

# Radar Meteorológico com Antenas Fixas: Projeto e Análise de Detector Ótimo

Marco Antonio Miguel Miranda, José Cândido Silveira Santos Filho, Gustavo Fraidenraich, Michel Daoud Yacoub, João Roberto Moreira Neto, e Yusef Cáceres Zúñiga

**Resumo**— Em um artigo recente, os autores deste trabalho propuseram uma nova abordagem de baixo custo para a construção de radares meteorológicos, com uso de duas antenas fixas de feixe largo. Neste trabalho, é apresentado o projeto de um detector ótimo para esse novo tipo de radar. O detector é projetado segundo o critério de Neyman-Pearson, que faz uso da razão de verossimilhança dos sinais recebidos pelas antenas. Tal critério, como se sabe, maximiza a probabilidade de detecção para uma dada probabilidade de falso alarme. Essas probabilidades são obtidas de forma exata e fechada para o detector projetado, bem como seu desempenho é ilustrado com exemplos numéricos.

**Palavras-Chave**— Radar Meteorológico, detector por razão de verossimilhança, coeficiente de correlação.

**Abstract**— In a recent paper, we have proposed a new low-cost framework for the construction of meteorological radars, by using two fixed widebeam antennas. In this work, we present the design of an optimal detector for this new kind of radar. The detector is designed according to the Neyman-Pearson criterion, based on the likelihood ratio of the signals received by the two antennas. Such a criterion, as well known, maximizes the detection probability for a given false-alarm probability. These probabilities are obtained in an exact closed form for the designed detector, as well as its performance is illustrated by numerical examples.

**Keywords**— Weather radar, Likelihood Ratio Detector, Correlation Coefficient.

## I. INTRODUÇÃO

O avanço crescente em técnicas de processamento de sinais tem impulsionado o uso de radares para além das aplicações usuais com alvos fixos, como aeronaves, tanques e navios, rumo a aplicações com alvos distribuídos, como nuvem, chuva e fenômenos meteorológicos em geral [1]. Normalmente, radares meteorológicos fazem uso de uma única antena de feixe estreito, responsável pela varredura nas direções de azimute e elevação. Essa varredura é realizada através do direcionamento do feixe, que pode ser feito tanto de forma mecânica [2], através de um motor, quanto de forma eletrônica [3], através de defasadores instalados em *hardware*. No entanto, ambos os métodos de varredura possuem limitações: o método mecânico requer um elevado tempo de varredura; o eletrônico, um elevado custo de implementação.

João Roberto Moreira Neto, Marco Antonio Miguel Miranda e Yusef Cáceres Zúñiga, Orbisat Indústria S.A., Campinas, SP, Brazil, Tel: +55 (19) 2101-8844, E-mail: {joao.moreira,marco.miranda,yusef}@orbisat.com.br.

José Cândido Silveira Santos Filho, Gustavo Fraidenraich e Michel Daoud Yacoub, Departamento de Comunicações, Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, Universidade Estadual de Campinas, 13083-852 Campinas, SP, Brazil, Tel: +55 (19) 3788-5106, Fax: +55 (19) 3289-1395, E-mail: {candido,gf,michel}@decom.fee.unicamp.br.

Este trabalho considera um novo tipo de radar meteorológico de baixo custo com duas antenas fixas de feixe largo, proposto em [4]. Mais especificamente, em [4], propõe-se a configuração física desse novo tipo de radar, bem como se efetua a modelagem estocástica dos sinais recebidos por suas antenas. Neste trabalho, como complementação, apresenta-se para o radar em [4] o projeto de um algoritmo ótimo de detecção. O detector é projetado segundo o critério de Neyman-Pearson, que faz uso da razão de verossimilhança dos sinais recebidos pelas antenas. Tal critério, como se sabe, maximiza a probabilidade de detecção para uma dada probabilidade de falso alarme. Essas probabilidades são obtidas de forma exata e fechada para o detector projetado, bem como seu desempenho é ilustrado com exemplos numéricos.

Este trabalho está organizado como segue. Nas seções II e III, são revisitados, respectivamente, a configuração física e o modelo estocástico do radar em questão. Na seção IV, é apresentada a contribuição deste trabalho, ou seja, o projeto de um detector ótimo para o radar, bem como é realizada a sua análise de desempenho em termos de probabilidades de detecção e falso alarme. Na seção V, o desempenho do detector projetado é ilustrado por meio de exemplos numéricos. A seção VI apresenta as conclusões principais do trabalho.

## II. CONFIGURAÇÃO DO RADAR

Neste trabalho, considera-se um radar que transmite um pulso modulado linearmente em frequência, com certa largura de banda  $\Delta f$ , e recebe os ecos refletidos por um determinado alvo. No intuito de evitar interferências entre transmissão e recepção, essas operações devem ser realizadas de forma não simultânea. Após a recepção, o sinal passa por um filtro casado, com o objetivo de maximizar a relação sinal-ruído<sup>1</sup>. Assim, se a saída do filtro casado exceder um determinado limiar, então é provável que o sinal recebido tenha sido proveniente da reflexão de um alvo.

Em qualquer sistema radar, existe uma distância radial mínima entre dois alvos a partir da qual é possível distingui-los. Essa distância é conhecida como resolução em alcance ( $\delta$ ). Em particular, para sistemas radar que utilizam compressão de pulso, mostra-se que a resolução em alcance é dada por [5]

$$\delta = \frac{c}{2\Delta f}, \quad (1)$$

em que  $c$  é a velocidade da luz.

<sup>1</sup>Quando o produto largura de banda por largura de pulso é muito maior que 1, o uso do filtro casado é conhecido como compressão de pulso.

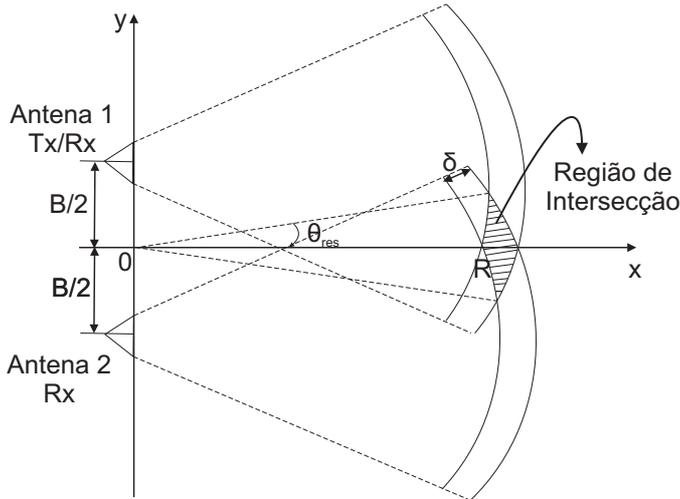


Fig. 1. Configuração do radar.

A Figura 1 apresenta a configuração do radar proposto em [4] e considerado neste trabalho. Note que há uma antena transmissora e receptora (antena 1, Tx/Rx) e uma antena apenas receptora (antena 2, Rx), separadas por uma linha de base  $B$ . Note ainda que, a cada distância  $R$ , certos valores de  $B$  e  $\delta$  definem uma região de intersecção, “vista” por ambas as antenas. Essa região possui uma certa abertura angular,  $\theta_{res}$ , conhecida como resolução angular. Considerando  $R \gg \delta$  e  $B \gg \delta$ ,  $\theta_{res}$  é dado por [4]

$$\theta_{res} = \tan^{-1} \left( \frac{\delta}{B} \right). \quad (2)$$

### III. MODELO ESTOCÁSTICO DO RADAR

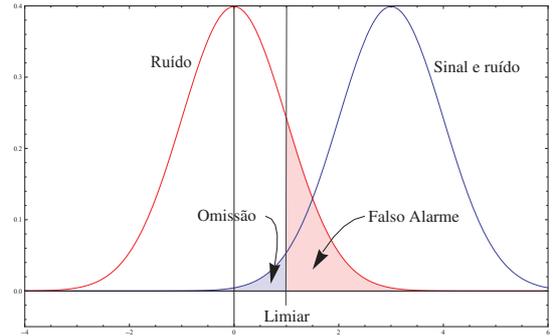
Os sinais recebidos pelas antenas 1 e 2 resultam da soma dos ecos provenientes de inúmeras partículas dentro de cada célula de resolução em alcance [6]. Essas partículas representam um possível alvo que o sistema radar deve detectar (nuvem, por exemplo). Pelo Teorema do Limite Central, pode-se então representar esses sinais como sendo gaussianas complexas e circularmente simétricas de média nula e variância  $2\sigma^2$ , com coeficiente de correlação  $\rho$  possivelmente não nulo<sup>2</sup>, por conta dos ecos provenientes de eventuais partículas na região de intersecção [4]. Assim, modelam-se os sinais recebidos pelas antenas 1 e 2, respectivamente, como

$$S_{1i} = X_{1i} + jY_{1i} \quad (3)$$

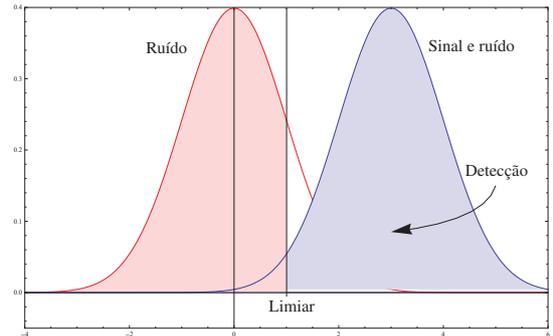
$$S_{2i} = X_{2i} + jY_{2i}, \quad (4)$$

em que o subíndice  $i$  denota tempo discreto,  $X_{ji}$  denota componente em fase,  $j = 1, 2$ , e  $Y_{ji}$ , em quadratura. Como discutido em [4],  $X_{1i}$  e  $Y_{1i}$  são independentes entre si, bem como  $X_{2i}$  e  $Y_{2i}$ . Além disso,  $S_{1i}$  e  $S_{2i}$  são independentes de  $S_{1j}$  e  $S_{2j}$ ,  $\forall i \neq j$ , isto é, tendo-se em vista o movimento browniano que caracteriza a dinâmica das partículas, considera-se que o intervalo entre pulsos seja suficientemente grande tal

<sup>2</sup>Em [4],  $\rho$  é obtido em termos da linha de base, da largura de banda e da diretividade das antenas.



(a) Probabilidade de falso alarme e omissão.



(b) Probabilidade de detecção.

Fig. 2. Teste de hipóteses, detecção e falso alarme.

que as amostras em tempos distintos sejam estatisticamente independentes [1].

### IV. PROJETO E ANÁLISE DE DETECTOR ÓTIMO

Num teste entre hipóteses  $\mathcal{H}_0$  e  $\mathcal{H}_1$ , o critério de Neyman-Pearson maximiza a probabilidade de detecção ( $P_D$ ) para uma dada probabilidade de falso alarme ( $P_{FA}$ ), ao decidir pela hipótese  $\mathcal{H}_1$  se [7]

$$\Lambda(\underline{s}) \triangleq \frac{f(\underline{s}|\mathcal{H}_1)}{f(\underline{s}|\mathcal{H}_0)} > \gamma', \quad (5)$$

em que  $\underline{s}$  é o vetor de amostras observado,  $\Lambda(\underline{s})$  é a chamada razão de verossimilhança de  $\underline{s}$ ,  $f(\cdot)$  denota função densidade de probabilidade (FDP) e  $\gamma'$  é o limiar de decisão, determinado por

$$P_{FA} = \int_{\{\underline{s}: \Lambda(\underline{s}) > \gamma'\}} f(\underline{s}|\mathcal{H}_0) d\underline{s}. \quad (6)$$

Em muitos casos, incluindo o deste trabalho, a observação  $\underline{s}$  é do tipo gaussiana, com médias e variâncias que podem ser determinadas com base nas hipóteses definidas. Normalmente, define-se como hipótese  $\mathcal{H}_0$  o cenário em que não há sinal desejado, mas apenas ruído, e como hipótese  $\mathcal{H}_1$  o cenário com sinal e ruído. A Figura 2 ilustra esse processo. Nela ficam evidentes os erros que podem ser cometidos: decidir-se por  $\mathcal{H}_0$  quando ocorre  $\mathcal{H}_1$ , a chamada *omissão*, ou decidir-se por  $\mathcal{H}_1$  quando ocorre  $\mathcal{H}_0$ , o chamado *falso alarme*.

A partir do modelo estocástico definido em (3) e (4) para as amostras observadas, pretende-se aqui especificar o detector ótimo (Neyman-Pearson) que determine se há ou não alvo (nuvem) na região de intersecção da Figura 1. Para tanto, primeiramente é necessário elaborar as hipóteses.

### A. Teste de Hipóteses

Em nosso caso, estas são as hipóteses de interesse:

- $\mathcal{H}_0$ : não existe alvo, isto é,  $\rho = 0$ .
- $\mathcal{H}_1$ : existe alvo, isto é,  $\rho = K \neq 0$  conhecido.

Definidas as hipóteses, é importante caracterizar a FDP do vetor de amostras  $\underline{x}$  em cada caso, como segue.

- $\mathcal{H}_0$ :  $X_{1i}$  e  $X_{2i}$  são gaussianas de média nula, variância  $\sigma^2$  e independentes ( $\rho = 0$ ), ou seja, com FDP [7]

$$f_{X_{1i}, X_{2i}}(x_1, x_2 | \mathcal{H}_0) = \frac{\exp\left[-\frac{x_1^2 + x_2^2}{2\sigma^2}\right]}{2\pi\sigma^2}. \quad (7)$$

As componentes  $Y_{1i}$  e  $Y_{2i}$  possuem mesma FDP e são independentes de  $X_{1i}$  e  $X_{2i}$ , de modo que a FDP conjunta pode ser representada como

$$f_{X_{1i}, X_{2i}, Y_{1i}, Y_{2i}}(x_1, x_2, y_1, y_2 | \mathcal{H}_0) = \frac{\exp\left[-\frac{x_1^2 + x_2^2 + y_1^2 + y_2^2}{2\sigma^2}\right]}{(2\pi)^2\sigma^4}. \quad (8)$$

- $\mathcal{H}_1$ :  $X_{1i}$  e  $X_{2i}$  são gaussianas de média nula, variância  $\sigma^2$  e coeficiente de correlação  $\rho = K \neq 0$ , ou seja, com FDP [7]

$$f_{X_{1i}, X_{2i}}(x_1, x_2 | \mathcal{H}_1) = \frac{\exp\left[-\frac{x_1^2 + x_2^2 - 2Kx_1x_2}{2\sigma^2(1-K^2)}\right]}{2\pi\sigma^2\sqrt{1-K^2}}. \quad (9)$$

Novamente, as componentes  $Y_{1i}$  e  $Y_{2i}$  possuem mesma FDP e são independentes de  $X_{1i}$  e  $X_{2i}$ , de modo que a FDP conjunta pode ser representada como

$$f_{X_{1i}, X_{2i}, Y_{1i}, Y_{2i}}(x_1, x_2, y_1, y_2 | \mathcal{H}_1) = \frac{\exp\left[-\frac{x_1^2 + x_2^2 + y_1^2 + y_2^2 - 2K(x_1x_2 + y_1y_2)}{2\sigma^2(1-K^2)}\right]}{(2\pi)^2\sigma^4(1-K^2)}. \quad (10)$$

### B. Variável de Decisão

Considere a observação de  $n$  amostras dos sinais das antenas, agrupadas em vetores de componentes em fase,  $\underline{X}$ , e quadratura,  $\underline{Y}$ . Assim, tem-se que

$$\underline{X} \triangleq [X_{11}, X_{21}, X_{12}, X_{22}, \dots, X_{1n}, X_{2n}] \quad (11)$$

$$\underline{Y} \triangleq [Y_{11}, Y_{21}, Y_{12}, Y_{22}, \dots, Y_{1n}, Y_{2n}]. \quad (12)$$

Levando-se em conta que as amostras são independentes para instantes distintos, a FDP conjunta de  $\underline{X}$  e  $\underline{Y}$  é então dada por

$$f_{\underline{X}, \underline{Y}}(x_{11}, x_{21}, y_{11}, y_{21}, \dots, x_{1n}, x_{2n}, y_{1n}, y_{2n}) = \prod_{i=1}^n f_{X_{1i}, X_{2i}, Y_{1i}, Y_{2i}}(x_{1i}, x_{2i}, y_{1i}, y_{2i}). \quad (13)$$

Para encontrar a variável de decisão, é necessário determinar as FDPs para cada hipótese,  $f_{\underline{X}, \underline{Y}}(\underline{x}, \underline{y} | \mathcal{H}_0)$  e  $f_{\underline{X}, \underline{Y}}(\underline{x}, \underline{y} | \mathcal{H}_1)$ . Substituindo-se (8) em (13), chega-se a

$$f_{\underline{X}, \underline{Y}}(\underline{x}, \underline{y} | \mathcal{H}_0) = \frac{\exp\left[-\frac{\sum_{i=1}^n (x_{1i}^2 + x_{2i}^2 + y_{1i}^2 + y_{2i}^2)}{2\sigma^2}\right]}{[(2\pi)^2\sigma^4]^n}. \quad (14)$$

Da mesma forma, substituindo-se (10) em (13), chega-se a

$$f_{\underline{X}, \underline{Y}}(\underline{x}, \underline{y} | \mathcal{H}_1) = \frac{\exp\left[-\frac{\sum_{i=1}^n (x_{1i}^2 + x_{2i}^2 + y_{1i}^2 + y_{2i}^2) - 2K \sum_{i=1}^n (x_{1i}x_{2i} + y_{1i}y_{2i})}{2\sigma^2(1-K^2)}\right]}{[(2\pi)^2\sigma^4]^n(1-K^2)^n}. \quad (15)$$

Agora, substituindo-se (14) e (15) na razão de verossimilhança dada por (5), tem-se

$$\Lambda(\underline{x}, \underline{y}) = \frac{f_{\underline{X}, \underline{Y}}(\underline{x}, \underline{y} | \mathcal{H}_1)}{f_{\underline{X}, \underline{Y}}(\underline{x}, \underline{y} | \mathcal{H}_0)}, \quad (16)$$

que, após as devidas simplificações, fornece

$$\Lambda(\underline{x}, \underline{y}) = \frac{\exp\left[\frac{2K \sum_{i=1}^n (x_{1i}x_{2i} + y_{1i}y_{2i}) - K^2 \sum_{i=1}^n (x_{1i}^2 + x_{2i}^2 + y_{1i}^2 + y_{2i}^2)}{2(1-K^2)\sigma^2}\right]}{(1-K^2)^n}. \quad (17)$$

Isolando-se os termos que dependem apenas das amostras do sinal, é possível definir então a variável de decisão como

$$\bar{s}_n \triangleq 2 \frac{\sum_{i=1}^n (x_{1i}x_{2i} + y_{1i}y_{2i})}{n} - K \frac{\sum_{i=1}^n (x_{1i}^2 + x_{2i}^2 + y_{1i}^2 + y_{2i}^2)}{n}. \quad (18)$$

Observe que  $\bar{s}_n$  possui um dos termos sendo ponderado pelo valor  $K$  do coeficiente de correlação. Finalmente, reescrevendo-se (18) de forma mais compacta, obtém-se

$$\bar{s}_n = 2 \frac{\sum_{i=1}^n \Re[s_{1i}s_{2i}^*]}{n} - K \frac{\sum_{i=1}^n (|s_{1i}|^2 + |s_{2i}|^2)}{n}. \quad (19)$$

### C. Regra de Decisão

Definida a variável de decisão, é importante relacionar o limiar de decisão  $\gamma'$  em (5) para a função de verossimilhança com um limiar  $\gamma$  correspondente para a variável de decisão. Substituindo-se (18) em (17), é possível escrever  $\Lambda(\underline{x}, \underline{y})$  em termos de  $\bar{s}_n$ , obtendo-se

$$\Lambda(\underline{x}, \underline{y}) = \frac{\exp\left[\frac{Kn\bar{s}_n}{2(1-K^2)\sigma^2}\right]}{(1-K^2)^n}. \quad (20)$$

Usando-se em (20) a regra de decisão  $\Lambda(\underline{x}, \underline{y}) \geq \gamma'$  em (5), obtém-se, após algumas manipulações algébricas, uma regra de decisão equivalente para  $\bar{s}_n$ , a saber

$$\bar{s}_n \geq \frac{2(1-K^2)\sigma^2}{Kn} (\ln \gamma' + \ln(1-K^2)^n) \triangleq \gamma, \quad (21)$$

em que  $\gamma$  é o limiar de decisão para  $\bar{s}_n$  correspondente a  $\gamma'$  para  $\Lambda(\underline{x}, \underline{y})$ . Ou seja, decide-se pela hipótese  $\mathcal{H}_0$  se  $\bar{s}_n < \gamma$ , e pela hipótese  $\mathcal{H}_1$  se  $\bar{s}_n > \gamma$ . Resta ainda especificar o valor de  $\gamma$  para determinadas probabilidades desejadas de detecção e falso alarme. Para tanto, faz-se necessário caracterizar a variável de decisão em cada hipótese.

#### D. Caracterização da Variável de Decisão

Considerando-se que o número  $n$  de amostras é muito grande, tem-se, pelo Teorema do Limite Central, que a variável de decisão  $\bar{s}_n$  definida em (18) é do tipo gaussiana. Assim, caracterizá-la requer apenas a determinação de dois de seus parâmetros: média e variância. Esses parâmetros são determinados a seguir, para cada uma das hipóteses.

Definindo-se as variáveis auxiliares

$$A_n \triangleq \frac{\sum_{i=1}^n (x_{1i}x_{2i} + y_{1i}y_{2i})}{n} \quad (22)$$

$$B_n \triangleq \frac{\sum_{i=1}^n (x_{1i}^2 + y_{1i}^2)}{n} \quad (23)$$

$$C_n \triangleq \frac{\sum_{i=1}^n (x_{2i}^2 + y_{2i}^2)}{n}, \quad (24)$$

é possível reescrever  $\bar{s}_n$  como

$$\bar{s}_n = 2A_n - K(B_n + C_n). \quad (25)$$

Novamente, pelo Teorema do Limite Central,  $A_n$ ,  $B_n$  e  $C_n$  são gaussianas e, para caracterizá-las, é necessário calcular o vetor de média,  $\underline{m}$ , e a matriz de covariância,  $\underline{\Sigma}$ . Como essa dedução é bastante extensa, ela será omitida, por falta de espaço. Os resultados são

$$\underline{m} = 2\sigma^2 \begin{bmatrix} \rho \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (26)$$

$$\underline{\Sigma} = \frac{4\sigma^4}{n} \begin{bmatrix} (1 + \rho^2)/2 & \rho & \rho \\ \rho & 1 & \rho^2 \\ \rho & \rho^2 & 1 \end{bmatrix}. \quad (27)$$

Com esses resultados, é possível calcular a média e a variância de  $\bar{s}_n$ , como segue. A partir de (25), tem-se que

$$E\{\bar{s}_n\} = E\{2A_n - K(B_n + C_n)\}, \quad (28)$$

em que  $E\{\cdot\}$  denota média. Substituindo-se (26) em (28), obtém-se, após as devidas simplificações, a média de  $\bar{s}_n$ :

$$E\{\bar{s}_n\} = 4(\rho - K)\sigma^2. \quad (29)$$

A variância de  $\bar{s}_n$ , por definição, é dada por

$$\text{VAR}\{\bar{s}_n\} = E\{\bar{s}_n^2\} - E\{\bar{s}_n\}^2, \quad (30)$$

em que  $\text{VAR}\{\cdot\}$  denota variância. Substituindo-se (25) em (30), é possível escrever a variância de  $\bar{s}_n$  em termos de elementos da matriz de covariância  $\underline{\Sigma}$ :

$$\begin{aligned} \text{VAR}\{\bar{s}_n\} &= 4\text{VAR}\{A_n\} - 4K(\text{COV}\{A_n, B_n\} \\ &\quad + \text{COV}\{A_n, C_n\}) + K^2(\text{VAR}\{B_n\} \\ &\quad + 2\text{COV}\{B_n, C_n\} + \text{VAR}\{C_n\}). \end{aligned} \quad (31)$$

Finalmente, substituindo-se (27) em (31), obtém-se, após as devidas simplificações, a variância de  $\bar{s}_n$ :

$$\text{VAR}\{\bar{s}_n\} = \frac{8(1 - 4K\rho + \rho^2 + K^2(1 + \rho^2))\sigma^4}{n}. \quad (32)$$

As expressões (29) e (32) apresentam a média e variância de  $\bar{s}_n$  em função da correlação  $\rho$  entre os sinais das duas antenas

quando da presença de nuvem. É possível agora especializar essas expressões para cada uma das hipóteses testadas. Para a hipótese  $\mathcal{H}_0$ , tem-se que  $\rho = 0$ , de modo que

$$E\{\bar{s}_n|\mathcal{H}_0\} = -4K\sigma^2 \quad (33)$$

$$\text{VAR}\{\bar{s}_n|\mathcal{H}_0\} = \frac{8(1 + K^2)\sigma^4}{n}. \quad (34)$$

Por outro lado, para a hipótese  $\mathcal{H}_1$ , tem-se que  $\rho = K$ , de modo que

$$E\{\bar{s}_n|\mathcal{H}_1\} = 0 \quad (35)$$

$$\text{VAR}\{\bar{s}_n|\mathcal{H}_1\} = \frac{8(-1 + K^2)^2\sigma^4}{n}. \quad (36)$$

Note que as estatísticas acima dependem do coeficiente de correlação  $\rho = K$  na condição de alvo presente, bem como do número  $n$  de amostras observadas. Assim, para um dado valor de  $K$ , é importante especificar não apenas o limiar  $\gamma$ , mas também valor de  $n$  necessário para atingir determinadas probabilidades desejadas de detecção e falso alarme. Isso é feito a seguir.

#### E. Análise de Desempenho do Detector

Considerando que a variável de decisão é gaussiana, mostra-se que as probabilidades de falso alarme e detecção do detector por razão de verossimilhança (Neyman-Pearson) são dadas respectivamente por [7]

$$P_{FA} = Q\left(\frac{\gamma - E\{\bar{s}_n|\mathcal{H}_0\}}{\sqrt{\text{VAR}\{\bar{s}_n|\mathcal{H}_0\}}}\right) \quad (37)$$

$$P_D = Q\left(\frac{\gamma - E\{\bar{s}_n|\mathcal{H}_1\}}{\sqrt{\text{VAR}\{\bar{s}_n|\mathcal{H}_1\}}}\right), \quad (38)$$

em que  $Q(\cdot)$  é o complemento da função de distribuição acumulada de uma variável gaussiana padrão (média zero e variância unitária), dado por

$$Q(x) = \int_x^\infty \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}t^2\right) dt. \quad (39)$$

Substituindo-se (33) e (34) em (37), bem como (35) e (36) em (38), chega-se aos valores de  $P_{FA}$  e  $P_D$  em função dos parâmetros do sistema:

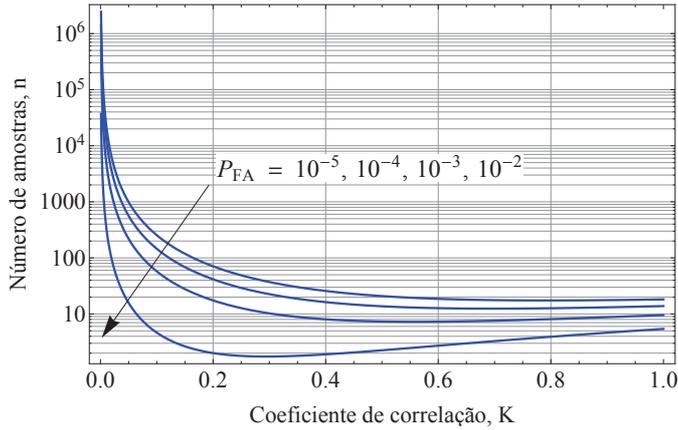
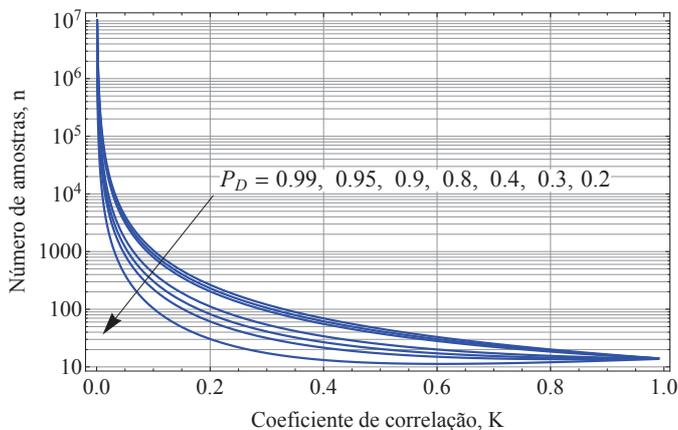
$$P_{FA} = Q\left(\frac{\gamma + 4K\sigma^2}{\sqrt{\frac{8(1+K^2)\sigma^4}{n}}}\right) \quad (40)$$

$$P_D = Q\left(\frac{\gamma}{\sqrt{\frac{8(-1+K^2)^2\sigma^4}{n}}}\right). \quad (41)$$

Finalmente, com valores conhecidos de  $K$  e  $\sigma$ , resolvendo-se o sistema de equações (40) e (41) para  $\gamma$  e  $n$ , obtém-se

$$\gamma = -\frac{4K\sigma^2 Q^{-1}(P_D)}{Q^{-1}(P_D) - \frac{\sqrt{(1+K^2)Q^{-1}(P_{FA})}}{(-1+K^2)}} \quad (42)$$

$$n = \frac{\left[(-1 + K^2) Q^{-1}(P_D) - \sqrt{(1 + K^2) Q^{-1}(P_{FA})}\right]^2}{2K^2}, \quad (43)$$

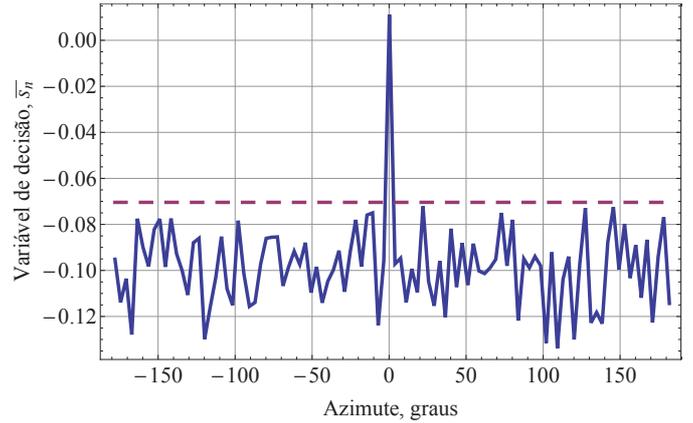

 Fig. 3. Desempenho do detector para  $P_D = 0.98$  e  $\sigma = 1$ .

 Fig. 4. Desempenho do detector para  $P_{FA} = 0.0001$  e  $\sigma = 1$ .

em que  $Q^{-1}(\cdot)$  denota a inversa da função  $Q(\cdot)$ .

As expressões (42) e (43) constituem uma contribuição importante deste trabalho. Com base nelas, é possível dimensionar os valores do limiar de decisão e do número de amostras necessárias para garantir determinadas probabilidades de detecção e falso alarme desejadas.

## V. RESULTADOS NUMÉRICOS E CONCLUSÕES

O desempenho do detector projetado é agora ilustrado avaliando-se, com (43), a quantidade de amostras necessárias para atingir certas probabilidades desejadas de detecção e falso alarme. Tal requisito, como visto, irá depender também do coeficiente de correlação entre os sinais quando da existência de alvo (nuvem). A Figura 3 mostra uma família de curvas para diferentes valores de  $P_{FA}$ , com  $P_D = 0.98$  e  $\sigma = 1$ . Observe que, para todos os casos, quanto menor o coeficiente de correlação, mais amostras são necessárias para garantir a probabilidade de detecção. Observe ainda que, para um dado coeficiente de correlação, quanto maior a probabilidade de falso alarme, menos amostras são necessárias. A Figura 4 mostra uma família de curvas para diferentes valores de  $P_D$ , com  $P_{FA} = 0.0001$  e  $\sigma = 1$ . Observe novamente que, para todos os casos, quanto menor o coeficiente de correlação, mais amostras são necessárias para garantir a probabilidade


 Fig. 5. Exemplo de detecção para  $K=0.05$ , com  $\gamma = -0.07041$  e  $n = 8691$  (simulação).

de detecção. Observe ainda que, para um dado coeficiente de correlação, quanto menor a probabilidade de detecção, menos amostras são necessárias. Por fim, a Figura 5 ilustra uma realização temporal (simulação) do processo de detecção para um caso com  $K = 0.05$ ,  $P_D = 0.99$  e  $P_{FA} = 10^{-5}$ , que resulta num limiar de  $-0.07041$  e num mínimo necessário de 8691 amostras. Observe a presença do alvo a zero grau de azimute, devidamente detectado neste exemplo.

Recentemente, os resultados deste trabalho serviram como ferramenta de suporte crucial para o correto dimensionamento de um sistema radar real para a Orbisat Indústria S.A, empresa do grupo Embraer Defesa e Segurança.

## AGRADECIMENTOS

Este trabalho foi financiado pela Orbisat Indústria S.A., empresa do grupo Embraer Defesa e Segurança, e apoiado pela Universidade Estadual de Campinas.

## REFERÊNCIAS

- [1] H. Sauvageot, *Radar meteorology*, Artech House Publishers, 1992.
- [2] M. Wada, J. Horikomi e F. Mizutani, "Development of solid-state weather radar", em *Proc. IEEE Radar Conf.*, 2009.
- [3] K.H. Lai, I.D. Longstaff e G.D. Callaghan, "Super-fast scanning technique for phased array weather radar applications", *IEE Proc. Radar, Sonar and Navigation*, vol. 151, no. 5, pp. 271–279, Oct. 2004.
- [4] M. A. M. Miranda, J. C. S. Santos Filho, G. Fraidenraich, M. D. Yacoub, J. R. Moreira Neto e Y. C. Zuñiga, "A Novel Meteorological Radar Scheme based on the Correlation between Fixed Antennas: a First Look", em *Proc. XXX Simpósio Brasileiro de Telecomunicações - SBRT 2012*, Brasília, Brasil, 13–16 Setembro 2012.
- [5] M. A. Richards, J. Scheer e W. A. Holm, *Principles of modern radar: Basic principles*, SciTech Pub., 2010.
- [6] B. L. Cheong, R. D. Palmer e M. Xue, "A time series weather radar simulator based on high-resolution atmospheric models", *J. Atmos. Ocean. Technol.*, vol. 25, no. 2, pp. 230–243, Feb. 2008.
- [7] A. Papoulis, e S. U. Pillai, *Probability, random variables and stochastic processes*, 4ª ed. NY: McGraw-Hill, 2002.