

Efeito de não linearidade variante no tempo sobre o espectro de sistemas OFDM móveis

Alexander Beremiz Hilario Tacuri e José Mauro Pedro Fortes

Resumo— Este artigo apresenta um desenvolvimento analítico que permite analisar o efeito, sobre o espectro de sinais OFDM, de um canal constituído por uma não linearidade com memória seguida por um canal de propagação multi-percurso. O canal é modelado por uma série de Volterra variante no tempo e a envoltória complexa do sinal OFDM por um processo estocástico gaussiano próprio, complexo, ciclo-estacionário e de média nula. As expressões matemáticas obtidas são aplicadas a uma situação específica, permitindo uma avaliação quantitativa do espalhamento espectral de sinais OFDM provocado pela utilização de dispositivos não lineares em canais móveis.

Palavras-Chave— OFDM, não-linearidade com memória, canal multi-percurso.

Abstract— This paper presents analytical expressions that can be used in the evaluation of the effects of a non-linear mobile (multi-path) channel on the spectrum of OFDM signals. The channel is modeled by a time varying Volterra Series and the OFDM signal is modeled by a complex, proper, cyclo-stationary gaussian random process with zero mean. The resulting mathematical expressions are applied to an specific situation, allowing for a quantitative evaluation of the OFDM spectral growth produced by the use of non-linear devices in mobile channels.

Keywords— OFDM, non-linearity, multi-path channels.

I. INTRODUÇÃO

A indústria de comunicação sem fio tem sido bem sucedida nos últimos anos no fornecimento de enlaces de dados de alta velocidade que permitem uma infinidade de aplicações multimídia. Estes sucessos incluem, entre outros, sistemas de áudio digital DAB [1] (*Digital Audio Broadcasting*), vídeo digital DVB [2] (*Digital Video Broadcasting*) e a onipresente tecnologia de redes locais sem fios sob os padrões 802.11. Muitas dessas tecnologias são destinadas à utilização de dispositivos fixos ou portáteis, e não suportam a mobilidade total. Grande parte das recentes pesquisas acadêmicas e do desenvolvimento industrial em comunicações sem fio tem se concentrado na migração destas tecnologias para um ambiente totalmente móvel.

Sistemas OFDM (*Orthogonal frequency division multiplexing*) têm se apresentado como um bom candidato para cumprir as metas de comunicações sem fio de alta taxa de dados para dispositivos fixo, portáteis, assim como para dispositivos totalmente móveis. Tecnologias recentemente desenvolvidas com OFDM incluem DVB-H [2], MediaFLO [3], FLASH-OFDM [4], e 802.16e [5]. Entretanto, o desempenho de redes sem fio empregando OFDM pode ser significativamente prejudicado pelos efeitos de não-linearidades na natureza multiportadora

Alexander Beremiz Hilario Tacuri e José Mauro Pedro Fortes, Centro de Estudos em Telecomunicações da PUC-Rio, Rio de Janeiro, Brasil, E-mails: ahilario@cetuc.puc-rio.br, jmfortes@cetuc.puc-rio.br.

dos sinais OFDM, assim como pelo incremento da duração do símbolo que torna o sistema OFDM mais sensível aos canais variantes no tempo. Assim, torna-se importante a análise dos efeitos de não-linearidade e canais variantes no tempo sobre sinais OFDM. O presente trabalho visa à determinação dos efeitos de um canal não-linear variante no tempo sobre o espectro de sinais OFDM.

A caracterização de sinais OFDM é feita na Seção II. Em seguida, a Seção III descreve a representação, por series de Volterra, de sistemas não-lineares com memória, variantes no tempo, sendo determinados os *kernels* desta representação. Na Seção IV, a modelagem utilizada para o canal variante no tempo é descrita. A expressão matemática para a densidade espectral de potência da envoltória complexa do sinal de saída é obtida na Seção V. Finalmente, a Seção VI apresenta resultados numéricos relativos a uma situação específica de interesse e tece comentários sobre o trabalho desenvolvido.

II. CARACTERIZAÇÃO DO SINAL OFDM

O sinal OFDM pode ser escrito como [6]

$$x(t) = \text{Re}\{\tilde{x}(t) e^{j2\pi f_c t}\} \quad (1)$$

com $\tilde{x}(t)$ denotando a envoltória complexa do sinal OFDM em relação à frequência f_c , dada por

$$\tilde{x}(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{n=0}^{N-1} X_{k,n} p(t + \epsilon - kT) e^{j\left[\frac{2\pi n}{T-T_{cp}}(t+\epsilon)+\theta\right]} \quad (2)$$

onde $S_{k,n}$ representa o símbolo complexo transmitido na sub-portadora n no k -ésimo intervalo de tempo, N é o número de sub-portadoras do sinal OFDM, T é a duração do símbolo OFDM, θ e ϵ são variáveis aleatórias que modelam, respectivamente, a fase do oscilador do modulador e o erro de sincronismo de relógio no receptor e $p(\cdot)$ é a função que modela o pulso formatador. No caso particular de pulso formatador retangular, tem-se

$$p(t) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{T-T_{cp}}} & ; t \in [0, T] \\ 0 & ; t \notin [0, T] \end{cases} \quad (3)$$

onde T_{cp} é a duração do prefixo cíclico do sinal OFDM. As variáveis aleatórias θ e ϵ são consideradas estatisticamente independentes e uniformemente distribuídas em $(0, 2\pi)$ e $(-T/2, T/2]$ respectivamente.

A média da envoltória complexa $\tilde{x}(t)$ é dada por

$$m_{\tilde{x}} = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{n=0}^{N-1} E[X_{k,n}] E\left[p(t + \epsilon - kT) e^{j\frac{2\pi n}{T-T_{cp}}(t+\epsilon)}\right] E[e^{j\theta}] \quad (4)$$

Observe que, como θ é uniformemente distribuída em $(0, 2\pi]$, $E[e^{j\theta}] = 0$ e, conseqüentemente,

$$m_{\tilde{x}} = 0 \quad (5)$$

Considerando-se que os símbolos complexos transmitidos em diferentes intervalos de tempo e diferentes sub-portadoras são independentes, ou seja, que

$$E[X_{k_1, n_1} X_{k_2, n_2}^*] = \begin{cases} 0; & k_1 \neq k_2 \text{ ou } n_1 \neq n_2 \\ E_s; & k_1 = k_2 = k \text{ e } n_1 = n_2 = n \end{cases} \quad (6)$$

onde E_s denota a energia média dos símbolos, a função autocorrelação da envoltória complexa $\tilde{x}(t)$, definida por $R_{\tilde{x}}(t + \tau, t) = E[\tilde{x}(t + \tau)\tilde{x}^*(t)]$, se escreve

$$R_{\tilde{x}}(t + \tau, t) = E_s e^{j\frac{2\pi n \tau}{T - T_{cp}}} \cdot \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{n=0}^{N-1} E[p(t + \tau + \epsilon - kT)p^*(t + \epsilon - kT)] \quad (7)$$

lembrando-se que ϵ é uniformemente distribuída em $(-T/2, T/2]$, tem-se

$$R_{\tilde{x}}(t + \tau, t) = E_s e^{j\frac{2\pi n \tau}{T - T_{cp}}} \cdot \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{n=0}^{N-1} p(t + \tau + \epsilon - kT)p^*(t + \epsilon - kT) d\epsilon \quad (8)$$

ou, após algumas manipulações matemáticas,

$$R_{\tilde{x}}(\tau) = \frac{E_s}{T} \sum_{n=0}^{N-1} e^{j\frac{2\pi n \tau}{T - T_{cp}}} p(\tau) * p^*(-\tau) \quad (9)$$

A partir de (5) e (9), pode-se concluir que $\tilde{x}(t)$ é um processo estacionário no sentido amplo (ESA). Assim, sua densidade espectral de potência é dada pela Transformada de Fourier de (9), ou seja,

$$S_{\tilde{x}}(f) = \frac{E_s}{T} \sum_{n=0}^{N-1} \mathcal{F} \left[e^{j\frac{2\pi n \tau}{T - T_{cp}}} p(\tau) * p^*(-\tau) \right] \quad (10)$$

Utilizando-se algumas propriedades da Transformada de Fourier, tem-se

$$S_{\tilde{x}}(f) = \frac{E_s}{T} \sum_{n=0}^{N-1} \left| P \left(f - \frac{n}{T - T_{cp}} \right) \right|^2 \quad (11)$$

onde $P(f)$ é a Transformada de Fourier de $p(t)$.

A título de exemplo, considere o caso particular em que $p(t)$ é o pulso retangular definido em (3). Neste caso,

$$S_{\tilde{x}}(f) = \frac{E_s T}{(T - T_{cp})} \sum_{n=0}^{N-1} \text{sinc}^2 \left[\left(f - \frac{n}{T - T_{cp}} \right) T \right] \quad (12)$$

A Figura 1 ilustra a densidade espectral de potência da envoltória complexa de $\tilde{x}(t)$ obtida a partir de (11) e (12). Note que, nesta figura, a frequência foi normalizada com relação à banda de 3 dB B_0 e à frequência central f_0 do espectro do sinal OFDM, dada por

$$f_0 = f_c + \frac{N-1}{2(T - T_{cp})} \quad (13)$$

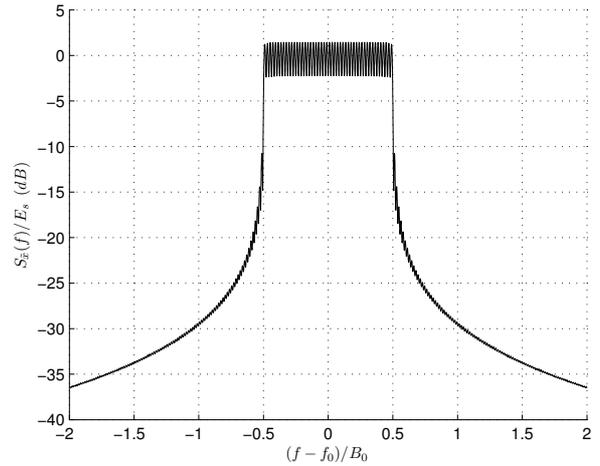


Fig. 1. DEP da envoltória complexa do sinal OFDM/BPSK com $N = 48$, $T = 4 \mu s$, $T_{CP} = 0.8 \mu s$ e pulso retangular.

III. REPRESENTAÇÃO POR SÉRIES DE VOLTERRA DE SISTEMAS NÃO-LINEARES VARIANTES NO TEMPO

Conforme mostrado em [7] e [8], o relacionamento entre a envoltória complexa $\tilde{x}(t)$ do sinal de entrada de um sistema não-linear variante no tempo e a envoltória complexa $\tilde{y}(t)$ do sinal resultante na saída pode ser descrito através uma série de Volterra variante no tempo. Neste caso,

$$\tilde{y}(t) = \sum_{m=0}^{\infty} \tilde{y}_{2m+1}(t) \quad (14)$$

com

$$\tilde{y}_{2m+1}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \cdots \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{k}_{2m+1}(t, \alpha_1, \dots, \alpha_{2m+1}) \prod_{r=1}^{m+1} \tilde{x}(t - \alpha_r) \prod_{s=m+2}^{2m+1} \tilde{x}^*(t - \alpha_s) d\alpha_1 \cdots d\alpha_{2m+1} \quad (15)$$

onde $\tilde{x}(t)$ é a envoltória complexa do sinal de entrada (que no caso de sinais OFDM é dada por (2)) e $\tilde{k}_{2m+1}(t, \alpha_1, \dots, \alpha_{2m+1})$ representam os *kernels* variantes no tempo da série de Volterra que caracteriza a não-linearidade, em banda básica.

A. Determinação dos kernels da não-linearidade

Neste trabalho, o modelo da não-linearidade com memória, variante no tempo, a ser descrita por série de Volterra é ilustrado na Figura 2. Nesta figura, $\tilde{u}(t)$ representa a resposta ao impulso (equivalente passa-baixa) de um filtro linear invariante no tempo, $\tilde{h}(t, v)$ representa a resposta ao impulso (equivalente passa-baixa) de um filtro linear variante no tempo. Neste modelo, considera-se que não-linearidade sem memória é do tipo polinomial, ou seja

$$w(t) = \sum_{\ell=0}^L b_{\ell} z^{\ell}(t) \quad (16)$$

É possível mostrar [9] que na banda da envoltória complexa do sinal $z(t)$ a envoltória complexa de $w(t)$ se escreve

$$\tilde{w}(t) = \sum_{m=0}^M \gamma_{2m+1} \tilde{z}^{m+1}(t) \tilde{z}^{*m}(t). \quad (17)$$

onde

$$\gamma_{2m+1} = \frac{b_{2m+1}}{2^{2m}} \binom{2m+1}{m} \quad (18)$$

e $M = \lfloor (L-1)/2 \rfloor$, ou seja, m é o maior inteiro menor ou igual a $(L-1)/2$.

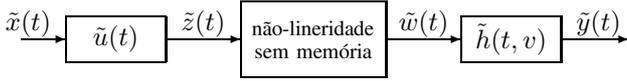


Fig. 2. Modelo de não-linearidade com memória variante no tempo

Note (ver Figura 2) que

$$\tilde{y}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{h}(t, v) \tilde{w}(t-v) dv \quad (19)$$

e

$$\tilde{z}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{u}(\alpha) \tilde{x}(t-\alpha) d\alpha \quad (20)$$

Note que, em (19), $\tilde{h}(t, v)$ representa o equivalente passa-baixa da resposta do sistema linear, no instante t , a um impulso colocado em sua entrada no instante $t-v$. Substituindo-se (20) em (17) e (17) em (19) obtém-se, após manipulações,

$$\begin{aligned} \tilde{y}(t) = & \sum_{m=0}^M \gamma_{2m+1} \int_{-\infty}^{\infty} \cdots \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{h}(t, v) \prod_{r=1}^{m+1} \tilde{u}(\alpha_r - v) \\ & \cdot \prod_{s=m+2}^{2m+1} \tilde{u}^*(\alpha_s - v) \prod_{r=1}^{m+1} \tilde{x}(t - \alpha_r) \prod_{s=m+2}^{2m+1} \tilde{x}^*(t - \alpha_s) d\alpha_1 \dots d\alpha_{2m+1} dv \end{aligned} \quad (21)$$

As expressões dos *kernels* de Volterra, correspondentes ao diagrama da Figura 2 e a uma não-linearidade sem memória dada por (16), podem ser obtidos comparando-se (21) com (14) e (15). Obtém-se assim,

$$\begin{aligned} \tilde{k}_{2m+1}(t, \alpha_1, \dots, \alpha_{2m+1}) = & \gamma_{2m+1} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{h}(t, v) \prod_{r=1}^{m+1} \tilde{u}(\alpha_r - v) \\ & \cdot \prod_{s=m+2}^{2m+1} \tilde{u}^*(\alpha_s - v) dv \quad ; \quad m \leq M \end{aligned} \quad (22)$$

e $\tilde{k}_{2m+1}(t, \alpha_1, \dots, \alpha_{2m+1}) = 0$ para $m > M$.

IV. CARACTERIZAÇÃO DO CANAL VARIANTE NO TEMPO

Neste trabalho, o sistema linear variante no tempo que aparece na Figura 2 modela um canal de propagação multi-percurso, variante no tempo, seguido de um filtro de recepção. Considerou-se [10]

$$\tilde{h}(t, v) = \sum_{p=0}^{P-1} a_p \mu_p(t) \tilde{g}(v - \nu_p) \quad (23)$$

onde P é o número de percursos de propagação, a_p e ν_p representam os coeficientes de atenuação e retardo, respectivamente, $\mu_p(t)$ é um processo aleatório complexo gaussiano de média nula com função autocorrelação conhecida e $\tilde{g}(\cdot)$ representa a resposta ao impulso do filtro de recepção (equivalente passa-baixa). Este canal tem sido utilizado em diversos estudos envolvendo sistemas de comunicações móveis [11,12,13,14].

A função autocorrelação deste canal é dada por

$$\begin{aligned} R_{\tilde{h}}(t_1, t_2, v_1, v_2) &= E[\tilde{h}(t_1, v_1) \tilde{h}^*(t_2, v_2)] \\ &= \sum_{p_1=0}^{P-1} \sum_{p_2=0}^{P-1} a_{p_1} a_{p_2}^* E[\mu_{p_1}(t_1) \mu_{p_2}^*(t_2)] \\ &\quad \cdot \tilde{g}(v_1 - \nu_{p_1}) \tilde{g}^*(v_2 - \nu_{p_2}) \end{aligned} \quad (24)$$

Considerando-se que os processos complexos $\mu_{p_1}(t_1)$ e $\mu_{p_2}(t_2)$ são conjuntamente estacionários no sentido amplo (ESA) e decorrelatados para $p_1 \neq p_2$ tem-se [10]

$$R_{\tilde{h}}(\tau, v_1, v_2) = \sum_{p=0}^{P-1} |a_p|^2 R_{\mu_p}(\tau) \tilde{g}(v_1 - \nu_p) \tilde{g}^*(v_2 - \nu_p) \quad (25)$$

onde

$$R_{\mu_p}(\tau) = E[\mu_p(t) \mu_p^*(t + \tau)] \quad (26)$$

V. CARACTERIZAÇÃO DO SINAL DE SAÍDA

Na determinação da média e da função autocorrelação da envoltória complexa do sinal $\tilde{y}(t)$, é utilizado o resultado do teorema a seguir, cuja demonstração pode ser encontrada em [15]:

TEOREMA 1: Sejam z_n , ($n = 1, 2, \dots, N$) amostras de um processo estocástico $z(t)$, gaussiano, complexo, próprio, estacionário no sentido amplo e de média nula. Então

- para $s \neq r$ o momento conjunto

$$E[z_{m_1} z_{m_2} \cdots z_{m_s} z_{n_1}^* z_{n_1}^* \cdots z_{n_r}^*]$$

onde m_k e n_i são inteiros do conjunto $\{1, \dots, N\}$, é igual a zero

- para $s = r$ o momento conjunto

$$E[z_{m_1} z_{m_2} \cdots z_{m_s} z_{n_1}^* z_{n_1}^* \cdots z_{n_r}^*]$$

se escreve

$$\sum_{\pi} (E[z_{m_{\pi(1)}}^* z_{n_1}]) (E[z_{m_{\pi(2)}}^* z_{n_2}]) \cdots (E[z_{m_{\pi(r)}}^* z_{n_r}])$$

onde π é uma permutação do conjunto de inteiros $\{1, 2, \dots, r\}$.

A média da envoltória complexa $\tilde{y}(t)$ pode ser obtida a partir de (14) e (15), resultando

$$\begin{aligned} m_{\tilde{y}}(t) = & \sum_{m=0}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \cdots \int_{-\infty}^{\infty} E[\tilde{k}_{2m+1}(t, \alpha_1, \dots, \alpha_{2m+1})] \\ & \cdot E \left[\prod_{r=1}^{m+1} \tilde{x}(t - \alpha_r) \prod_{s=m+2}^{2m+1} \tilde{x}^*(t - \alpha_s) \right] d\alpha_1 \dots d\alpha_{2m+1} \end{aligned} \quad (27)$$

Na obtenção de (27) considerou-se que os *kernels* \tilde{k}_{2m+1} e a envoltória complexa $\tilde{x}(t)$ são estatisticamente independentes.

Considerando-se o Teorema 1, verifica-se que o segundo valor esperado em (27) é nulo e, conseqüentemente,

$$m_{\tilde{y}}(t) = 0 \quad (28)$$

A função autocorrelação da envoltória complexa $\tilde{y}(t)$ do sinal de saída, definida por

$$R_{\tilde{y}}(t + \tau, t) = E[\tilde{y}(t + \tau)\tilde{y}^*(t)] \quad (29)$$

pode ser obtida considerando-se (14) e (15), resultando

$$R_{\tilde{y}}(t + \tau, t) = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} K_{m,n}(t + \tau, t, \alpha, \beta) \cdot X_{m,n}(t + \tau, t, \alpha, \beta) d\alpha d\beta \quad (30)$$

onde

$$K_{m,n}(t + \tau, t, \alpha, \beta) = E[\tilde{k}_{2m+1}(t + \tau, \alpha_1, \dots, \alpha_{2m+1}) \cdot \tilde{k}_{2n+1}^*(t, \beta_1, \dots, \beta_{2n+1})] \quad (31)$$

e

$$X_{m,n}(t + \tau, t, \alpha, \beta) = E \left[\prod_{r_1=1}^{m+1} \tilde{x}(t + \tau - \alpha_{r_1}) \cdot \prod_{s_1=m+2}^{2m+1} \tilde{x}^*(t + \tau - \alpha_{s_1}) \prod_{r_2=1}^{n+1} \tilde{x}^*(t - \beta_{r_2}) \prod_{s_2=n+2}^{2n+1} \tilde{x}(t - \beta_{s_2}) \right] \quad (32)$$

Note que o momento conjunto em (32) pode ser calculado utilizando-se o Teorema 1.

No caso do canal não-linear em (16) (ver (22)), verifica-se que, para pares (m, n) tais que $m \leq M$ e $n \leq M$, a função em (31) se escreve

$$K_{m,n}(t + \tau, t, \alpha, \beta) = \gamma_{2m+1} \gamma_{2n+1}^* \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} R_{\tilde{h}}(t + \tau, t, v_1, v_2) \cdot U_{m,n}(\alpha, \beta, v_1, v_2) dv_1 dv_2 \quad (33)$$

com $R_{\tilde{h}}(t + \tau, t, v_1, v_2) = E[\tilde{h}(t + \tau, v_1)\tilde{h}^*(t, v_2)]$, e

$$U_{m,n}(\alpha, \beta, v_1, v_2) = \prod_{r_1=1}^{m+1} \tilde{u}(\alpha_{r_1} - v_1) \prod_{s_1=m+2}^{2m+1} \tilde{u}^*(\alpha_{s_1} - v_1) \cdot \prod_{r_2=1}^{n+1} \tilde{u}^*(\beta_{r_2} - v_2) \prod_{s_2=n+2}^{2n+1} \tilde{u}(\beta_{s_2} - v_2) \quad (34)$$

Para outros valores do par (m, n) , $K_{m,n}(t + \tau, t, \alpha, \beta) = 0$. Em (32), (31), (33) e (34) $\alpha = (\alpha_1, \dots, \alpha_{2m+1})^T$ e $\beta = (\beta_1, \dots, \beta_{2n+1})^T$

Lembrando que o processo $\tilde{x}(t)$ é gaussiano, complexo, próprio, estacionário no sentido amplo e de média nula, verifica-se (utilizando-se o Teorema 1) que a função $X_{m,n}(t + \tau, t, \alpha, \beta)$, definida em (32), não depende de t , sendo função apenas de τ , α e β . Além disso, verifica-se facilmente que, para o canal variante no tempo definido na Seção IV, a função

$K_{m,n}(t + \tau, t, \alpha, \beta)$ definida em (33) é também função de τ , α e β (ver (25)). Assim, neste caso particular, (30) se escreve

$$R_{\tilde{y}}(\tau) = \sum_{m=0}^M \sum_{n=0}^M \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} K_{m,n}(\tau, \alpha, \beta) \cdot X_{m,n}(\tau, \alpha, \beta) d\alpha d\beta \quad (35)$$

onde $X_{m,n}(\tau, \alpha, \beta)$ é dado por (32) e $K_{m,n}(\tau, \alpha, \beta)$ é obtido a partir de (33), (34) e (25). Finalmente, a densidade espectral de potência da envoltória complexa $\tilde{y}(t)$ é dada por

$$S_{\tilde{y}}(f) = \mathcal{F}[R_{\tilde{y}}(\tau)] = \int_{-\infty}^{\infty} R_{\tilde{y}}(\tau) e^{-j2\pi f\tau} d\tau \quad (36)$$

VI. RESULTADOS NUMÉRICOS E CONCLUSÕES

Nesta seção, a densidade espectral de potência em (36) foi calculada para o caso particular em que um sinal OFDM/BPSK (com $f_c = 1\text{GHz}$, $T = 4\mu\text{s}$ e $T_{CP} = 0,8\mu\text{s}$) é colocado na entrada de um canal não-linear variante no tempo como o ilustrado no diagrama da Figura 2. A não-linearidade sem memória corresponde a (16) com $L = 3$, $b_0 = 0$, $b_1 = 1,0$, $b_2 = 0$ e $b_3 = -0,25$. Foi considerado um canal multipercurso variante no tempo como o descrito na Seção IV com 4 taps ($P = 4$), no qual os processos $\mu_p(t)$ têm densidade espectral de potência de Jake [10], ou seja,

$$S_{\mu_p}(f) = \frac{1}{\pi f_d \sqrt{1 - \left(\frac{f}{f_d}\right)^2}} \quad |f| < f_d \quad (37)$$

onde f_d é a frequência de Doppler (devida ao movimento do receptor). Neste caso, os processos $\mu_p(t)$ têm função autocorrelação dada por

$$R_{\mu_p}(\tau) = J_0(2\pi f_d \tau) \quad (38)$$

Considerou-se $a_0 = 1$, $a_1 = 0,7937$, $a_2 = 0,3162$, $a_3 = 0,1000$, $\nu_0 = 0\mu\text{s}$, $\nu_1 = 0,2\mu\text{s}$, $\nu_2 = 0,4\mu\text{s}$ e $\nu_3 = 0,6\mu\text{s}$. Os resultados obtidos foram parametrizados para valores específicos do produto $f_d T/N$. Considerou-se ainda que o filtro $u(\cdot)$ de entrada da não-linearidade (ver Figura 2) e o filtro de recepção $g(\cdot)$ são ambos passa-faixa de butterworth, com frequência central f_0 e banda de 3 dB igual a B_0 . A resposta em frequência destes filtros é dada por

$$U(f) = G(f) = \frac{1}{1 + j \frac{f_0}{B_0} \left(\frac{f}{f_0} - \frac{f_0}{f}\right)} \quad (39)$$

Neste exemplo, a densidade espectral de potência da envoltória complexa do sinal na saída do canal (não-linearidade mais canal de propagação multipercurso) foi calculada a partir de (32) a (36). Esta densidade espectral de potência é apresentada na Figura 3. A título de comparação esta figura apresenta dois outros resultados: (i) a densidade espectral de potência da envoltória complexa do sinal de entrada e (ii) a densidade espectral de potência da envoltória complexa do sinal de saída no caso particular em que apenas a não-linearidade do canal e o filtro de recepção são considerados ($\tilde{h}(t, v) = \tilde{g}(v)$).

Para ilustrar o efeito do movimento do receptor, a Figura 4 apresenta as densidades espectrais de potência do sinal na saída do canal não-linear móvel para diferentes valores de $f_d T/N$. Observe, por exemplo, que a banda de 10 dB da

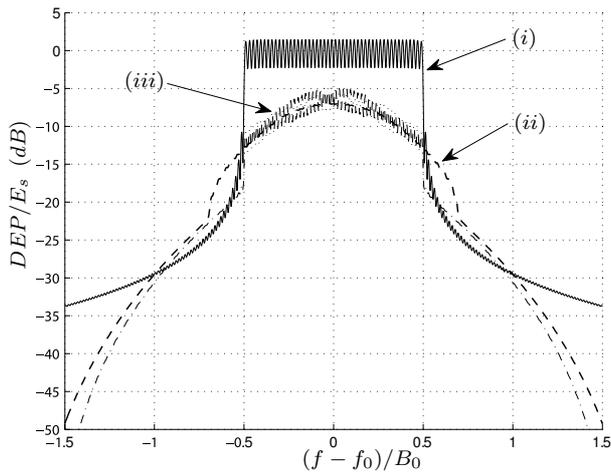


Fig. 3. Densidades espectrais de potência das envoltórias complexas: (i) sinal de entrada; (ii) sinal de saída (não-linearidade, canal de propagação ($f_d T/N = 0.2$) e filtro de recepção); e (iii) sinal de saída (não-linearidade e filtro de recepção).

densidade espectral de potência do sinal de saída varia de B_0 a aproximadamente $1,5B_0$ quando $f_d T/N$ varia de 0,01 a 0,35. Este fato tem importância fundamental na definição dos espaçamentos entre portadoras adjacentes e motivou o gráfico da Figura 5, que indica o percentual de potência do sinal de saída do canal considerado fora da faixa de frequências correspondente a uma banda b em torno de f_0 para $B_0 < b < \infty$. Observe, por exemplo, que para $b = 1,5B_0$ este percentual de potência varia aproximadamente de 0,7% a 2,4% quando $f_d T/N$ varia de 0,01 a 0,35.

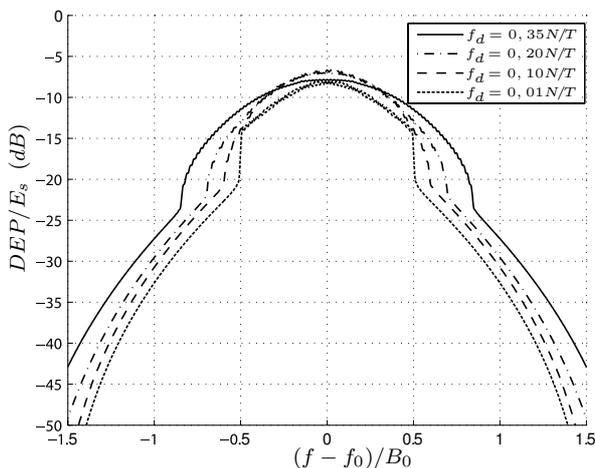


Fig. 4. Densidade espectral de potência da envoltória complexa do sinal de saída, para diferentes valores de $f_d T/N$.

Em resumo, este trabalho apresentou um desenvolvimento analítico que permite analisar o efeito, sobre o espectro de sinais OFDM, de um canal constituído por uma não-linearidade com memória seguida por um canal de propagação multi-percurso (canal variante no tempo). Convém observar que o desenvolvimento apresentado é bem mais complexo do que o efetuado em [6], limitado a não-linearidades invariantes no tempo. O canal foi modelado por uma série de Volterra vari-

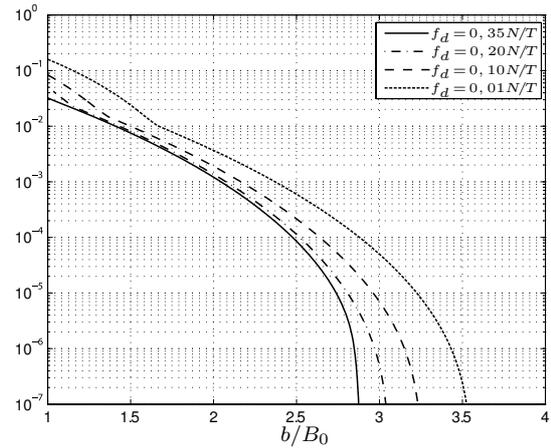


Fig. 5. Percentual de potência do sinal de saída do canal considerado fora da faixa de frequências correspondente a uma banda b em torno de f_0 .

ante no tempo e a envoltória complexa do sinal OFDM por um processo estocástico gaussiano próprio, complexo, estacionário e de média nula. Os resultados analíticos foram aplicados a um caso particular, permitindo uma avaliação quantitativa do espalhamento espectral de sinais OFDM provocado pela utilização de dispositivos não-lineares em canais móveis.

REFERÊNCIAS

- [1] *Radio Broadcasting Systems: Digital Audio Broadcasting (DAB) to Mobile, Portable and Fixed Receivers*. ETSI Std. Technical report, European Broadcasting Union, 1997.
- [2] *Digital Video Broadcasting (DVB); Framing Structure, Channel Coding and Modulation for Digital Terrestrial Television*. ETSI Std. EN 300 744 V1.5.1, 2004.
- [3] *MediaFLO: FLO technology overview*. White Paper, Qualcomm, Setembro 2005.
- [4] *OFDM for mobile data communications*. White Paper, Flarion Technologies Inc., Março 2003.
- [5] *Air interface for Fixed and Mobile Broadband wireless Access Systems*. IEEE Std. 802.16e, 2005.
- [6] M.R.D. Rodrigues, *Modelling and performance assessment of OFDM communication systems in the presence of non-linearities*. PhD thesis, Department of Electronic and Electrical Engineering, University College London, UK, 2002.
- [7] Wei Yu, *Time varying Volterra series and its application to the distortion analysis of a sampling mixer*. Proceedings of the 40th Midwest Symposium on Circuits and Systems, v.1, pp 245-248, Agosto 1997.
- [8] V.S. Bansal, *Volterra-series analysis of a class of nonlinear time-varying systems using multilinear parametric transfer functions*. Proceedings of the Institution of, Electrical Engineers, v.116, pp 1957-1960, Agosto 1969.
- [9] Sergio Benedetto, Ezio Biglieri, Valentino Castellani, *Digital Transmission Theory*. Prentice-Hall, Inc. 1987.
- [10] M. Pätzold, *Mobile Fading Channels*. New York: Wiley, 2002.
- [11] Aureo Serrano de Marins Neto, *Equalização e Estimação de Canal em sistemas de Transmissão OFDM*. Dissertação de Mestrado, Cetuc PUC-Rio, Julho 2005.
- [12] Nathan D. Ricklin, *Time Varying Channels: Characterization, Estimation and Detection*. PhD thesis, Department of Electrical Engineering, University of California, San Diego, 2010.
- [13] Sasazaki, Y., *Improved design criteria and new codes on space-frequency trellis coding over frequency selective fading channels*. Vehicular Technology Conference, v.4, pp 2187-2191, 2002.
- [14] Lu, B. Xiaodong Wang; Narayanan, K.R., *LDPC-based space-time coded OFDM systems over correlated fading channels: Performance analysis and receiver design*. IEEE Transactions on Communications, v.50, pp 74-88, Janeiro 2002.
- [15] I. S. Reed, *On a Moment Theorem for Complex Gaussian Processes*. IRE transaction on Information Theory, v.8, pp 194-195, Abril 1962.