett.*, vol. 12, no. 8, pp. 545–547, 2008.
- [6] A. Younis, M. Di Renzo, R. Mesleh, and H. Haas, "Sphere decoding for spatial modulation," in *ICC'11 - IEEE Intern. Confer. on Commun.*, Kyoto, Japan, June 2011, pp. 1–6.
- [7] J. Jeganathan, A. Ghrayeb, L. Szczecinski, and A. Ceron, "Space shift keying modulation for mimo channels," *IEEE Trans. Wireless Commun.*, vol. 8, no. 7, pp. 3692–3703, 2009.
- [8] R. Mesleh, "Spatial modulation," *IEEE Trans. Veh. Commun.*, vol. 57, no. 4, pp. 2228–2241, July 2008.
- [9] J. Jeganathan, A. Ghrayeb, and L. Szczecinski, "Generalized space shift keying modulation for mimo channels," in *PIMRC'08 - IEEE 19th Intern. Symp. Personal, Indoor and Mobile Radio Commun.*, France, 2008, pp. 1–5.
- [10] P. Wolniansky, G. Foschini, G. Golden, and R. Valenzuela, "V-blast: an architecture for realizing very high data rates over the rich-scattering wireless channel," in ISSSE 98 URSI International Symposium on Signals, Systems, and Electronics, Italy, Sep. Oct. 1998, pp. 295 -300.
- [11] N. Naidoo, H. Xu, and T. Quazi, "Spatial modulation: Optimal detector asymptotic performance and multiple-stage detection," *IET Commun.*, vol. 5, pp. 1368–1376, July 2011.
- [12] R. Mesleh, "Spatial modulation: a spatial multiplexing technique for efficient wireless data transmission," Ph.D. dissertation, Jacobs University, Bremen, Germany, June 2007.