

Estimação Ótima de Velocidade em Radar ArcSAR com Alvo Distribuído

Tarcísio A. P. Soares, Gustavo Fraidenraich, José Cândido S. Santos Filho, Marco Antonio Miguel Miranda e Michel Daoud Yacoub.

Resumo—Este trabalho apresenta um detector de máxima verossimilhança para estimação de velocidade de alvos distribuídos em radares com geometria circular, denominado aqui ArcSAR. Entre todos os detectores conhecidos na literatura, este detector apresenta o menor erro de estimação. A sua eficácia é comprovada por meio de simulações.

Palavras-Chave—ArcSAR, radar, velocidade, estimação.

Abstract—This paper presents a maximum likelihood detector to distributed targets in radars with circular geometry denominated ArcSAR. This detector presents the lowest estimation error among all the methods known in the literature. Its efficiency was proven by means of simulation.

Keywords—ArcSAR, radar, velocity, estimation.

I. INTRODUÇÃO

Os radares foram inicialmente criados com fins militares para detectar alvos como aviões, navios e transportes terrestres. Porém com o avanço da tecnologia na área de rádio frequência e processamento de sinais, os radares ganharam novas aplicações como, por exemplo, o mapeamento terrestre, localização de queimadas e aplicações meteorológicas na detecção de nuvens, chuvas, tornados, dentre outros.

Os primeiros radares determinavam a distância de um alvo utilizando apenas a informação de atraso temporal do sinal enviado com antenas diretivas. Pouco tempo depois, o efeito Doppler começou a ser usado para medir a velocidade dos alvos móveis. Foi descoberto que o deslocamento em frequência do sinal recebido causado pelo efeito Doppler poderia ser utilizado para obter um aumento na resolução. Com este último conceito foi visto que é possível criar uma imagem dos alvos em duas dimensões utilizando o radar. O método foi nomeado como radar de abertura sintética (SAR - *Synthetic Aperture Radar*), se referindo ao efeito de um arranjo de antenas com um número muito grande de elementos [1].

O radar SAR é utilizado tanto em aviões quanto em satélites e é capaz de produzir imagens com alta resolução após o processamento dos dados recebidos.

Analogamente ao radar SAR, existe o radar ArcSAR, que é um sistema que utiliza o mesmo conceito de radar SAR linear, porém em uma geometria circular. Ele consiste de uma antena que gira em torno de um eixo central fixo [2] [3] [4] [5]. Seu funcionamento será detalhado no seção II. O principal objetivo

da utilização do ArcSAR neste trabalho é uma nova aplicação deste radar na área de meteorologia, mais especificamente na detecção de nuvens.

Para o correto funcionamento desse radar na detecção da nuvem, é necessário estimar a velocidade desta a partir do sinal refletido. Pela forma de operação do ArcSAR, a velocidade é necessária para determinar a posição da nuvem. Desta forma, a precisão na detecção da velocidade é fundamental para as aplicações meteorológicas.

A contribuição deste trabalho é o desenvolvimento de um detector baseado na máxima verossimilhança (ML - *maximum likelihood*) para estimação da velocidade de um alvo distribuído em sistemas ArcSAR.

Este artigo usará os símbolos: $\det(\cdot)$ para determinante, $(\cdot)^{-1}$ para matriz inversa, $(\cdot)^T$ para matriz transposta, $Cov[\cdot]$ para covariância, $tr[\cdot]$ para o traço da matriz, $\mathbf{E}[\cdot]$ para o operador média, $\arg \min_{x \in X} f(x)$ para o valor x pertencente ao conjunto X que minimiza a função $f(x)$.

A seção II explica o funcionamento do ArcSAR e apresenta a formulação matemática do sinal neste sistema. A seção III faz uma revisão de três métodos para estimação de velocidade: método da Força Bruta, método da Energia e método de Madsen. No final desta seção há o desenvolvimento analítico do método proposto baseado no detector ML. A seção IV mostra os resultados das simulações feitas comprovando a eficácia do método proposto. Por último, a seção V mostra as conclusões finais do trabalho.

II. ARCSAR

O radar ArcSAR é acoplado a uma estrutura fixa na Terra que gira em torno de um eixo. Durante a rotação, o radar transmite pulsos em intervalos regulares de tempo que corresponde a uma determinada frequência (PRF - *Pulse Repetition Frequency*) e recebe os ecos refletidos pelos alvos de interesse. Os ecos recebidos são processados de forma a obter a melhor resolução possível de acordo com a velocidade angular da antena.

A Fig. 1 ilustra o radar ArcSAR com a antena girando em torno de um eixo. É considerado que a antena de transmissão é a mesma utilizada na recepção. A distância d representa a distância do centro do radar ao centro do alvo, r é o raio de rotação da antena utilizada, R_1 é a distância da antena ao alvo em t_0 em que o pulso é transmitido, R_2 é a distância da antena ao alvo em t_1 em que o pulso é recebido, θ é o ângulo da antena com relação ao centro de coordenadas. O sinal transmitido é um pulso linearmente modulado em frequência

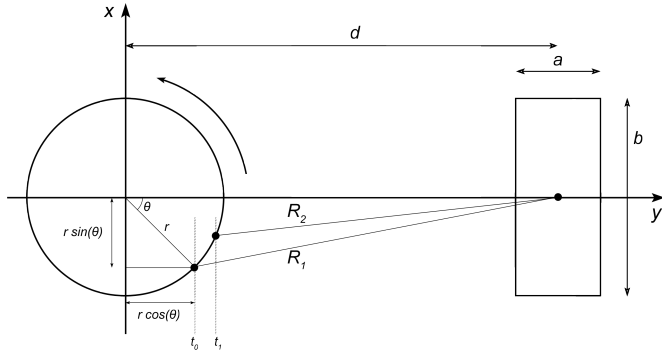


Fig. 1. Esquema de funcionamento do radar ArcSAR na detecção de um alvo distribuído

de largura de banda Δf , que após a aplicação da compressão de pulso (filtro casado) proporciona uma resolução espacial na direção radial equivalente a $a = c/(2\Delta f)$ [1] e $b = d\theta_{sint}$ é a resolução na direção azimutal resultante da técnica de abertura sintética, estas são as dimensões do alvo distribuído e θ_{sint} é a abertura sintética correspondente a uma célula de resolução.

O sinal enviado em t_0 é uma onda eletromagnética e devido à propagação desta onda, há um deslocamento de fase proporcional a $2\pi/\lambda$ [6], onde λ é o comprimento de onda. O alvo reflete esta onda e a antena recebe o sinal em t_1 com uma distância R_2 . O sinal recebido é então definidor por:

$$s(t) = e^{j\frac{2\pi}{\lambda}(R_1+R_2)} \quad (1)$$

Como $t_0 \approx t_1$, pode-se assumir que $R_2 \approx R_1$. Desta forma:

$$s(t) = e^{j\frac{4\pi}{\lambda}R_1} \quad (2)$$

A distância R_1 pode ser calculada geometricamente como:

$$R_1 = \sqrt{(d - r \cos \theta)^2 + (r \sin \theta)^2} \quad (3)$$

Para um alvo distribuído com geometria retangular de dimensões $a \times b$, é definido que cada partícula do alvo estará em uma posição (x_i, y_i) . Define-se que estes alvos tem posição espacial uniformemente distribuídas nesse retângulo, portanto $x_i \sim U(d\theta_{sint})$ e $y_i \sim U(c/(2\Delta f))$ [7]. Além disso, o alvo distribuído possui velocidade v , que altera a localização em função do tempo t . Fazendo ainda $\theta = \omega t$, a distância R_i pode ser descrita como:

$$R_i = \sqrt{(y_i + d + vt - r \cos(\omega t))^2 + (r \sin(\omega t) - x_i)^2} \quad (4)$$

Com o cálculo de R_i é possível descrever matematicamente o sinal recebido como um somatório de N partículas:

$$s(t) = \sum_{i=1}^N A_i e^{j\phi_i} e^{j\frac{4\pi}{\lambda} \sqrt{(y_i + d + vt - r \cos(\omega t))^2 + (r \sin(\omega t) - x_i)^2}} \quad (5)$$

onde A_i é uma variável aleatória com distribuição Rayleigh que representa a alteração em amplitude e fase introduzida por cada partícula e ϕ_i uma variável aleatória uniforme no intervalo $[0, 2\pi]$.

III. FORMULAÇÃO MATEMÁTICA DOS MÉTODOS

Alguns autores referem-se ao problema de estimação de velocidade como estimação do centro de Doppler ou frequência Doppler, pois há uma relação entre a frequência Doppler e a velocidade. Essa relação é dada por [1] :

$$f = \frac{-2V_{rel}}{\lambda} \quad (6)$$

onde λ é o comprimento de onda do sinal e V_{rel} é a velocidade relativa do alvo com relação à fonte emissora.

A seguir serão descritos três métodos diferentes de estimação da velocidade e em seguida o método proposto será formulado.

A. Método da Força Bruta

Este método utiliza a comparação do sinal recebido com todos os possíveis sinais que poderiam chegar ao receptor, ou seja, o método simula um sinal de referência para cada velocidade diferente, gerando um conjunto de sinais que varre toda a faixa de possíveis velocidades do alvo. Esse conjunto de sinais é calculado numericamente a partir da formulação teórica descrita na Equação (5).

Após gerar todos os sinais, é calculada a correlação cruzada entre cada sinal de referência e o sinal recebido. O sinal de referência que apresenta a máxima correlação cruzada com o sinal recebido é escolhido como o mais provável.

É um método eficaz na detecção, porém exige um alto custo computacional pois é necessário fazer a correlação cruzada do sinal recebido com todos os possíveis sinais de referência. Quanto maior a precisão desejada, maior é o tamanho do conjunto de sinais de referência e maior o custo computacional.

B. Método da Energia

Este método estima a velocidade utilizando a frequência central do espectro de potência Doppler do sinal recebido. É conhecido como método *spectral fit* [1]. A frequência central é estimada assumindo que o espectro esperado é simétrico, o que nem sempre é verdade para o caso de alvos distribuídos.

Assumindo que o espectro de potência é simétrico em torno do centro, uma forma simples de determinar a velocidade é pelo balanceamento de potência, ou seja, encontrar o ponto do eixo da frequência que divide o espectro em duas partes iguais, considerando a propriedade circular do espectro. O balanceamento de potência é feito utilizando a convolução circular do espectro médio recebido com o seguinte filtro:

$$F_{pb}(f_n) = \begin{cases} +1 & \text{se } 0 \leq f_n \leq F_a/2 \\ -1 & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (7)$$

onde F_a é a PRF.

Ao convoluir o espectro médio com este filtro, o centro do espectro é determinado.

C. Método de Madsen

O método proposto por Madsen utiliza a fase do sinal complexo recebido para estimar a frequência Doppler, ou a velocidade. Também é conhecido como método de incremento de fase, pois o estimador utiliza a diferença de fase de amostra por amostra [8]. A equação para o cálculo do centróide Doppler é dada por:

$$f' = \frac{\Delta\gamma}{2\pi} F_a \quad (8)$$

onde $\Delta\gamma$ é a diferença de fase de $s(t)$ em dois instantes de tempo distintos e F_a é a PRF.

Este método é relativamente simples de ser implementado, porém sua estimação para alvos distribuídos não é muito precisa.

D. Método Proposto

O método proposto baseia-se na função de máxima verossimilhança [9] para estimar a velocidade do alvo. Partindo-se do sinal recebido $s(t)$, devido ao teorema do limite central pode-se considerar que $s(t) \sim CN(0, \sigma^2)$. Portanto a distribuição conjunta de $s(t)$ é dada por:

$$f_s(\mathbf{s}|v) = \frac{1}{\sqrt{2\pi \det(\Sigma)}} e^{-\frac{1}{2}\mathbf{s}\Sigma^{-1}\mathbf{s}^T} \quad (9)$$

onde Σ é a matriz de covariância e \mathbf{s} é o vetor sinal recebido. A matriz Σ é dada por:

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \cdots & \sigma_{1N} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \cdots & \sigma_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{N1} & \sigma_{N2} & \cdots & \sigma_{NN} \end{bmatrix} \quad (10)$$

Cada elemento σ_{mw} da matriz é dado por:

$$\sigma_{mw} = Cov[s(t_m), s(t_w)] \quad (11)$$

para $m = 1, 2, \dots, N$ e $w = 1, 2, \dots, N$.

O detector ML consiste em encontrar o estimador \hat{v} que maximiza esta função:

$$\max_v f_s(\mathbf{s}|v) \quad (12)$$

É mais conveniente trabalhar com a função ML logarítmica, pois tem-se a soma dos termos ao invés da multiplicação. Maximizar a função ML logarítmica é equivalente a maximizar a função ML já que $\ln(s)$ é uma função crescente com s . Portanto define-se a função ML logarítmica como:

$$L(\mathbf{s}|v) = \ln(f_s(\mathbf{s}|v)) \quad (13)$$

$$L(\mathbf{s}|v) = -\frac{1}{2} \ln(2\pi \det(\Sigma)) - \frac{1}{2} \mathbf{s}\Sigma^{-1}\mathbf{s}^T \quad (14)$$

O estimador ML é obtido encontrando o valor \hat{v} ao derivar esta função em relação à velocidade e igualar a zero:

$$\frac{\partial}{\partial v} L(\mathbf{s}|v) = 0 \quad (15)$$

Uma forma alternativa da derivada da função ML pode ser feita por meio do cálculo matricial. A Função ML logarítmica pode ser reescrita da seguinte forma:

$$L(\mu, \Sigma) = -\frac{1}{2} \ln(2\pi \det(\Sigma)) - \frac{1}{2} tr \left[\Sigma^{-1} \sum_{i=1}^N (s_i - \mu)(s_i - \mu)^T \right] \quad (16)$$

Calculando-se o diferencial desta função:

$$dL(\mu, \Sigma) = -\frac{1}{2} tr[\Sigma^{-1}(d\Sigma)] - \frac{1}{2} tr \left[-\Sigma^{-1}(d\Sigma)\Sigma^{-1} \sum_{i=1}^N (s_i - \mu)(s_i - \mu)^T \right] - \frac{1}{2} tr \left[-2\Sigma^{-1} \sum_{i=1}^N (s_i - \mu)(d\mu)^T \right] \quad (17)$$

A condição $dL(\mu, \Sigma) = 0$ é satisfeita quando os termos que multiplicam $(d\mu)$ e $(d\Sigma)$ são identicamente zero. Assume-se que Σ é não singular. Primeiro, ao analisar os termos que multiplicam $(d\mu)$, tem-se:

$$\sum_{i=1}^N (s_i - \mu) = 0 \quad (18)$$

o que leva ao estimador da média:

$$\hat{\mu} = \bar{S} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N s_i \quad (19)$$

Desta forma, é possível fazer a simplificação matemática $\sum_{i=1}^N (s_i - \mu)(s_i - \mu)^T = \sum_{i=1}^N (s_i - \bar{s})(s_i - \bar{s})^T = Q$. Agora é preciso analisar os termos envolvendo $(d\Sigma)$, que podem ser combinados da seguinte forma:

$$-\frac{1}{2} tr [\Sigma^{-1}(d\Sigma)(I - \Sigma^{-1}Q)] \quad (20)$$

onde I é a matriz identidade.

A condição em que $dL(\mu, \Sigma) = 0$ será mantida se o termo $(I - \Sigma^{-1}Q)$, da expressão em (20), for nulo. Isto ocorre quando:

$$\hat{\Sigma} = Q \quad (21)$$

Portanto está comprovado que a velocidade que maximiza a função de máxima verossimilhança em (9) ocorre no mesmo ponto em que a igualdade em (21) é satisfeita. Agora é necessário calcular a matriz de covariância teórica Σ que será usada para o estimador ML.

Como a média de $s(t)$ é nula, σ_{mw} dado pela covariância em (11) se resumirá a:

$$\sigma_{mw} = \mathbf{E}[s(t_m)s(t_w)] \quad (22)$$

Substituindo $s(t)$ pelo sinal em (5), tem-se:

$$\sigma_{mw} = E \left[\sum_{i=1}^N A_i e^{j\phi_i} e^{j\frac{4\pi}{\lambda}\beta_{im}} \sum_{k=1}^N A_k e^{-j\phi_k} e^{-j\frac{4\pi}{\lambda}\beta_{kw}} \right] \quad (23)$$

onde o parâmetro β_{im} pode ser encontrado de acordo com o radar utilizado e o tipo de alvo a ser analisado. Para o caso específico da utilização do radar ArcSAR e alvo distribuído com velocidade, este parâmetro, como determinado anteriormente, será:

$$\beta_{im} = \sqrt{(y_i + d + vt_m - r \cos(\omega t_m))^2 + (r \sin(\omega t_m) - x_i)^2} \quad (24)$$

Portanto:

$$\sigma_{mw} = \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^N \mathbf{E}[A_i e^{j\phi_i} e^{j\frac{4\pi}{\lambda}\beta_{im}} A_k e^{-j\phi_k} e^{-j\frac{4\pi}{\lambda}\beta_{kw}}] \quad (25)$$

Considerando as relações de dependências e independências das variáveis aleatórias, pode-se escrever:

$$\sigma_{mw} = \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^N \mathbf{E}[A_i e^{j\phi_i} A_k e^{-j\phi_k}] \mathbf{E}[e^{j\frac{4\pi}{\lambda}\beta_{im}} e^{-j\frac{4\pi}{\lambda}\beta_{kw}}] \quad (26)$$

Se $i \neq k$:

$$\mathbf{E}[A_i e^{j\phi_i} A_k e^{-j\phi_k}] = 0 \quad (27)$$

E se $i = k$:

$$\mathbf{E}[A_i e^{j\phi_i} A_k e^{-j\phi_k}] = \sum_{i=1}^N \mathbf{E}[A_i^2] = \sum_{i=1}^N 2\sigma^2 = 2N\sigma^2 \quad (28)$$

Portanto a média será nula para $i \neq k$ e não nula para $i = k$. Como y é uma variável aleatória uniforme entre $-a/2$ e $a/2$ e x uma variável aleatória uniforme entre $-b/2$ e $b/2$, é possível encontrar uma expressão em função da integral dupla para os intervalos citados:

$$\mathbf{E}[e^{j\frac{4\pi}{\lambda}\beta_{im}} e^{-j\frac{4\pi}{\lambda}\beta_{kw}}] = \frac{1}{ab} \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} e^{j\frac{4\pi}{\lambda}\beta_{im}} e^{-j\frac{4\pi}{\lambda}\beta_{kw}} dx_i dy_i \quad (29)$$

Ao juntar as duas médias, encontra-se uma expressão para determinar os valores de cada elemento $\sigma_{m,w}$ da matriz Σ :

$$\sigma_{mw} = \frac{2N\sigma^2}{ab} \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} e^{j\frac{4\pi}{\lambda}\beta_{im}} e^{-j\frac{4\pi}{\lambda}\beta_{iw}} dx_i dy_i \quad (30)$$

Cada elemento da matriz de covariância é dado pela integral dupla em (30). Apesar de não haver uma solução fechada para a integral, é possível fazer o cálculo para valores numéricos e, assim, preencher todos os elementos da matriz. Essa matriz é calculada para todas as possíveis velocidades que o alvo pode ter. Desta forma, é obtido um conjunto de matrizes para diferentes velocidades que pode ser representado por uma matriz tridimensional, onde cada dimensão corresponde a uma matriz de covariância para uma determinada velocidade.

O próximo passo é determinar a matriz do sinal recebido, que é dada pela multiplicação do vetor sinal recebido pelo seu vetor transposto. Esta matriz é comparada com todas as diferentes matrizes de covariância. A dimensão da matriz de covariância mais próxima da matriz do sinal recebido é escolhida como a velocidade estimada do alvo. Sendo assim a escolha da velocidade é dada por:

$$\hat{v} = \arg \min_{v \in V} \|\Sigma_v - \mathbf{s}\mathbf{s}^T\| \quad (31)$$

onde \mathbf{s} representa o vetor sinal recebido e V o conjunto das possíveis velocidades que o alvo pode ter.

IV. RESULTADOS

Todas as simulações deste trabalho foram feitas utilizando o programa Matlab. Para verificar a eficácia do método proposto, a primeira simulação gera o sinal recebido pelo radar, simulando um sinal de eco proveniente de um alvo distribuído com velocidade de 5 m/s, com ruído Gaussiano Branco e com SNR de -6 dB. A frequência de rotação da antena foi escolhida como 300 rpm e a abertura da antena de 0,5 m. A Fig. 2 apresenta no seu eixo x todas as possíveis velocidades do alvo, de 0 a 10 m/s.

A curva apresenta o erro normalizado entre cada matriz Σ e a covariância amostral. Pode ser observado um pico em um ponto, enquanto para os outros pontos há uma diferença maior e praticamente uniforme para o sinal, o que deixa clara a precisão na estimação. A velocidade v escolhida é a que minimiza esse erro, onde é visto o pulso preciso em 5 m/s. Com a diminuição da SNR, há uma diminuição na precisão da estimação, e mesmo em piores condições de ruído, o método proposto obteve um bom comportamento. A segunda simulação mostrará uma comparação entre os métodos para diferentes valores de SNR.

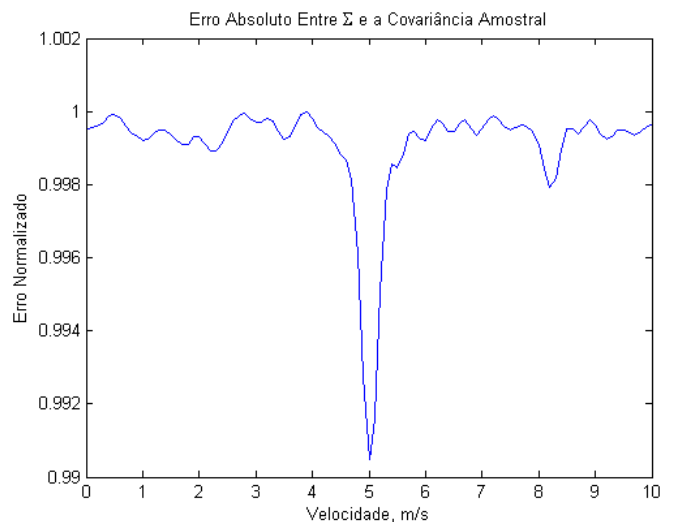


Fig. 2. Erro absoluto entre Σ e a covariância amostral. O eixo y mostra o erro para cada velocidade do eixo x .

A segunda simulação foi feita com 1000 sinais para uma faixa de SNR de -30 dB a 10 dB. Este caso também simula

um alvo distribuído móvel com velocidade de 5 m/s, mas para diferentes valores de SNR para observar o comportamento da estimação da velocidade em diferentes condições de ruído. Foi calculado o erro médio, em m/s, para os quatro métodos em toda a faixa de SNR citada.

As curvas apresentadas na Fig. 3 mostram o erro médio de cada método com o aumento da SNR para uma faixa de -30 dB até 10 dB. O método de Madsen (em preto) foi o que obteve o pior comportamento apresentando o maior erro médio. Ao chegar em -5 dB, o erro médio do método de Madsen se aproxima do método da Energia (em vermelho), tendendo a um comportamento similar a este até 10 dB. O método da Força Bruta (em azul) obteve menor erro médio que os outros dois métodos teóricos, mas exige um custo computacional maior.

Pelo gráfico, é possível observar que o método proposto (em verde) alcança um erro médio menor que todos os outros métodos citados para toda a faixa de SNR.

Todas as curvas tendem a decair com o aumento gradativo da SNR, pois quanto maior a SNR menor é o erro médio.

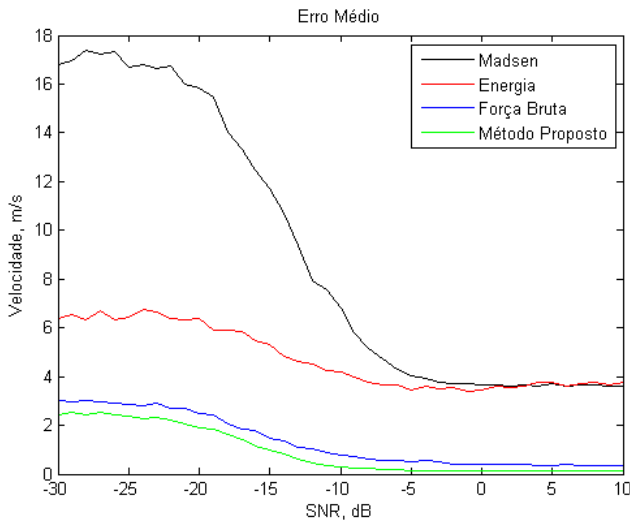


Fig. 3. Erro médio na estimação de v para o método proposto (verde) e os métodos Força Bruta (azul), Energia (vermelho) e Madsen (preto).

Para exemplificar numericamente, a Tabela 1 mostra os valores do erro médio e desvio padrão da estimação de velocidade para SNR de -6 dB. Pode-se observar que o erro médio do método de Madsen é o maior dentre os quatro e o método proposto possui o menor erro médio com uma precisão de 0,19 m/s para esta SNR. Pelo desvio padrão, pode-se observar ainda que o método proposto possui também o menor desvio dentre todos os métodos, evidenciando a maior precisão do método proposto.

V. CONCLUSÃO

Este trabalho apresentou alguns conceitos de radares, mais especificamente radar SAR e radar ArcSAR, em aplicações meteorológicas na detecção de nuvens. Foi tratado o problema de detecção de alvos distribuídos com a utilização de radar ArcSAR. O principal problema tratado foi a estimação de velocidade de alvos distribuídos.

TABELA I

ERRO MÉDIO E DESVIO PADRÃO PARA TODOS OS MÉTODOS COM SNR DE -6 dB

	Erro Médio	Desvio Padrão
Madsen	4.0896	3.1274
Energia	3.5597	2.2918
Força Bruta	0.6270	0.8647
Método Proposto	0.1900	0.4329

O objetivo principal foi desenvolver um método baseado na máxima verossimilhança para estimação de velocidade a partir dos ecos provenientes de alvos distribuídos. Foi feito um desenvolvimento analítico e uma expressão matemática foi obtida. O método proposto faz uma abordagem utilizando a matriz de covariância e faz uma comparação entre essa matriz, para cada velocidade possível, com o sinal recebido de forma a encontrar uma velocidade estimada que minimize o erro absoluto entre a matriz de correlação e o sinal recebido.

Por meio de simulações, o método foi implementado para verificar a sua eficiência na detecção da velocidade. Foram feitas ainda comparações com outros métodos já existentes para verificar a eficiência e precisão do método proposto. Foi observado que mesmo para diferentes condições de SNR o método proposto obteve o menor erro dentre todos os métodos analisados.

REFERÊNCIAS

- [1] Cumming, I. G. e Wong, F. H., *Digital Processing of Synthetic Aperture Radar Data: Algorithms and Implementation*, Artech House, 2005, 625 p.
- [2] Hoonyol Lee; Seong-Jun Cho; Kwang-Eun Kim, "A ground-based Arc-scanning synthetic aperture radar (ArcSAR) system and focusing algorithms," *Geoscience and Remote Sensing Symposium (IGARSS)*, 2010 IEEE International, pp.3490,3493, 25-30 July 2010
- [3] Klausling, Helmut, "Feasibility of a Synthetic Aperture Radar with Rotating Antennas (ROSAR)," *Microwave Conference*, 1989. 19th European, pp.287,299, 4-7 Sept. 1989
- [4] Min Jeon; Young Soo Kim, "Migration technique for rotor synthetic aperture radar," *Electronics Letters*, vol.33, no.7, pp.630,631, 27 Mar 1997
- [5] Kreitmair-Steck, W.; Klausling, H.; Wolfram, A. P.; Weiss, G., "Heliradar - a synthetic aperture radar with rotating antennas," *Microwave Conference*, 1993. 23rd European, pp.972,974, 6-10 Sept. 1993
- [6] Miranda, A. M. M., Santos, J. C. S., Fraidenaich, G., Yacoub, M. D., Neto, J. R. M. e Zuniga, Y. C., *A Novel Meteorological Radar Scheme based on the Correlation between Fixed Antennas: a First Look*, SBtT, 13-16 de setembro, 2012.
- [7] B. L. Cheong, R. D. Palmer and M. Xue, "A time series weather radar simulator based on high-resolution atmospheric models", *J. Atmos. Ocean. Technol.*, vol. 25, no. 2, pp. 230-243, Feb. 2008.
- [8] Madsen, S. N., *Estimating The Doppler Centroid of SAR Data*, IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, Vol AES-25, n. 2, March 1989.
- [9] Garcia, A. L., *Probability, Statistics, and Random Processes for Electrical Engineering*, Third Edition, University of Toronto, Pearson, 2008, 818 p.